



Desenvolvimento de um Aplicativo Simulador de Entrada-Saída Periódica de Circuito Elétrico RLC Série (MMA-SESPC).

Development of a RLC Series Electric Circuit Periodic Input-Output Simulator Application (MMA-SESPC).

Paulo Roberto Machado Silva Junior
pjunior.2018@alunos.utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil

Flávio Luiz Rossini

flrossini@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil

Lucas Pawelski

pawelski@alunos.utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil.

RESUMO

O aplicativo Métodos de Matemática Aplicada Simulador de Entrada-Saída Periódica de Circuito (MMA-SESPC), foi desenvolvido para ajudar estudantes das áreas de exatas e tecnológicas, quanto a compreensão da Série de Fourier e a análise de resultados gráficos nos domínios do tempo e da frequência. O aplicativo MMA-SESPC é composto por três abas, denominadas de: Entrada, Saída e Espectro. Na aba Entrada, disponibilizou-se um conjunto de sinais simples e compostos passíveis de parametrização. Na aba Saída, deve-se selecionar uma das topologias disponíveis, R, RC, RL e RLC, entrar com os valores correspondentes dos componentes e escolher o tipo de saída, dentre tensões nos componentes e corrente elétrica no circuito. Já na aba Espectro, são apresentados os gráficos de amplitudes e fase dos sinais de periódicos de entrada ou de saída, conforme escolha do usuário. Esse aplicativo, busca minimizar o tempo de construção gráfica relacionada a Série de Fourier e potencializar a compreensão dos conceitos da série. Na última seção do artigo, será mostrado um estudo de caso, para ilustrar o uso do aplicativo MMA-SESPC.

PALAVRAS-CHAVE: Aplicativo MMA-SESPC. Circuito Elétrico RLC série. Série de Fourier.

ABSTRACT

The Applied Mathematics Methods Simulator of Periodic Circuit Input-Output (MMA-SESPC) application was developed to help students in the exact and technological fields, regarding the understanding of the Fourier Series and the analysis of graphic results in the domains of time and of the frequency. The MMA-SESPC application is composed of three tabs, called: Input, Output and Spectrum. On the Input tab, a set of simple and composite signals that can be parameterized was made available. On the Output tab, select one of the available topologies, R, RC, RL and RLC, enter the corresponding component values and choose the type of output, among component voltages and electrical current in the circuit. On the Spectrum tab, the amplitude and phase graphs of the periodic input or output signals are presented, as chosen by the user. This application seeks to minimize the time of graphic construction related to the Fourier Series and enhance the understanding of the series' concepts. In the last section of the article, a case study will be shown to illustrate the use of the MMA-SESPC application.

KEYWORDS: MMA-SESPC application. Series RLC Electrical Circuit. Fourier series.



INTRODUÇÃO

No ano de 1807 a Academia de Ciências da França recebia a apresentação do artigo de Fourier, onde dava início ao grandioso passo como matemático. Segundo (EVES. 2004, p. 526):

No desenvolvimento do artigo, Fourier fez a surpreendente afirmação de que toda função definida num intervalo finito por um gráfico descrito arbitrariamente pode ser decomposta numa soma de funções seno e cosseno. Para ser mais explícito, ele afirmou que uma função qualquer, não importa quão caprichosamente seja definida no intervalo $(-\pi, \pi)$, pode ser representada nesse intervalo por somatório de senoides harmonicamente relacionadas.

Com essa afirmação, os avaliadores da Academia de Ciências da França, dentre eles Laplace, Lagrange e Legendre encararam o seu artigo com suspicácia, culminando no seu indeferimento.

As Séries Trigonométricas de Fourier aplicadas à sistemas lineares e invariantes no tempo (LIT), resultam hoje em uma das principais ferramentas que levaram ao avanço de diversas tecnologias, tanto na matemática, como em áreas aplicadas a física e a engenharia (OPPENHEIM, et al. 2010).

A descoberta da Série de Fourier permitiu a análise de funções com intervalos definidos e reais (R). Através desta Série é possível realizar a representação de um sinal qualquer, a partir de uma soma infinitas de exponenciais complexas (EPSTEIN. 2007).

A utilidade tanto da série, como da transformada de Fourier para sinais aperiódicos no domínio do tempo, levou ao desenvolvimento da Transformada Rápidas de Fourier (Fast Fourier Transform) - FFT no tempo discreto, desenvolvidas de forma independente por Cooley e Tukey em 1965. A FFT representa um enorme passo no avanço do Processamento Digital de Sinais, descrita pelo Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos como um dos dez algoritmos mais importantes do século 20 (MADEY, et al. 2010).

Uma utilização da FFT recentemente foi mostrada por (BRINGEL, VASCONCELOS, COSTA. 2017), onde utilizaram esta ferramenta para análise de sinais de eletrocardiograma visando encontrar patologias como arritmia e taquicardia.

Segundo (MARCELINO, MAGALHÃES. 2018), a FFT também se encontra presente em simulações da propagação de pulsos em uma fibra óptica monomodo sobre efeitos dispersivos e não lineares, verificando-se através de simulações fidedignas, que esse modo de propagação apresenta ótima conservação de energia.

Uma outra utilização da FFT foi mostrada por (AZEVEDO, ROMÃO, MENEGATTI. 2019), onde utilizando a ferramenta para análise, conseguiram reduzir a Taxa de Distorção Harmônica (TDH) em sistemas elétricos de corrente alternada de 71% para 11%.

Atualmente existem diversos meios computacionais para obter um sinal por meio de Série de Fourier, o grande problema encontrado na maioria desses aplicativos é a falta de representação analítica que grande parte deles não apresentam. Além disso, quando a resposta analítica é suprida, faltam aplicações em circuitos elétricos para estes sinais de entrada, tornando-se assim ferramentas incompletas.

Tendo em vista a importância dessa ferramenta, foi projetado e desenvolvido o aplicativo MMA-SESPC. Seu propósito é calcular analiticamente e representar sinais gráficos relacionado a circuitos elétricos conectados em série de até segunda ordem sob influência de entrada periódica. Com isso, essa ferramenta facilita o aprendizado dos alunos das áreas de exatas e tecnológicas.

O presente artigo apresentará inicialmente as notações usadas para representações por Séries de Fourier, posteriormente será abordado o desenvolvimento do aplicativo, sua interface e suas principais funções. Por fim, será introduzido um estudo de caso para apresentar uma real aplicação do MMA-SESPC.



MATERIAIS E MÉTODOS

O aplicativo tem a finalidade representar através da Série de Fourier, sinais de entrada que possuem comportamento periódico de tempo contínuo, essa pode ser comprovada se, para algum valor positivo de T_0 :

$$x(t) = x(t + T_0), \forall t \quad (1)$$

sendo, $x(t)$ o sinal periódico de tempo contínuo, T_0 o período fundamental e t a variável de tempo contínuo.

As Séries de Fourier estão fundamentadas na matemática e aplicadas em diversas engenharias ao longo do tempo, assim há necessidade de unificar as notações usadas para a série. Frequentemente, usa-se a Série Complexa de Fourier para desenvolvimento de aplicações, da forma:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2)$$

sendo, $x(t)$ o sinal periódico de tempo contínuo, n pertence ao conjunto dos números inteiros, ω_0 a frequência fundamental e j é igual a $\sqrt{-1}$.

O parâmetro D_n mostrado na Equação (2), o qual resulta na amplitude e fase da série, pode ser calculado como:

$$D_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (3)$$

Na próxima seção, será realizado um estudo de caso, sendo a Série de Fourier aplicada a um circuito elétrico RLC série com uma entrada do tipo Porta Retangular Periódica.

APLICAÇÃO DA SÉRIE A CIRCUITOS ELÉTRICOS

Uma das principais aplicações da Série de Fourier na área de Engenharia Elétrica, ocorre na análise de circuitos elétricos. Assim, para seu desenvolvimento, descreve-se o sinal de entrada por meio da Série Complexa de Fourier, em seguida, multiplica-se a função de transferência do circuito pelo sinal de entrada. A análise é realizada ao substituir $s = nj\omega_0$, na função de transferência.

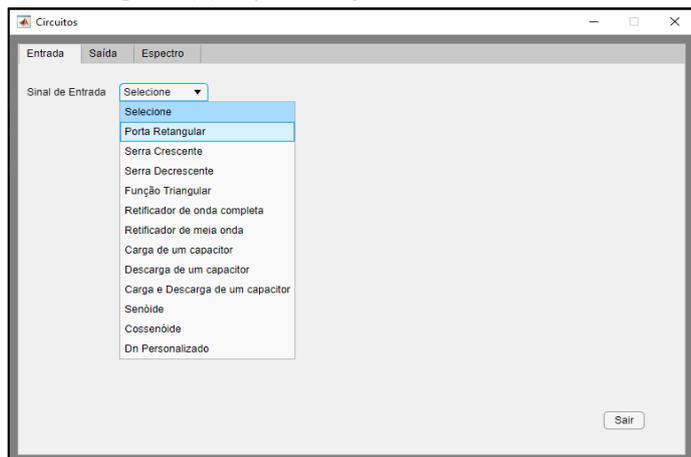
O aplicativo MMA-SESPC, é dividido em três abas, sendo elas: Entrada, Saída e Espectro. A aba Entrada possui um menu de seleção para escolher qual será o sinal de entrada utilizado, este programa foi projetado para trabalhar com 11 formas diferentes de sinais predefinidos e uma entrada personalizada, como pode ser visto na Figura 1(a).

A funcionalidade da tela de Entrada, Figura 1(a), é para configurar o sinal de excitação do circuito elétrico. Ainda, nessa aba é possível selecionar e parametrizar os critérios, de forma rápida e intuitiva.

Na Figura 1(b), ilustra-se a aba Saída, que é a responsável pelos cálculos de resposta para o sistema, nessa pode-se obter: a tensão no indutor, tensão no capacitor, tensão no resistor e a corrente total do circuito. O esquemático presente na aba Saída, pode assumir as seguintes topologias de circuitos elétricos: resistor (R), resistor e capacitor (RC), resistor e indutor (RL) e resistor, indutor e capacitor (RLC).

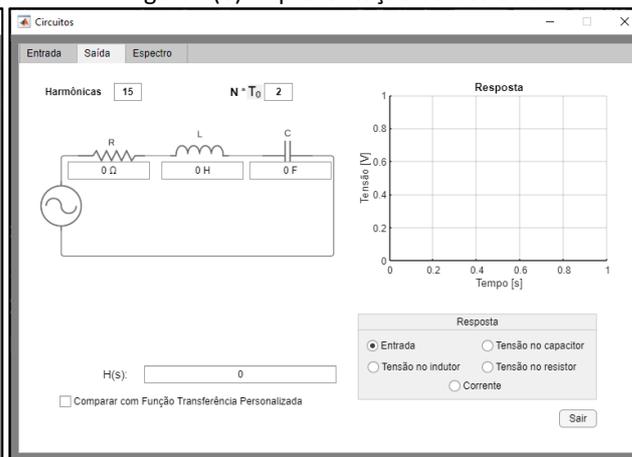


Figura 1(a) - Apresentação da aba Entrada.



Fonte: Autoria própria (2021).

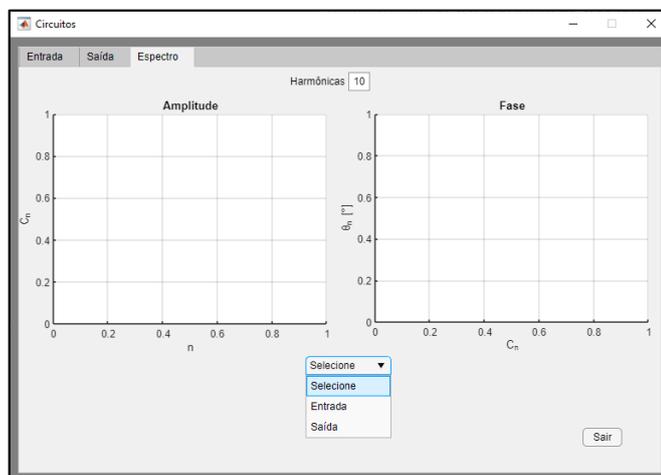
Figura 1(b) - Apresentação da aba Saída.



Fonte: Autoria própria (2021).

A aba Espectro é o ambiente onde são mostradas as amplitudes e fases dos sinais de entrada e de saída, essa aba é mostrada na Figura 2.

Figura 2 - Apresentação da aba Espectro.



Fonte: Autoria própria (2021).

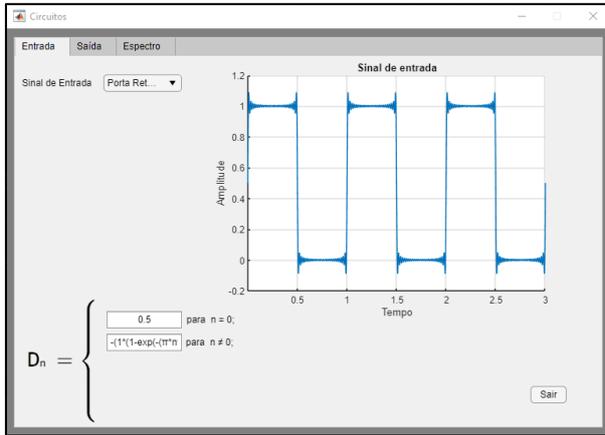
Através da aba Espectro, é possível visualizar a resposta em frequência dos sinais de entrada e de saída.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para esse trabalho, foi desenvolvido um estudo de caso, escolhendo uma aplicação para um circuito RLC, onde foi considerado uma entrada do tipo Porta Retangular com as seguintes características: Amplitude de 1 V, Período Fundamental (T_0) igual a 1 s e Período Ligado de 0,5 s.

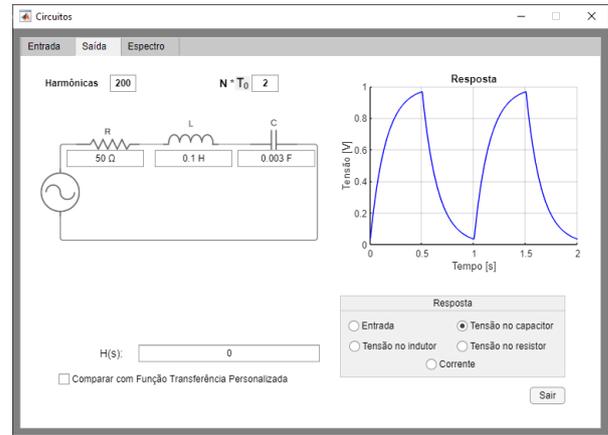
Após a definição dos parâmetros de entrada, a janela foi atualizada e a aba Entrada mostrada na Figura 3(a).

Figura 3(a) - Sinal de entrada calculado.



Fonte: Autoria própria (2021).

Figura 3(b) - Análise da saída.



Fonte: Autoria própria (2021).

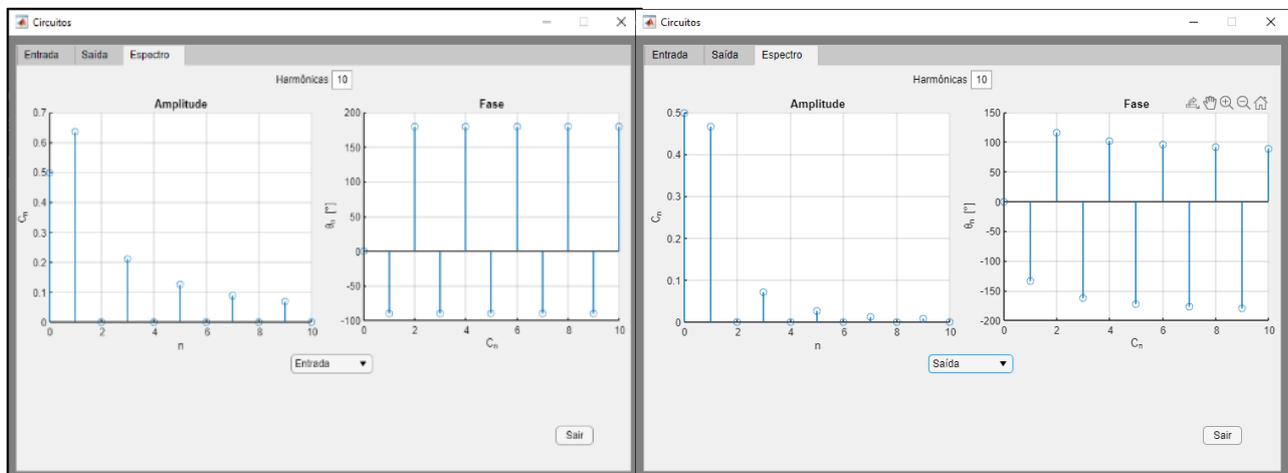
Note que calculado, a aba Entrada passou a apresentar o gráfico referente ao sinal de entrada, juntamente com o coeficiente D_n que pode ser usado para checagem de respostas obtidas manuscritas.

Essa entrada foi aplicada ao circuito cujos parâmetros são: Resistência (R) igual a 50Ω , Indutância (L) de 100 mH e Capacitância (C) de 3 mF .

A Figura 3(b) mostra a atribuição dos valores, juntamente com o preenchimento dos limites das harmônicas e a quantidade de vezes que o período fundamental será impresso (através da caixa de texto $N * T_0$). Para esse estudo, foi considerado a saída sendo a tensão no capacitor.

Ao realizar a análise do espectro, primeiramente, foi necessário escolher qual sinal era de interesse para ser analisado. Nesse trabalho foi analisado ambos sinais, entrada e saída para 10 harmônicas. A Figura 4 traz o resultado obtido através da análise espectral para ambos sinais.

Figura 4 - Análise espectral para o sinal de entrada e o sinal de saída.



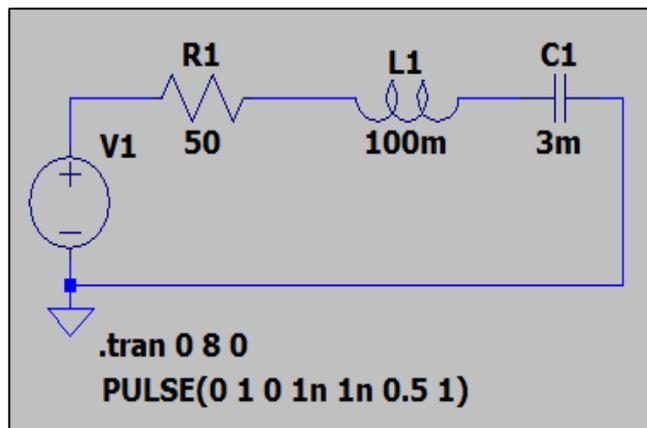
Fonte: Autoria própria (2021).

Analisando o resultado presente na Figura 6, é possível perceber que este condiz com a teoria, pois, um sinal do tipo Porta Retangular com um deslocamento possui apenas harmônicas ímpares, com a exceção do

nível CC que é igual ao valor do offset. Consequentemente em um sistema LIT, a resposta apresenta o mesmo comportamento.

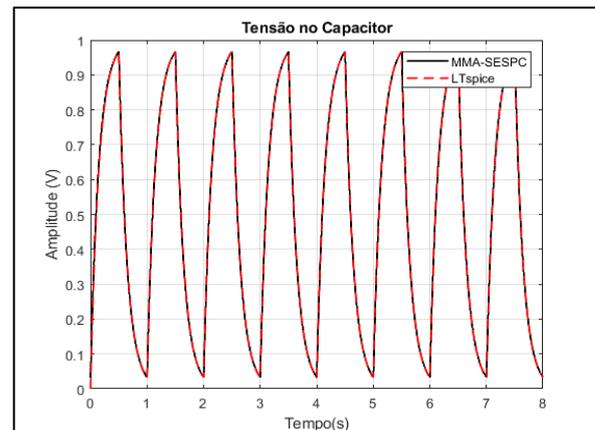
Com o intuito de validar os resultados, foi utilizado um simulador de circuitos elétricos amplamente conceituado no ramo, o LTspice XVII desenvolvido pela Analog Devices. O LTspice foi escolhido por ser um software extremamente versátil, através dele foi possível obter resposta temporal gerada pelo sistema. Através do software LTspice foi realizada a montagem do circuito proposto na Figura 3(b), este circuito é mostrado na Figura 5(a).

Figura 5(a) - Circuito montado no LTspice.



Fonte: Autoria própria (2021).

Figura 5(b) - Comparação dos resultados no domínio temporal.



Fonte: Autoria própria (2021).

Inicialmente, com o circuito montado no simulador LTspice e com a ajuda do software MATLAB, foi comparado sua resposta com as obtidas pelo MMA-SESPC, porém, vale ressaltar que existe uma divergência inicial entre estes gráficos, como pode ser visto na Figura 5(b).

Essa mínima divergência gráfica inicial, ocorre devido ao software LTspice mostrar a resposta transiente do circuito, enquanto o aplicativo MMA-SESPC fica encarregado apenas de mostrar a resposta em regime estacionário. Após o transitório, é possível notar que as curvas se sobrepõem, confirmando assim, a eficácia do app.

CONCLUSÃO

As aplicações das Séries de Fourier são muito relevantes para o desenvolvimento das áreas da ciência, em especial das tecnológicas e aplicadas. Assim, permitem representar um sinal periódico como uma soma infinita de exponenciais complexas.

Visto que os cálculos dos coeficientes das séries são sempre onerosos de serem obtidos, por envolverem de alto grau de habilidade nos cálculos. O aplicativo se torna conveniente na validação de resultados, pois a resposta esperada é de fácil análise gráfica.

Portanto, a utilização do aplicativo MMA-SESPC é indicada para checagem de gabarito de questões em disciplinas da engenharia ou áreas aplicadas, que usam a Série de Fourier para análise de comportamentos temporal ou espectral.



SEI-SICITE 2021

Pesquisa e Extensão para um
mundo em transformação

XI Seminário de Extensão e Inovação
XXVI Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica
08 a 12 de Novembro - Guarapuava/PR



AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento do aplicativo foi apoiado pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão através dos editais PROGRAD 38/2020 e 26/2021, sem esse fomento seria impossível a elaboração do mesmo. Agradecemos também ao professor Dr. Flávio Luiz Rossini, pelo trabalho realizado como orientador.



REFERÊNCIAS

AZEVEDO, G. T.; ROMÃO, E. C.; MANEGATTI, C. R. **Correção de distorções harmônicas em sistemas elétricos através de interferência destrutiva**. Revista Brasileira de Ensino de Física [online]. 2019, v. 41, n. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2018-0278>. Acessado em 28 de agosto de 2021.

BRINGEL, J. F.; VASCONCELOS, P. H. F.; COSTA, M. M. **Aplicação de Transformada Rápida de Fourier em sinais de Eletrocardiograma**. IFTO. 2017. Disponível em: <https://propi.ifto.edu.br/ocs/index.php/jice/8jice/paper/viewFile/8592/3878>. Acessado em: 28 de agosto de 2021.

EPSTEIN, C. L. **Introduction to the Mathematics of Medical Imaging**. Society for Industrial and Applied Mathematics. 2007. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/9780898717792.ch7>. Acessado em: 15 de agosto de 2021.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Editora da Unicamp, 2004. Tradução de Hygino H. Domingues.

MADEY, G.; XIANG, S.; CABANISS, S. E.; HUANG, Y. **Agent-Based Scientific Simulation" in Computing in Science & Engineering**, vol. 2, no. 01, pp. 22-29, 2005.

MARCELINO, Lucas Rodrigues; MAGALHAES, Francisco Tadeu de Carvalho Belchior. **Simulação da propagação da luz em fibras ópticas utilizando o método Split-Step Fourier e suas variações**. IFCE. 2018. Disponível em: <http://prpi.ifce.edu.br/nl/lib/file/doc3289-Trabalho/Relat%F3rio%20Final%20pibic.pdf%3E>. Acessado em: 28 de agosto de 2021.

OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; HAMID, S.; NAWAB, S. H. **Sinais e Sistemas**. 2ª Edição, Pearson, 2010.