



# Controle Robusto de Vibrações Aplicados em Estruturas Flexíveis Utilizando Desigualdade Matriciais Lineares

## RESUMO

**Camila Albertin Xavier da Silva**  
[camilaalbertin@hotmail.com](mailto:camilaalbertin@hotmail.com)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

**Edson Hideki Koroishi**  
[edsonh@utfpr.edu.br](mailto:edsonh@utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

As pesquisas em engenharia no desenvolvimento de novas técnicas de controle ativo de vibrações têm tido um aumento expressivo nos últimos anos. O presente trabalho propõe o controle ativo de vibrações em uma viga de material compósito, utilizando atuadores eletromagnéticos, com intuito de obter uma redução na resposta do deslocamento do sistema. A teoria de controle utilizada foi o controle robusto, especificamente o regulador linear quadrático resolvido por desigualdades matriciais lineares, que propõe a possibilidade da otimização de grandezas físicas através da adoção de um índice de desempenho. O atuador eletromagnético foi então linearizado utilizando uma metodologia similar a utilizadas em mancais magnéticos. A vantagem deste tipo de atuador é a aplicação da força de controle sem contato mecânico. Nas simulações numéricas obteve-se a resposta do deslocamento do sistema no domínio do tempo, na qual a vibração do sistema foi atenuada e também obtiveram-se os resultados no domínio da frequência, na qual a função resposta em frequência demonstrou que os dois primeiros modos de vibrar foram atenuados. Desta forma, os resultados obtidos demonstraram a eficiência da técnica proposta no controle ativo de vibrações em uma viga de material compósito.

**PALAVRAS-CHAVE:** Controle Ativo de Vibrações. Controle Robusto. Atuador Eletromagnético. Material Compósito.

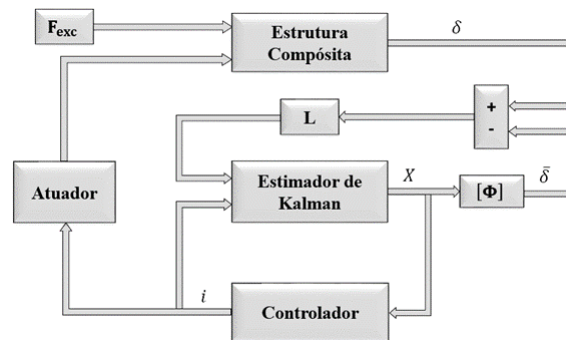
## INTRODUÇÃO

As pesquisas em engenharia visando o desenvolvimento de novas técnicas de controle ativo de vibrações são impulsionadas pela necessidade de se dispor de estruturas leves associadas a um alto desempenho de operação (BUENO, 2007). No contexto destes sistemas mecânicos, este trabalho propõe o uso do controle robusto de vibrações em uma viga de material compósito, utilizando atuadores eletromagnéticos por meio da aplicação do regulador linear quadrático, com o objetivo de analisar o comportamento da resposta dinâmica, visando a atenuação de vibrações e considerando incertezas no modelo.

## MÉTODOS

O sistema de controle é apresentado pela Figura 1.

Figura 1 – Controle ativo modal com realimentação de estados



Fonte: Adaptado de Conceição et al. (2009).

O controle ótimo contribui para a minimização do índice de desempenho levando a otimização das grandezas físicas pré-definidas. O esforço de controle considerando realimentação de estados é dado pela equação (1).

$$\{u(t)\} = -[K]\{x(t)\} \quad (1)$$

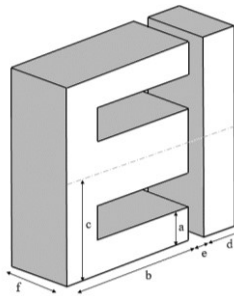
Onde  $[K]$  é a matriz de ganho do controlador. Este controlador foi obtido utilizando o regulador linear quadrático resolvido via desigualdades matriciais lineares (LMIs – do inglês *Linear Matrix Inequalities*). O projeto do controlador robusto presente neste trabalho foi previamente apresentado por Assunção e Teixeira (2001). As condições para a estabilidade no sistema com incertezas politópicas é apresentada na equação (2).

$$[A_i][X][B_i][G] + [X][A_i]^T - [G]^T[B_i]^T < 0, \quad [X] > 0 \quad (2)$$

Sendo  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[G]$ ,  $[X]$  respectivamente as matrizes dinâmica, de entrada, de ganho e a solução LMI, onde  $i = 1, 2, \dots, m$  e  $m$  é o número de incertezas.

A Figura 2 ilustra o atuador eletromagnético, a metodologia para a obtenção do seu modelo foi apresentada por Morais (2010). Os parâmetros do atuador eletromagnético são apresentados na Tabela 1.

Figura 2 – Modelo do atuador eletromagnético.



Fonte: Koroishi (2013).

Tabela 1 – Parâmetros do núcleo e da bobina.

Parâmetros	Valor
$\mu_0$ (H/m)	$4\pi 10^{-7}$
N (espiras)	250
a (mm)	9,5
b (mm)	38
c (mm)	28,5
d (mm)	8,5
e (mm)	0,1
f (mm)	22,5

Fonte: Koroishi (2013).

A força de atração entre os dois elementos do núcleo eletromagnético é representada pela equação (3).

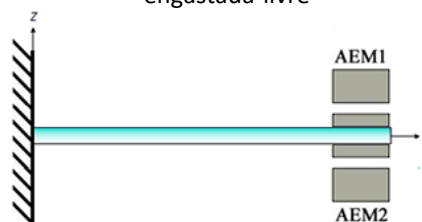
$$F_{AEM} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x_m} = \frac{N^2 I^2 \mu_0 a f}{2 \left( (e \pm \delta) + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^2} \quad (3)$$

Sendo  $\delta$  a variável que se acrescenta ao entreferro para representar a vibração da viga. Nota-se que a amplitude da força  $F_{AEM}$  apresenta uma não linearidade. Diante disto, o modelo do atuador foi linearizado segundo o procedimento apresentado por Koroishi e Steffen Jr (2011) e é apresentada pela equação (4):

$$F_{AEM} = k_i i - k_x x \quad (4)$$

Neste trabalho são utilizados dois atuadores eletromagnéticos (AEM1 e AEM2), nos quais foram posicionados na extremidade livre da viga, conforme a Figura 3, onde se encontram os maiores deslocamentos.

Figura 3. Posicionamento dos atuadores eletromagnéticos na viga de material compósito engastada-livre



Fonte: Autoria Própria

A viga tem 306 [mm] de comprimento, 25,5 [mm] de largura e 1 [mm] de espessura, e é formada por 5 camadas de grafite/epóxi, com as orientações de [45° / 0° / 45° / 0° / 45°] (FARIA, 2006).

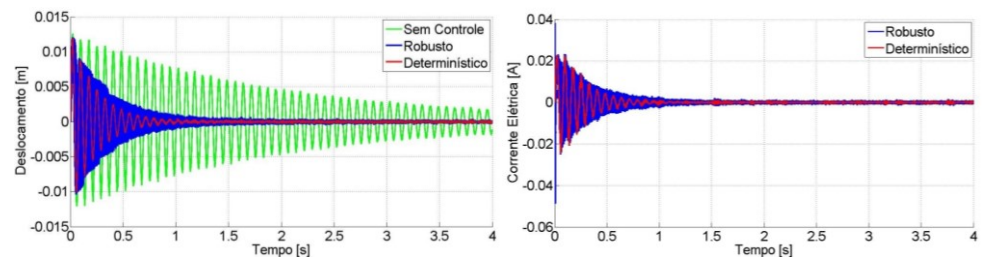
Na simulação numérica foi aplicada uma força de excitação de carga 1 [N]. O atuador eletromagnético é conectado com um sistema de controle ativo. Para uma melhor semelhança possível com o comportamento real, é sobreposto ruídos brancos nos cálculos dos deslocamentos. As incertezas serão aplicadas

considerando variações de  $\pm 10\%$  na matriz [A] no modelo da estrutura compósita, sendo analisado 100 amostras dentro de intervalo de variações.

## RESULTADOS

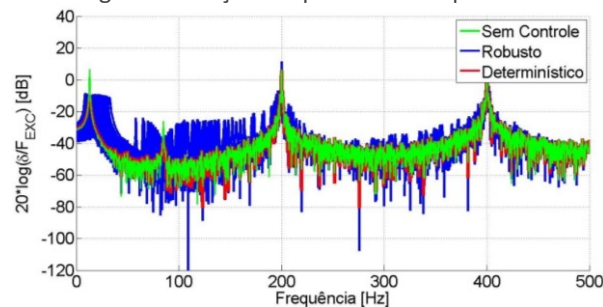
A Figura 4 apresenta a resposta do deslocamento no domínio do tempo e a corrente elétrica, sendo a primeira resposta em três situações, sem controle, com controle robusto e com controle no estado determinístico, em seguida a Figura 5 apresenta a função resposta em frequência, também para as três situações.

Figura 4. Resposta do deslocamento e corrente elétrica no domínio do tempo



Fonte: Autoria Própria.

Figura 5. Função Resposta em Frequência.



Fonte: Autoria Própria.

## DISCUSSÕES

Analisando as respostas da Figura 4, em termos de robustez, o controle atenuou a resposta do sistema em 1 [s] com a presença das incertezas, observa-se também que a corrente elétrica de controle acompanha a resposta de deslocamento, agindo de forma a controlar o sistema. Na Figura 5, em termos de robustez, o envelope azul apresentou a atenuação dos dois primeiros modos, sendo o primeiro atenuado cerca de 16,8 [dB] e o segundo modo atenuado cerca de 11,7 [dB]. Os modos mais elevados não apresentaram excedentes com o uso do controle. Vale destacar, pela análise de controlabilidade, o sistema era controlável considerando apenas os dois primeiros modos do sistema.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nos resultados obtidos nas simulações numéricas, a metodologia se mostrou eficaz, apresentando redução da resposta do deslocamento em um tempo de 1 [s] e mantendo a estabilidade do sistema. Os resultados também

mostraram que a atenuação dos dois primeiros modos, foi suficiente para alcançar o controle satisfatório.

# Robust Control of Vibrations Applied in Flexible Structures Using Linear Matrix Inequality

## ABSTRACT

Engineering research into the development of new techniques for active vibration control has seen a significant increase in recent years. The present work proposes the active vibration control in a beam of composite material, using electromagnetic actuators, in order to obtain a reduction in the response of the displacement of the system. The control theory used was the robust control, specifically the linear quadratic regulator solved by linear matrix inequalities that proposes the possibility of optimizing physical quantities by means the adoption of a performance index. The electromagnetic actuator was then linearized using a methodology similar to that used in magnetic bearings. The advantage of this type of actuator is that applies control force without mechanical contact. From numerical simulations, the system displacement response was obtained in the time domain, in which the vibration of the system was attenuated and also the results were obtained in the frequency domain, that the frequency response function showed that the two first vibration modes were attenuated. Thus, the obtained results demonstrated the efficiency of the proposed technique in the active control of vibrations in a beam of composite material.

**KEYWORDS:** Active Vibration Control. Robust Control. Electromagnetic Actuator. Composite Material.

---

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação Araucária pelo suporte financeiro para a realização do trabalho.

## REFERÊNCIAS

ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. **Projeto de Sistema de Controle via LMIs usando o MATLAB**, APLICON-USP, São Carlos, Brasil, 2001.

BUENO, D. D. **Controle Ativo de Vibrações e Localização Ótima de Sensores e Atuadores Piezelétricos**, Dissertação de Mestrado, I. Solteira, 2007.

CONCEIÇÃO, S. M.; BUENO, B. N.; CAVALINI JR, A. A.; ABREU, G. L., MELO, G. P.; LOPES JR, V., **Model Reduction Methods for Smart Truss like Structure**, Proceedings of 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Bauru, Brasil, 2009.

FARIA, A. W. **Modelagem por elementos finitos de placas compostas dotadas de sensores e atuadores piezolétricos: implementação computacional e avaliação numérica**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 152 f, 2006.

KOROISHI, E. H.; STEFFEN JR, V. **Active Vibration Control Using Electromagnetic Actuator: A simple Model Approach**. 10ª Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações, 2011.

KOROISHI, E. H., **Controle de Vibrações em Máquinas Rotativas utilizando Atuadores Eletromagnéticos**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, 225f, 2013.

MORAIS, T. S. **Contribuição ao Estudo de Máquinas Rotativas contendo não Linearidades**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, 2010.

**Recebido:** 31 ago. 2017.

**Aprovado:** 02 out. 2017.

**Como citar:**

SILVA, C. A. X.; KOROISHI, E.H. Controle Robusto de Vibrações Aplicados em Estruturas Flexíveis Utilizando Desigualdade Matriciais Lineares. In: SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DA UTFPR, 22., 2017, Londrina. **Anais eletrônicos...** Londrina: UTFPR, 2017. Disponível em: <<https://eventos.utfpr.edu.br/sicite/sicite2017/index>>. Acesso em: XXX.

**Correspondência:**

Camila Albertin Xavier da Silva  
Avenida Minas Gerais, 321 apto 31, Centro, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.

**Direito autoral:**

Este resumo expandido está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição-Não Comercial 4.0 Internacional.

