

Controle robusto H-Infinito para redução de vibrações de uma estrutura 2-DOF

H-Infinity robust control for vibration reduction of a 2-DOF structure

RESUMO

Rodolfo Gomes de Oliveira
rodolfooliveira@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

Luiz Francisco Sanches Buzachero
luizf@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

Em diversos tipos de equipamentos acontece um fenômeno natural denominado por vibração, este fenômeno pode causar impactos indesejáveis no sistema a ser utilizado, assim o transformando em um sistema incerto. Este trabalho tem como objetivo desenvolver um controlador robusto, um controlador que não seja sensível a qualquer tipo de perturbação e variação que possa levar o sistema a instabilidade, além de que apresente um menor tempo de estabilização e valor de oscilação do que o sistema sem controle. A criação do controlador foi realizada através de LMIs (*Linear Matrix Inequalities*) que utilizem as técnicas H-Infinito e D-Estabilidade. Para isto, foi utilizado como base um sistema de dois graus de liberdade, assim como o software MATLAB® e Simulink® para realizar as simulações. O controlador desenvolvido apresenta um resultado satisfatório, no qual o sistema controlado tem um desempenho superior ao original, além de apresentar condições favoráveis a possíveis implementações em uma bancada experimental.

PALAVRAS-CHAVE: Controle Robusto. Sistema Incerto. H-Infinito. D-Estabilidade. Vibração.

ABSTRACT

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



In many types of equipment may happen a natural phenomenon called by vibration, this phenomenon may cause some unwelcome impacts in the system to be used, as well transforming it in a uncertain system. This essay has the objective to develop a robust controller, a controller that is not sensible to any disturbances and variations that may lead the system to instability, and show a improved performance when compared to a system without control. The creation of the controller will be used LMIs (*Linear Matrix Inequalities*) containing the H-Infinity and D-Stability techniques. To make this, it was used as base a system with two degrees of freedom, as well as the software MATLAB® and Simulink® to execute the simulations. The developed controller has a good result, where the controlled system has an improved performance to his original counterpart, besides showing favorable conditions to implementations on the experimental bench.

KEYWORDS: Robust Control. Uncertain System. H-Infinity. D-Stability. Vibration.

INTRODUÇÃO

O movimento oscilatório, também denominado por vibração, é um fenômeno natural presente em diversos tipos de equipamentos, e consiste na repetição de um objeto em um determinado período. Por sua vez, estas vibrações causam impactos indesejáveis em um sistema e garantem que o seu desempenho seja afetado negativamente (REPINALDO, 2018).

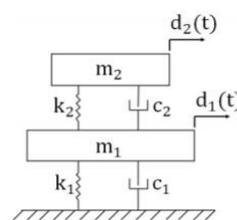
De acordo com TROFINO (2000) e ZHOU (1996), estes tipos de variações e perturbações, provenientes do sistema real, não são levados em consideração no sistema nominal, utilizado nas estratégias de controle clássico. Devido a esta condição, é necessário a utilização do controle robusto, uma estratégia de controle que utiliza incertezas na criação do controlador, cujo objetivo é garantir a estabilidade e robustez de um determinado sistema.

Este trabalho tem como proposta utilizar LMIs (Inequações Matriciais Lineares, oriundas do inglês *Linear Matrix Inequalities*) para desenvolver um controlador robusto para um sistema com dois graus de liberdade que garanta a estabilidade do sistema, tenha uma robustez e um tempo de estabilização satisfatórios.

MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho teve como base no seu desenvolvimento um sistema de dois graus de liberdade do tipo mola-massa-amortecedor, onde o modelo dinâmico dessa estrutura tem como base as equações diferenciais de movimento, oriundo das Leis de Newton, que são aplicadas em cada uma das massas, conforme demonstrado por RAO (2017). Este sistema é constituído por duas molas que apresentam coeficientes de rigidez k_1 e k_2 , dois amortecedores com constantes de amortecimento c_1 e c_2 , além de duas massas de peso m_1 e m_2 . A Figura 1 apresenta uma ilustração do sistema (REPINALDO, 2018).

Figura 1 – Sistema com dois graus de liberdade.



Fonte: REPINALDO (2018).

Para a modelagem no espaço de estados, utilizou-se o sistema modal, na qual esta estratégia permite transformar um determinado número de n equações acopladas em um mesmo número n de equações desacopladas, em que cada uma dessas equações representa um modo particular de vibrar de um sistema com um grau de liberdade, conforme dados apresentados por RAO (2017) e REPINALDO (2018).

As matrizes obtidas através dessa transformação são descritas das Equações (1) a (4).

$$[A_m]_{2nx2n} = \begin{bmatrix} [0]_{nxn} & [I]_{nxn} \\ [-[m_m]^{-1}[k_m]]_{nxn} & [-[m_m]^{-1}[c_m]]_{nxn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$[B_{um}]_{2nxnu} = \begin{bmatrix} [0]_{nxn}[P_u]_{nxnu} \\ [m_m]^{-1}_{nxn}[\Phi]_{nxn}^T[P_u]_{nxnu} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[B_{wm}]_{2nxnw} = \begin{bmatrix} [0]_{nxn}[P_w]_{nxnw} \\ [m_m]^{-1}_{nxn}[\Phi]_{nxn}^T[P_w]_{nxnw} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[C_m]_{nsxn} = [[P_s]_{nsxn}[\Phi]_{nxn}^T [I]_{nxn} \quad [P_s]_{nsxn}[\Phi]_{nxn}^T [0]_{nxn}] \quad (4)$$

Nas equações tem-se que P_u é a matriz de posicionamento da força de controle, P_s é a matriz de posicionamento de saída, P_w é a matriz de posicionamento da força de excitação, n é o número de graus de liberdade, nu é o número de entradas da força de controle, nw é o número de entrada da força de excitação, ns é o número de saídas e as matrizes Φ_1 e Φ_2 representam os modos de vibrar do sistema, relacionados com a frequência natural do sistema ω_{n1} e ω_{n2} . As matrizes de massa, rigidez e amortecimento, respectivamente denotadas por m , k , e c são descritas pelas Equações de (5) a (7).

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Dentre os variados tipos de técnicas existentes na área de controle robusto, a técnica escolhida com o objetivo de atenuar perturbações e realizar a estabilidade robusta e quantificar o maior acréscimo de energia entre as entradas e saídas foi a denominada por norma H_∞ , que já pressupõe a estabilidade do sistema (KING, 2005). Para a obtenção das LMIs desta norma considera-se a existência de uma função de *Lyapunov* quadrática e um valor escalar de γ , conforme mostrado pelas Equações (8) e (9) e apresentado por TROFINO (2005).

$$v(x) = x'Px \quad (8)$$

$$\gamma > 0 \quad (9)$$

Segundo CHILALI (1996), quando é realizada a substituição do sistema em espaço de estados a ser trabalhado, pode-se obter a LMI mostrada pela Equação (10). Vale ressaltar que neste trabalho foi realizado o controle H_∞ sub-otimo, em que se tem um valor baixo de γ , mas este não é minimizado.

$$\min \gamma^2 = \begin{cases} P = P' > 0 \\ \begin{vmatrix} A'P + PA & * & * \\ B'_w P & -\gamma^2 I & * \\ C & D_w & -I \end{vmatrix} < 0 \end{cases} \quad (10)$$

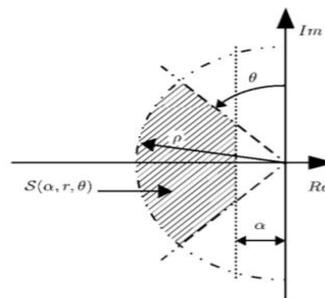
No qual o símbolo * representa o bloco simétrico transposto.

Segundo FARIA (2005), a técnica denominada por D-Estabilidade, a segunda técnica utilizada, tem como objetivo adicionar critérios de desempenho desejados, como tempo de estabelecimento, em que somente com a alocação de polos no plano complexo geralmente estes critérios são atendidos. Segundo SAMPAIO (2012), para realizar esta ação é necessário que os números complexos $x \pm yj$ satisfaçam a Equação (11).

$$S(\alpha, \rho, \theta) = \begin{cases} x < -\alpha < 0 \\ |x + yj| < \rho \\ \tan(\theta) x < -|y| \end{cases} \quad (11)$$

Conforme dito por CHILALI (1996), através dos parâmetros da Equação (11) é possível a criação de uma região de auxílio para a alocação de polos, mostrada na Figura 2.

Figura 2 - Região $S(\alpha, \rho, \theta)$.



Fonte: FARIA (2005).

As LMIs, apresentadas por MORAES (2019) e SAMPAIO (2012), para um controlador que utilize D-Estabilidade com ganho por realimentação são descritos pelas Equações (12), (13) e (14), enquanto as variáveis W_{DE1} e W_{DE2} são descritas pelas Equações (15) e (16). A Equação (17) apresenta o ganho obtido.

$$AW + WA' + B_u Y + Y' B_u + 2W \alpha < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho W & WA' + Y' B'_u \\ * & -\rho W \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} W_{DE1} & W_{DE2} \\ W_{DE2} & W_{DE1} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

$$W_{DE1} = \cos(\theta) (AW + WA' + B_u Y + Y' B_u) \quad (15)$$

$$W_{DE2} = \sin(\theta) (AW - WA' + B_u Y - Y' B_u) \quad (16)$$

$$K = YW^{-1} \quad (17)$$

Como a resolução destas LMIs tende a ser um processo muito complexo, utilizou-se o software MATLAB®, assim como as bibliotecas *Yalmip*, *RoMipvar* e *Sedumi*, conforme recomendado por AGULHARI (2018) e LÖFBERG (2012).

Para a realização das simulações foram considerados valores relacionados a massa, amortecimento e rigidez mostrados pelas Tabelas 1 e 2, valores que estão disponíveis através de REPINALDO (2018).

Tabela 1 – Dados do Sistema.

Grandeza	Valor
m_1 [g]	4,38262
m_2 [g]	1,93959
k_1 [N/m]	22492,5
k_2 [N/m]	13100
c_1 [N.s/m]	21,66
c_2 [N.s/m]	0,607

Fonte: REPINALDO (2018).

Tabela 2 – Incertezas do Sistema.

Grandeza	Valor
k_1	$\pm 0,23 * k_1$
k_2	$\pm 0,12 * k_2$
c_1	$\pm 0,29 * c_1$
c_2	$\pm 1,78 * c_2$

Fonte: REPINALDO (2018).

Através do programa MATLAB® e das bibliotecas *rolmipvar* e *sedumi* pode-se desenvolver um programa que contivesse as LMIs de ambas as técnicas de controle apresentadas, assim como a transformação do sistema de dois graus de liberdade para o estado modal. A Tabela 3 apresenta os parâmetros utilizados para ambas as técnicas, obtidas através do método empírico. O observador de estados simulado foi criado através do método de LQE (*Linear Quadratic Estimator*).

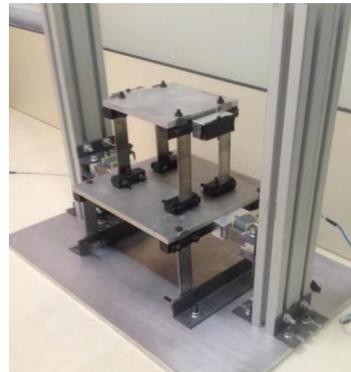
Tabela 3 – Parâmetros para Controle Robusto.

Variável	Valor
γ	0,9
α	4
θ	45°
ρ	45

Fonte: Autoria Própria.

A Figura 3 mostra a bancada experimental de 2-DOF que foi utilizado como base para o projeto, enquanto para a simulação foi utilizado o modelo matemático, através do software *Simulink*®.

Figura 3 – Bancada Experimental de 2-DOF.



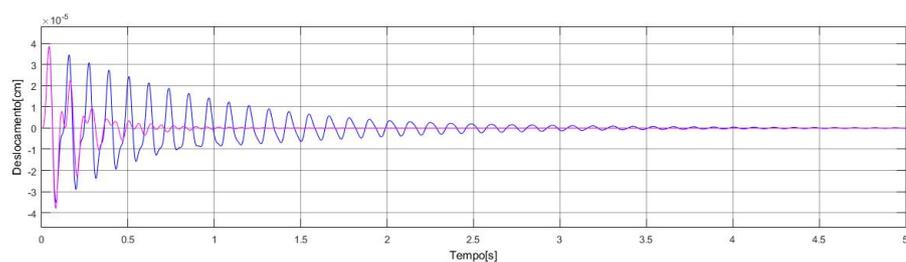
Fonte: Aatoria Própria.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Através do código desenvolvido, foi possível aplicar as técnicas de controle apresentadas e obter um ganho por realimentação dado por: $k = 1000 * [1,3198 \ 7,7741 - 0,0158 - 0,0203]$, no qual o controlador desenvolvido deve garantir a robustez, estabilidade e um melhor desempenho do sistema.

A Figura 4 apresenta o desempenho e a estabilidade do sistema, onde em rosa tem-se o sistema com controlador e em azul tem-se o sistema sem controle. Através da figura em questão pode-se perceber o melhor desempenho quando há a utilização do controlador, uma vez que a linha rosa apresenta picos menores de deslocamento e realiza a convergência para zero mais rápida, ou seja, alcançando uma estabilização mais rápida.

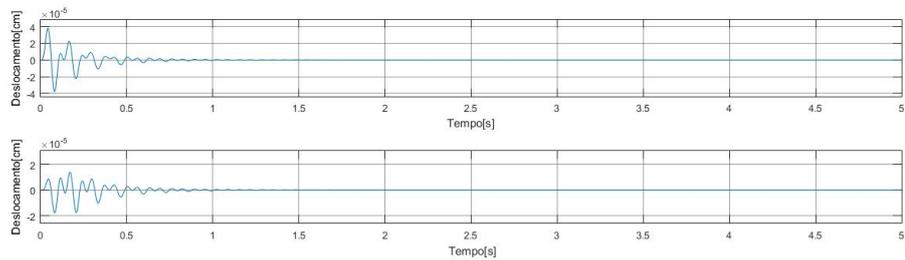
Figura 4 - Desempenho do sistema controlado e não-controlado.



Fonte: Aatoria Própria.

Já a Figura 5 mostra o desempenho do sistema em relação à resposta do observador, na parte superior da figura tem-se o sistema controlado e na inferior tem-se a saída do observador. Pode-se observar o rápido tempo de estabilização de ambos os gráficos, assim como os baixos picos de deslocamento do observador.

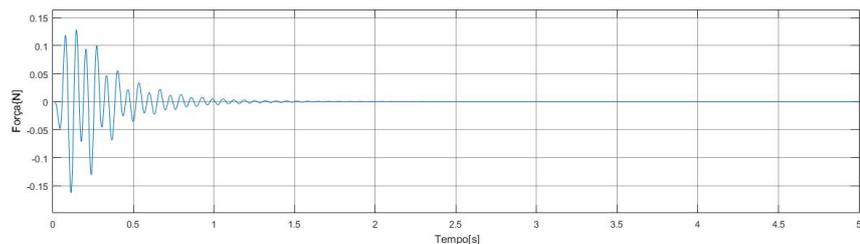
Figura 5 – Desempenho Sistema Controlado e do observador.



Fonte: Autoria Própria.

Na Figura 6, verificou-se a ação de controle exercida no sistema, com o intuito de verificar se o impacto que o controlador exerceria poderia ser aplicado em um sistema real. Através da Figura 6 pode-se perceber que o controlador exercerá uma força pequena no sistema, além desta força ser exercida em um pequeno intervalo de tempo.

Figura 6 – Ação de controle.



Fonte: Autoria Própria.

CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos, pode-se concluir que o controlador desenvolvido atingiu os objetivos propostos de robustez e performance no tempo de estabilização, na qual a Figura 4 é responsável por mostrar estes resultados em que o sistema sem controlador apresenta grandes variações no deslocamento e não chega a estabilizar completamente, enquanto o sistema controlado apresenta um menor valor de deslocamento, além de estabilizar o sistema mais rapidamente. Outro fator a ser considerado no trabalho é verificar se o controlador poderia ser implementado na bancada experimental, e através dos resultados apresentados pela Figura 6, pode-se dizer que a força exercida pelo controlador seria implementável na bancada experimental.

Apesar do resultado ser satisfatório, ainda existe alguns fatores que poderiam afetar a performance do controlador, por exemplo o número de incertezas utilizadas no projeto, o tipo de observador utilizado pelo controlador, além da falta de técnicas de otimização, como o H_2 . Além disso, quando fosse realizado o teste na bancada experimental, poderiam ser necessários ajustes nos valores de algumas grandezas utilizadas.

REFERÊNCIAS

REPINALDO, J.P. **Controle modal aplicado a uma estrutura de 2 graus de liberdade utilizando atuadores eletromagnéticos**. Dissertação de mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2018.

TROFINO, A. **Controle Robusto**. Florianópolis, Agosto 2000.

ZHOU, K., DOYLE, J. C., GLOVER, K. **Robust and Optimal Control**, 1 ed. Prentice Hall, New Jarsey, 1996.

RAO, S.S. **Mecanical Vibrations**. 6. ed. [S. l.]: Pearson, 2017. 1152 p. ISBN 1-292-17860-4.

KING, Diego. **Mixed H2/Hinf Control through Linear Matrix Inequalities for Flexible Structures Vibration Reduction**, 2005. 10.13140/RG.2.1.5008.0725.

Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/283324632_Mixed_H2Hinf_Control_through_Linear_Matrix_Inequalities_for_Flexible_Structures_Vibration_Reduction

. Acesso em: 20 jul. 2020.

CHILALI, M., GAHINET, P. **H ∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach**. IEEE Transactions on Automatic Control 41, 3 (Março 1996), p. 358–367. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/3022474_H_Design_with_Pole_Placement_Constraints_an_LMI_Approach. Acesso em: 26 jul. 2020.

FARIA, F. A. **Alocação de polos com realimentação da derivada dos estados usando LMIs**. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2005. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/87236>. Acesso em: 21 jul. 2020.

SAMPAIO, L., BRITO, M., ALVES, M., MELO, G., CANESIN, C.A. **Robust control applied to power flow control in single-phase inverter with LCL filter, using droop control and D-stability**. 2012 10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, INDUSCON 2012. 1-8. 10.1109/INDUSCON.2012.6451392. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/260741717_Robust_control_applied_to_power_flow_control_in_single-phase_inverter_with_LCL_filter_using_droop_control_and_D-stability. Acesso em: 22 jul. 2020.

MORAES, M.A., RIBEIRO, J.M., BUZETTI, A. **Projeto via LMIs de Controlador H ∞ Chaveado para Sistemas Incertos, Aplicado ao Sistema 2 DOF Ball Balancer com**

D-estabilidade. In: ANAIS DO 14º SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, Ouro Preto, 2019. Disponível em:
<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/191643>. Acesso em: 21 jul. 2020.

AGULHARI, C.M., FELIPE, A., OLIVEIRA, R.C.L.F., PERES P.D.L *Manual of “The Robust LMI Parser”* – Version 3.0, Outubro 2018. Disponível em:
http://www.dt.fee.unicamp.br/~agulhari/softwares/manual_rolmip.pdf. Acesso em: 26 jul. 2020.

LÖFBERG, J. *Automatic robust convex programming. Optimization methods and software* 27, 1 (2012), p. 115–129. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/228967855_Automatic_robust_convex_programming. Acesso em: 18 jul. 2020.