

Análise de escoamento em tubo anular através de métodos analítico e computacional

Annular flow analysis via analytical and computational methods

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo comparar diferenças no escoamento em um tubo anular decorridas da alteração na relação entre raio interno e raio externo, realizada de forma analítica e numérica. Para a solução analítica foi desenvolvida à partir das equações de continuidade e de Navier-Stokes, a equação resultante foi normalizada em relação à velocidade de escoamento. Para a solução numérica computacional, foi utilizado o software Star CCM+, no qual foram feitos quatro tamanhos de malhas uniformes diferentes, com 20, 40, 80 e 160 divisões radiais. Observou-se que a solução computacional se aproxima da solução analítica e que o erro quadrático médio entre elas depende principalmente do tamanho da malha, mas também depende da relação entre os raios interno e externo.

PALAVRAS-CHAVE: Fluidodinâmica computacional. Tubos – Dinâmica dos fluidos. Perfuração de poços.

ABSTRACT

The objective of this research is to compare the difference in annular flow caused by the change in the relation between the internal radius and external radius of the annular tube via analytical and numerical methods. The analytical solution is found via the Navier-Stokes and continuity equations, the resulting equation, relative to the horizontal velocity profile is normalized with the average velocity of the annular flow. The software Star CCM+ was used for the numerical solution, the annular flow was divided in four uniform meshes with 20, 40, 80, 160 radial divisions. It was observed that the mean squared error between both equations depends mainly on the size of the mesh, but can also depend on the relation between the internal and external radius.

KEYWORDS: Computational fluid dynamics. Tubes – Fluid dynamics. Oil well boring.

Marcelo Vinicius Camillo
marcelocamillo@alunos.utfpr.edu.br
Centro de Pesquisas em Reologia e Fluidos Não Newtonianos, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil

Alan Lugarini de Souza
alansouza@utfpr.edu.br
Centro de Pesquisas em Reologia e Fluidos Não Newtonianos, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil

Admilson Teixeira Franco
admilson@utfpr.edu.br
Centro de Pesquisas em Reologia e Fluidos Não Newtonianos, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autorial: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



INTRODUÇÃO

O estudo do escoamento anular é de extrema importância na área de exploração de petróleo, uma vez que nessa área estão presentes tanto o escoamento anular de interface líquido-gás, no qual o escoamento que acontece no centro do tubo é um gás, e ao redor, um líquido; quanto a de interface líquido-sólido, no qual o líquido escoar em torno de um cilindro sólido central.

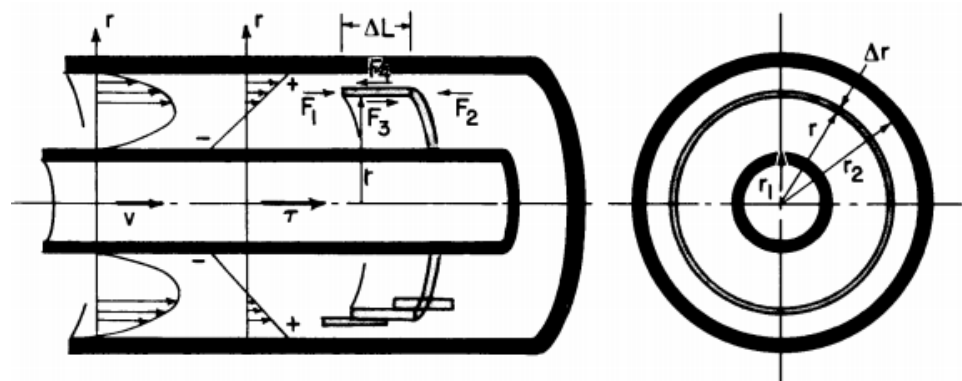
A análise numérica através de computadores (CFD) é realizada a fim de ajudar engenheiros a aumentar a performance de uma peça ou design complexos demais para uma solução analítica. O CFD é mais atrativo para a indústria porque possui maior custo-benefício do que análises experimentais. Porém, simulações muito complexas podem gerar erros em relação à realidade (PRITCHARD, 2011).

Uma aplicação do escoamento anular se dá em uma das condições da perfuração de poços de exploração de petróleo, como o bombeamento de lama de perfuração entre o eixo central e as paredes escavadas é considerado um escoamento anular. Nesse, é encontrada uma mistura da lama de perfuração com partículas sólidas da perfuração (BOURGOYNE et al., 1986).

Esse tipo de estudo é de extrema importância para evitar que ocorra um *blowout*. Segundo, MITCHELL e MISKA (2011, p. 46, tradução livre), “[...] *Blowouts* podem causar perda de vidas, do equipamento de perfuração, do poço, uma grande parte do óleo e gás presentes no reservatório subterrâneo, e pode causar dano ao meio ambiente próximo ao poço.”.

Nesta pesquisa buscam-se as soluções, de forma analítica e numérica computacional para o escoamento em regime permanente e incompressível em tubo anular na horizontal, com uma interface líquido-sólido para um fluido newtoniano. Isso é representado na figura 1, que possui um perfil de velocidade e de tensão genérico e um volume de controle de integração ao longo do raio em um dado espaço ΔL na coordenada z .

Figura 1- Escoamento anular, onde $r_1 = kR$ e $r_2 = R$



Fonte: (BOURGOYNE et al., 1986).

MATERIAIS E MÉTODOS

Primeiramente, foi realizada a solução analítica. Para isso foram utilizadas as equações de Navier-Stokes e a equação de continuidade em coordenadas cilíndricas. As condições utilizadas para a resolução desse sistema foram:

Escoamento em regime permanente, completamente desenvolvido, axissimétrico, laminar e incompressível, com o plano de escoamento na horizontal, desprezando os efeitos da força gravitacional.

Logo, a equação da continuidade se reduz a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

Desse modo, como $v_r = 0$ em R e em kR, tem-se outra condição, que $v_r = 0$. Aplicando essas condições às equações de Navier-Stokes, obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \quad (2)$$

Essa equação pode ser normalizada utilizando:

$$P^* = \frac{P}{\frac{\mu V_0}{D}}; \quad r^* = \frac{r}{R}; \quad z^* = \frac{z}{D}; \quad v_z^* = \frac{v_z}{V_0}; \quad \tau^* = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (3)$$

Levando em consideração que ambos os lados devem ser constantes, uma vez que $f(x) = g(y) = C$. Então $\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dz}$, e $\frac{\partial}{\partial r} = \frac{d}{dr}$. Assim, substituindo a normalização na equação (2), obtém-se:

$$\frac{1}{4} \frac{dP^*}{dz^*} = \frac{1}{r^*} \frac{d}{dr^*} \left(r^* \frac{dv_z^*}{dr^*} \right) \quad (4)$$

Integrando a equação (4) duas vezes, e aplicando as seguintes condições de contorno: $v_z = 0$ em $r^* = R = 1$ e em $r^* = kR = k$, tem-se:

$$v_z^* = \frac{1}{16} \frac{dP^*}{dz^*} \left[r^{*2} + \frac{(1-k^2)}{\ln(k)} \ln(r^*) - 1 \right] \quad (5)$$

O objetivo agora é encontrar um perfil generalizado da velocidade para esse resultado. Para isso, utiliza-se a vazão volumétrica, na qual $Q = \int v dA$. Utilizando a vazão para definir a velocidade média e, como $\bar{V} = 1$, é possível dividir a velocidade v_z pela velocidade média:

$$\left(\frac{v_z^*}{\bar{V}} \right) = \frac{2}{\left[(1-k^2) + (1+k^2) \ln(k) \right]} \left[(1-r^{*2}) \ln(k) - (1-k^2) \ln(r^*) \right] \quad (6)$$

A tensão é definida por: $\tau_{rz} = \mu \frac{dv_z}{dr}$, normalizando e resolvendo, obtém-se:

$$\tau_{r^* z^*}^* = \frac{16}{\text{Re} \left[(1+k^2) \ln(k) + (1-k^2) \right]} \left[-r^* \ln(k) - \left(\frac{1-k^2}{2r^*} \right) \right] \quad (7)$$

Essa solução analítica pode ser comparada com a solução numérica com diversos valores de k . Para a análise numérica, foi utilizado o software Star CCM+ na versão 13.06.011. No software foram criadas várias malhas, de acordo com a tabela 1, com os diferentes valores de k , e com o número de Reynolds mantido constante em $Re = 10$.

Tabela 1 – divisões para cada malha

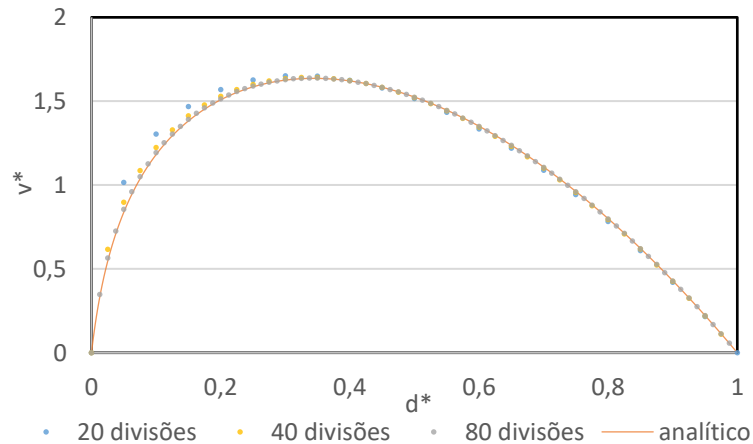
radial	horizontal
20	500
40	1000
80	2000
160	4000

Fonte: Autoria própria (2019).

Para a comparação entre os resultados analítico e numérico, foi utilizado um novo eixo (d^*), definido como: $d^* = (r^* - k) / (1 - k)$, ou seja, é o espaço normalizado entre os raios interno e externo. Além disso, para o cálculo do erro, foi utilizado a norma do erro quadrático:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_x (q_n(x) - q_a(x))^2}{\sum_x q_a^2(x)}} \quad (8)$$

Figura 2 – Teste de malha em relação à velocidade em função do raio para $k=0,02$



Fonte: Autoria própria (2019).

Como pode-se observar no teste de malha na figura 2, as malhas apresentam a maior parte do erro na região entre a velocidade máxima e o raio interno. Observa-se uma diminuição grande da divergência entre as soluções numéricas e analítica devido ao aumento de divisões na malha, com a malha de 80 divisões se tornando quase colinear à solução analítica.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O erro calculado da solução numérica em relação à solução analítica é:

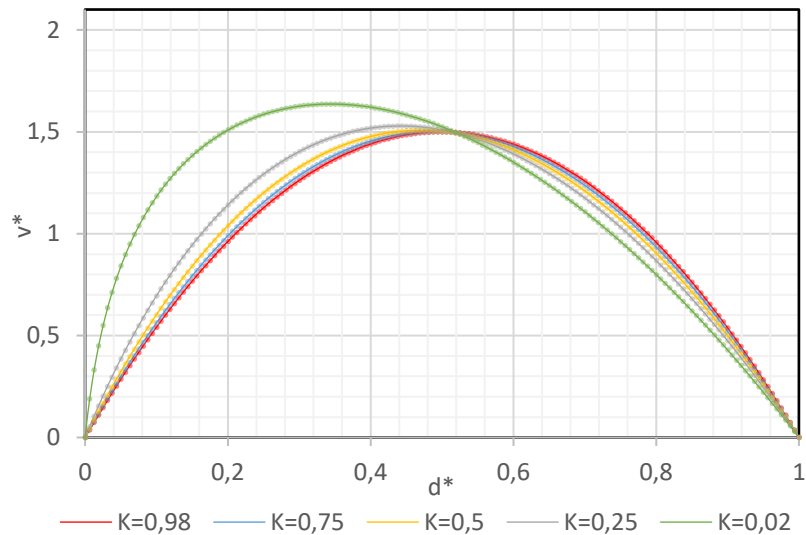
Tabela 2 – Erro quadrático médio para cada divisão radial de malha

$K \backslash$ malha	20	40	80	160
0,02	4,53E-02	1,70E-02	5,07E-03	1,38E-03
0,25	4,76E-03	1,20E-03	3,02E-04	7,56E-05
0,5	4,90E-03	1,23E-03	3,08E-04	7,71E-05
0,75	4,96E-03	1,25E-03	3,12E-04	7,79E-05
0,98	4,98E-03	1,25E-03	3,12E-04	7,89E-05

Fonte: Autoria própria (2019).

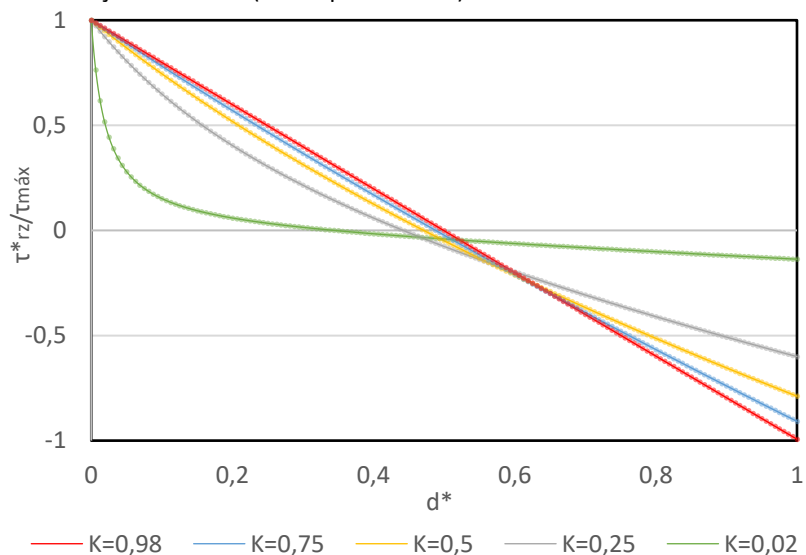
Percebe-se na tabela 2 que o erro diminui conforme o aumento da malha, como era de se esperar, assim como visto na figura 2.

Figura 3 – Comparação do perfil de velocidade através da Solução analítica (linhas contínuas) e da Solução numérica (linhas pontilhadas) na malha de 160 divisões radiais



Fonte: Autoria própria (2019).

Figura 4 – Comparação do perfil de tensão através da Solução analítica (linhas contínuas) e da Solução numérica (linhas pontilhadas) na malha de 160 divisões radiais



Fonte: Autoria própria (2019).

Como pode ser observado nas figuras 3 e 4, quanto maior a relação (k) entre os raios, mais o perfil de velocidade e de tensão se aproxima ao do caso de placas paralelas. Isso se deve porque os raios serão cada vez maiores, assim se aproximando cada vez mais de um plano nas proximidades da parede.

CONCLUSÃO

De acordo com a análise da tabela 2 e da figura 3, podem-se observar duas condições que contribuem para a diminuição do erro quadrático médio: o maior refino da malha e a maior relação entre os raios (k). O refino da malha atua diretamente sobre a diminuição do erro de truncamento, responsável pela maior parte do erro quadrático médio. Pode-se também afirmar que a relação entre os raios atua de forma indireta neste erro, como observado na tabela 2, onde o erro para a relação $k = 0,02$ é muito maior comparado à outras relações maiores em uma mesma malha.

O perfil de escoamento fica nítido na figura 2, onde se observa que para uma relação pequena entre os raios, o erro é concentrado na região entre a velocidade máxima e na proximidade do raio interno. Portanto, teoricamente, pode-se sugerir uma malha não uniforme para a resolução dessa simulação, sendo necessários mais testes para uma conclusão satisfatória sobre a sua utilização para cada caso a ser simulado.

Além disso, a relação (k) também afeta o perfil da tensão, como observado na figura 4. Esse aumento está diretamente relacionado com a diminuição da área da parede interna, portanto, quanto menor o valor dessa relação, maior será a assimetria existente na tensão e, consequencialmente, no perfil de velocidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Tecnológica Federal do Paraná e ao CERNN pela bolsa de pesquisa e desenvolvimento e pela oportunidade da iniciação científica.

Agradeço ao Alan Lugarini por propor o tema e pela ajuda prestada durante a realização dessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

MITCHELL, Robert F.; MISKA, Stefan Z. **FUNDAMENTALS OF DRILLING ENGINEERING**. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 2011. ISBN 978-1-55563-338-7.

BOURGOYNE, Adam T. et al. **Applied Drilling Engineering**. 1. ed. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 1986. ISBN 1-55563-001-4.

PRITCHARD, Philip J. **Fox and McDonald's INTRODUCTION TO FLUID MECHANICS**. 8. ed. United States of America: JOHN WILEY & SONS, INC., 2011. ISBN-13 9780470547557.