Modelagem matemática do estimador de estados dos mínimos quadrados ponderados usando a ferramenta AMPL

Pamela Maria Alves dos Santos
pamelas@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Medianeira, Paraná, Brasil

Hugo Andrés Ruiz Flórez
hugoflorez@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Medianeira, Paraná, Brasil

RESUMO

OBJETIVO: Este artigo propõe a resolução do modelo matemático do estimador de estado dos mínimos quadrados ponderados e do problema do fluxo de carga nos sistemas elétricos de potência para o modelo matemático do método de Newton-Raphson, de forma a comparar os resultados do estimador em relação ao método do fluxo de carga. **MÉTODOS:** Os algoritmos dos modelos matemáticos desenvolvidos foram implementados com a utilização da linguagem de programação matemática AMPL os quais foram testados e analisados através de um sistema-teste de cinco barras disponível na literatura. **RESULTADOS:** Para cada método desenvolvido foram encontrados os dados de tensão e potência para cada barra que compõe o sistema. **CONCLUSÕES:** Os resultados obtidos pelo estimador de estado em relação aos resultados do método de Newton-Raphson foram satisfatórios, destacando a aplicabilidade da estimação de estado.

PALAVRAS-CHAVE: Sistemas elétricos de potência. Estimação de Estado. Mínimos quadrados.

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas elétricos de potência (SEP) são subdivididos em transmissão, sub-transmissão, distribuição e sistemas de geração, sendo que a operação do SEP é feita nos centros de controle pelos operadores do sistema. O principal objetivo do operador do sistema é manter o sistema operando em um estado seguro e normal, que é caracterizado pelo suprimento de potência a todas as cargas sem que os geradores excedam as restrições de operação (EXPOSITO, 2004).

Para garantir as condições normais e seguras do SEP é necessário a realização de uma monitoração contínua das condições do sistema que pode ser feita através da estimação de estado, que é a representação matemática em tempo real das condições atuais em uma rede de energia através de medições realizadas em um determinado intervalo de tempo. Tais medições instantâneas são compostas por medidas analógicas e digitais (MONTICELLI, 2000).

A maioria dos programas para a estimação de estado são modelados como sistemas compostos por equações não lineares e resolvidos pelo método dos mínimos quadrados ponderados (MQP), o qual é formulado como um problema de otimização matemática com uma função objetivo quadrática e sujeito a condições de igualdade e/ou desigualdade (MONTICELLI, 2000).

Será realizado a comparação dos dados obtidos através da estimação de estado em relação aos dados obtidos pelo método de Newton-Raphson aplicado ao fluxo de carga, que é caracterizado pela aplicação da expansão da série de Taylor para funções de duas ou mais variáveis (STEVENSON, 1986).

Desta forma, o presente projeto de iniciação científica propõe-se a implementar o algoritmo do modelo matemático, tanto para o estimador de estado, quanto para Newton-Raphson, através da linguagem de programação AMPL (*A Modeling Language for Mathematical Programming*) com o auxílio do *solver* Knitro. Onde os algoritmos implementados foram validados por meio de um sistema-teste encontrado na literatura.

2 MÉTODOS

Para este projeto de iniciação científica inicialmente foi definido a representação matemática do método de Newton-Raphson para o problema de fluxo de carga em SEP, a qual é mostrada por meio do seguinte modelo:

$$\min \sum_{\forall i \in \Omega B} \Delta P_i^2 + \sum_{\forall i \in \Omega B} \Delta Q_i^2 \tag{1}$$

sujeito a

$$\Delta P_i = P_i^G - P_i^D - P_i^{calc}, \quad \forall i \in \Omega B \tag{2}$$

$$\Delta Q_i = Q_i^G - Q_i^D - Q_i^{calc}, \quad \forall i \in \Omega B \tag{3}$$

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{\forall m \in \Omega B \\ m \neq i}} V_i V_m (G_{im} \cos\theta_{im} + B_{im} \sin\theta_{im}), \quad \forall i \in \Omega B \tag{4}$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + \sum_{\substack{\forall m \in \Omega B \\ m \neq i}} V_i V_m (G_{im} \sin\theta_{im} - B_{im} \cos\theta_{im}), \quad \forall i \in \Omega B \tag{5}$$

A função objetivo para modelo do método de Newton-Raphson é apresentada na Equação (1), a qual pretende minimizar os desvios de potência ativa e reativa nas barras do sistema. As Equações (2) e (3) calculam os desvios de potência ativa e reativa, sendo estes cálculos realizados pela diferença entre as potências especificadas e as calculadas para cada barra do SEP. Por fim, as Equações (4) e (5) realizam o cálculo da potência ativa e reativa para cada barra do sistema.

Posteriormente foi definido a representação matemática do método do estimador de estado dos MQP, cujo modelo é apresentado a seguir:

$$\min \sum_{\forall m,i,j \in \Omega M} W_{m,i,j} r_{m,i,j}^2 \quad (6)$$

sujeito a

$$r_{m,i,j} = Z_{m,i,j}^{med} - Z_{m,i,j}^{cal} \quad (7)$$

$$Z_{m,i,j}^{cal} = V_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{\forall k \in \Omega B \\ k \neq i}} V_i V_k (\mathrm{G}_{ik} \cos\theta_{ik} + \mathrm{B}_{ik} \sin\theta_{ik}), \quad \forall m = 1 \quad (8)$$

$$Z_{m,i,j}^{cal} = -V_i^2 B_{ii} + \sum_{\substack{\forall k \in \Omega B \\ k \neq i}} V_i V_k (\mathrm{G}_{ik} \sin\theta_{ik} - \mathrm{B}_{ik} \cos\theta_{ik}), \quad \forall m = 2 \quad (9)$$

$$Z_{m,i,j}^{cal} = V_i^2 \,\mathrm{g}_{ij} - \mathrm{V}_i \mathrm{V}_j \mathrm{g}_{ij} \cos\theta_{ij} - \mathrm{V}_i \mathrm{V}_j b_{ij} \sin\theta_{ij}, \quad \forall m = 3 \quad (10)$$

$$Z_{m,i,j}^{cal} = -V_i^2 (\mathrm{b}_{ij} + \mathrm{b}_{ij}^{sh}) + \mathrm{V}_i \mathrm{V}_j b_{ij} \cos\theta_{ij} - \mathrm{V}_i \mathrm{V}_j g_{ij} \sin\theta_{ij}, \quad \forall m = 4 \quad (11)$$

$$Z_{m,i,j}^{cal} = V_i \,, \quad \forall m = 5 \quad (12)$$

Onde o elemento de ponderação $W_{m,i,j}$ é calculado como o inverso do quadrado do desvio padrão de cada medida, como é mostrado na Equação (13).

$$W_{m,i,j} = \frac{1}{dp_{m,i,j}^2} \quad (13)$$

O modelo do estimador de estado apresenta como função objetivo a Equação (6) que possui a finalidade de minimizar os desvios das medidas do sistema através da multiplicação do erro de cada medida com o seu respectivo elemento de ponderação. A Equação (7) apresenta o cálculo dos erros das medidas do sistema através da diferença entre o valor medido e o calculado. As Equações (9) e (10) apresentam o cálculo da potência ativa e reativa para cada medida com índice *m* igual a 1 e 2, respectivamente. Já as Equações (11) e (12) calculam o fluxo de potência ativa e reativa para as medidas que com índice *m* igual a 3 e 4, respectivamente. Por fim, a Equação (12) calcula a tensão para as medidas com o índice *m* igual a 5.

Após a definição dos modelos matemáticos os algoritmos foram implementados no AMPL, através dos quais foram obtidas as soluções para o sistema-teste de 5 barras utilizado no projeto, o qual é apresentado por Stagg e El-Abiad (1968).

Os resultados para o método de estimação de estado dos MQP foram validados com a comparação em relação aos resultados do método de Newton-Raphson, com o intuito de evidenciar a aplicabilidade da estimação de estado.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos matemáticos desenvolvidos para o método de Newton-Raphson e para o estimador de estado dos MQP foram implementados através da linguagem de programação AMPL, como estes apresentam equações não-lineares foi utilizado o *solver* Knitro para a obtenção dos resultados.

Os dados de entrada para o modelo de Newton-Raphson são mostrados nas Tabelas 1 e 2, sendo que na Tabela 1 são mostrados os dados de barra e na Tabela 2 são mostrados os dados de linha do sistema-teste de 5 barras.

Tabela 1 – Dados de barras do sistema-teste em p.u.

Barra	Tipo	P_i^G[p.u.]	Q_i^G[p.u.]	P_i^D[p.u.]	Q_i^D[p.u.]	V_i^{esp}[p.u.]	Θ_i^{esp}[p.u.]
1	VΘ	0,00	0,00	0,00	0,00	1,06	0,00
2	PQ	0,40	0,30	0,20	0,10	1,04	0,00
3	PQ	0,00	0,00	0,45	0,15	1,00	0,00
4	PQ	0,00	0,00	0,40	0,05	1,00	0,00
5	PQ	0,00	0,00	0,60	0,10	1,00	0,00

Fonte: Stagg e El-Abiad (1968).

Tabela 2 – Dados de linha do sistema-teste em p.u.

Linha	i	j	R_{ij}[p.u.]	X_{ij}[p.u.]	Y_{ij}^{sh}[p.u.]
1	1	2	0,020	0,060	0,030
2	1	3	0,080	0,240	0,025
3	2	3	0,060	0,180	0,020
4	2	4	0,060	0,180	0,020
5	2	5	0,040	0,120	0,015
6	3	4	0,010	0,030	0,010
7	4	5	0,080	0,030	0,025

Fonte: Stagg e El-Abiad (1968).

A Tabela 3 mostra os dados de entrada para o estimador de estado dos MQP.

Tabela 3 – Dados de entrada em p.u. para o estimador de estado para o sistema-teste

m	i	j	Z_{mij}^{med} [p.u.]	dp_{mij}	m	i	j	Z_{mij}^{med} [p.u.]	dp_{mij}
1	1	2	1,2962	0,01	1	2	2	0,2000	0,01
1	3	3	-0,4500	0,01	1	4	4	0,4000	0,01
1	5	5	-0,6000	0,01	2	1	1	-0,0755	0,01
2	2	2	0,2000	0,01	2	3	3	-0,1500	0,01
2	4	4	-0,0500	0,01	2	5	5	-0,1000	0,01
3	5	4	-0,1051	0,08	3	1	3	0,4168	0,08
3	2	5	0,5046	0,08	3	3	4	0,2127	0,08
4	1	3	0,0070	0,08	4	5	4	-0,0019	0,08
4	2	5	0,0953	0,08	4	3	4	-0,0670	0,08
5	2	2	1,0474	0,04	5	3	3	1,0247	0,04
5	4	4	1,0243	0,04	5	5	5	1,0167	0,04

Fonte: Stagg e El-Abiad (1968).

A Tabela 4 apresenta os dados das tensões obtidas para o sistema-teste através dos métodos de Newton-Raphson e de estimação de estado dos MQP.

Tabela 4 – Dados de linha do sistema-teste em p.u.

Newton-Raphson	Estimação de Estado

Barra	V [p.u.]	Θ [º]	V [p.u.]	Θ [º]
1	1,0600	0,0000	1,0604	0,0000
2	1,0474	-2,7745	1,0479	-2,8052
3	1,0247	-5,1355	1,0247	-4,9939
4	1,0243	-5,5147	1,0241	-5,3260
5	1,0167	-5,7933	1,0185	-6,1461

Fonte: Autoria Própria (2017).

Na Tabela 5 são apresentados os valores da função objetivo, o número de iterações e o desempenho computacional do *solver* Knitro para o sistema-teste.

Tabela 5 – Desempenho dos modelos desenvolvidos

Método	Função Objetivo	Número de Iterações	Tempo Computacional [s]
Newton-Raphson	$9{,}9122\text{x}10^{-35}$	3	0,031
Estimação de Estados	0,9043	5	0,009

Fonte: Autoria Própria (2017).

Através da Tabela 4 é verificado a eficácia do método de estimação de estado dos MQP, visto que os resultados obtidos para as tensões apresentaram grande precisão em relação ao método de Newton-Raphson. Na Tabela 5 é possível observar que as funções objetivo não convergiram para o mesmo resultado, pois a função objetivo do método de estimação de estado envolve o elemento de ponderação que possuí um valor alto. O estimador de estado teve mais iterações e menor tempo computacional para a convergência.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo comparar os resultados obtidos pelo estimador de estado dos mínimos quadrados em relação aos resultados do método de Newton-Raphson para o problema de fluxo de carga.

As funções objetivo dos dois métodos convergirão para resultados diferentes, o que já era esperado devido ao modelo do método de estimação de estado dos MQP, cuja função objetivo envolve os elementos de ponderação que possuem valores elevados.

Através dos resultados obtidos é possível concluir o bom desempenho do método de estimação de estado dos MQP, tanto para a determinação do estado operacional do sistema, quanto em relação ao seu desempenho computacional.

Mathematical modeling of the state estimation of weighted least squares using the AMPL

ABSTRACT

OBJECTIVE: This paper proposes the resolution of the mathematical model of the state estimation of weighted least squares and the load flow problem in the power electric systems for the mathematical model of the Newton-Raphson method, to compare the results of the estimator in relation the load flow method. **METHODS:** The algorithms of the mathematical models developed were implemented using the mathematical programming language AMPL, which were tested and analyzed through a five-bar test system available in the literature. **RESULTS:** For each developed method, the voltage and power data were found for each bar that composes the system. **CONCLUSIONS:** The results obtained by the state estimator in relation to the results of the Newton-Raphson method were satisfactory, highlighting the applicability of the state estimation.

KEYWORDS: Electric power systems. State estimation. Least squares.

REFERÊNCIAS

EXPOSITO, A. G.; ABUR, A. **Power System State Estimation: Theory and Implementation.** Nova York: Marcel Dekker, 2004.

MONTICELLI, A.; Electric Power System State Estimation. PROCEEDINGS OF THE IEEE, v. 88, n. 2, p. 262-282, 2000.

STAGG, G. W.; EL-ABIAD, A. H. **Computer Methods in Power System Analysis**. McGraw-Hill Kogakusha, 1968. p. 283-285.

STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill, 1986. p. 206-216.

Recebido: 31 ago. 2017.

Aprovado: 02 out. 2017.

Como citar:

SANTOS, P. M. A. et al. Modelagem matemática do estimador de estados dos mínimos quadrados ponderados usando a ferramenta AMPL. In: SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DA UTFPR, 22., 2017, Londrina. **Anais eletrônicos...** Londrina: UTFPR, 2017. Disponível em: <https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2017/index. Acesso em: XXX.

Correspondência:

Pamela Maria Alves dos Santos

Avenida Brasil, 4232, Medianeira, Paraná, Brasil.