



Estimação da função de transferência a partir do diagrama de Bode

RESUMO

Guilherme dos Santos Correa Leite
guiidm@hotmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procopio, Paraná, Brasil

Vander Teixeira Prado
vanderprado@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procopio, Paraná, Brasil

OBJETIVO: O objetivo deste trabalho é estimar a função de transferência de sistemas através de análises do diagrama de Bode. **MÉTODOS:** Foi utilizado o *software* computacional MATLAB® para gerar os diagramas de Bode e aproximar através do método de Levy a função de transferência. **RESULTADOS:** O método estimou as funções de transferência com precisão até frequências de aproximadamente 10^4 rad/s ($\approx 1600\text{Hz}$). **CONCLUSÕES:** Através deste trabalho foi possível identificar e conhecer as características dos sistemas estudados a partir de seus diagramas de Bode.

PALAVRAS-CHAVE: Estimação da Função de Transferência. Diagrama de Bode. Levy.

INTRODUÇÃO

A função de transferência (FT) de um sistema é definida como a relação entre a transformada de Laplace da saída e a transformada de Laplace da entrada do sistema, admitindo-se todas as condições iniciais nulas. Utilizando o conceito de FT, é possível representar a dinâmica de um sistema por meio de uma equação algébrica no domínio s (frequência obtida pela transformada de Laplace). Se o grau do denominador da FT for igual a n , o sistema será denominado *sistema de ordem n* . Uma vez determinada, a FT fornece a descrição completa das características dinâmicas do sistema. Um diagrama de Bode é constituído por dois gráficos: um representa o módulo (geralmente em decibéis - dB), que é a variação da magnitude entre o sinal de saída e o sinal de entrada, considerando-se uma entrada senoidal, enquanto o outro representa o ângulo de fase em graus, relacionado ao deslocamento do sinal senoidal de entrada. Ambos são traçados em relação à frequência, geralmente em escala logarítmica (OGATA, 2011).

MÉTODOS

Todo o procedimento deste trabalho foi realizado no *software* computacional MATLAB®, usando o método de Levy (LEVY, 1959) como modelo matemático para identificação dos sistemas.

Aplicou-se o método para sistemas de primeira e segunda ordem. Os sistemas propostos são:

$$G(s) = \frac{1}{0.047s + 1} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{s + 1}{0.01s^2 + 0.1s + 1} \quad (2)$$

Os dados de entrada são amostras extraídas a partir do diagrama de Bode teórico de ambos os sistemas. Utilizaram-se, arbitrariamente, 20 pontos da curva para o sistema (1) e 14 para o sistema (2), armazenando: frequência (w) em rad/s, magnitude (mag) em decibéis e ângulo de fase ($fase$) em graus, sendo necessário converter os valores de fase para rad/s e de decibéis para amplitude. Com os dados, usou-se o método de Levy para estimar as FTs, calculando as variáveis R_k , I_k , λ_0 , λ_2 , λ_4 , S_0 , S_2 , S_4 , T_1 , T_2 , T_3 , U_2 , U_4 , pelas seguintes fórmulas:

$$R_k = (mag \text{ de cada } w) \times \cos(fase \text{ de cada } w) \quad (3)$$

$$I_k = (mag \text{ de cada } w) \times \sin(fase \text{ de cada } w) \quad (4)$$

$$\lambda_h = \sum_{k=1}^m w^h \quad (5)$$

$$Sh = \sum_{k=1}^m (w^h x Rk) \quad (6)$$

$$Th = \sum_{k=1}^m (w^h x Ik) \quad (7)$$

$$Uh = \sum_{k=1}^m (w^h x (Rk^2 + Ik^2)) \quad (8)$$

A identificação é realizada conforme a solução do sistema representado em notação matricial por $[M] \times [N] = [C]$, sendo:

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & -\lambda_2 & T_1 & S_2 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & -S_2 & T_3 \\ \lambda_2 & 0 & -\lambda_4 & T_3 & S_4 \\ T_1 & -S_2 & -T_3 & U_2 & 0 \\ S_2 & T_3 & -S_4 & 0 & U_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ T_1 \\ S_2 \\ 0 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

A matriz N representa os coeficientes da função de transferência estimada, sendo:

$$FTe = \frac{A_2 s^2 + A_1 s + A_0}{B_2 s^2 + B_1 s + 1} \quad (10)$$

RESULTADOS

Para o sistema de ordem 1, o método estimou a função de transferência

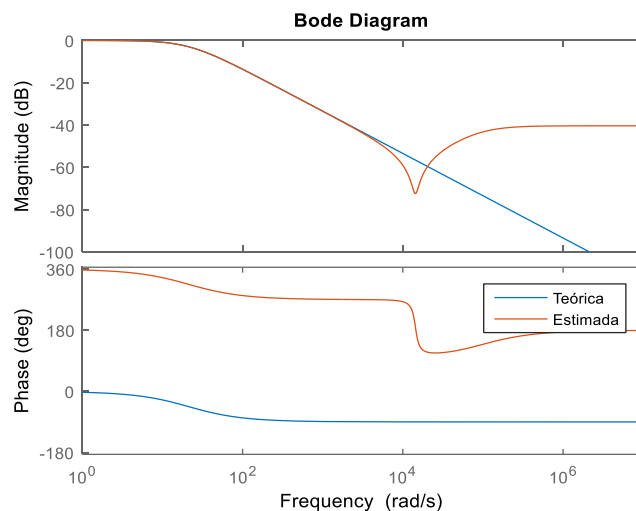
$$Ge(s) = \frac{4.843 \times 10^{-9} s^2 + 1.123 \times 10^{-5} s + 0.9999}{5.065 \times 10^{-7} s^2 + 0.04696 s + 1} \quad (11)$$

Para o sistema de ordem 2, o método estimou a função de transferência

$$He(s) = \frac{0.0001384 s^2 + 0.9988 s + 0.9998}{0.01001 s^2 + 0.1002 s + 1} \quad (12)$$

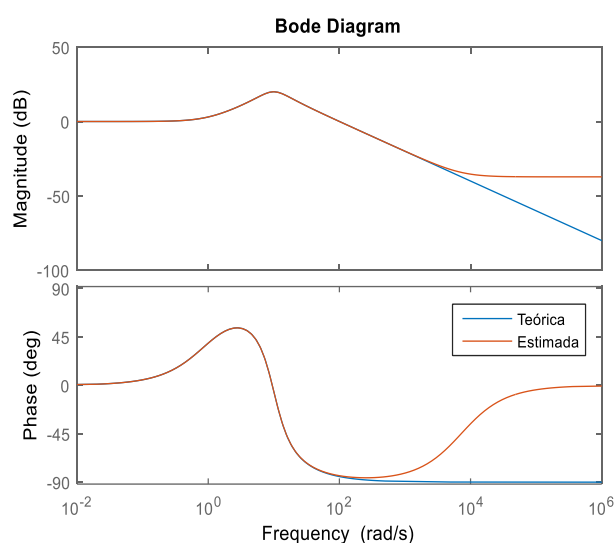
Foram feitos os diagramas de Bode das FTs teóricas e estimadas a fim de comparação, conforme ilustrado nas Figuras 1 e 2.

Figura 1 – Comparação dos diagramas de Bode para o sistema de ordem 1



Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 2 – Comparação dos diagramas de Bode para o sistema de ordem 2



Fonte: Autoria própria (2017).

Os dois primeiros termos do numerador da equação (11) e o primeiro do denominador da mesma poderiam ser desconsiderados, por apresentarem valores muito menores que os demais. A FT teórica apresenta esses coeficientes nulos e o erro pode ser pelo fato do método trabalhar com técnicas de otimização que utilizam cálculos numéricos. Entretanto, optou-se por deixá-los para avaliação do procedimento adotado por Levy (1959). O mesmo ocorre para o primeiro coeficiente do numerador da equação (12).

Para frequências até 10^4 rad/s ($\approx 1600\text{Hz}$) os resultados apresentam bastante concordância entre obtido e real.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através deste trabalho foi possível comprovar a eficiência do método de Levy em estimar as funções de transferências a partir do diagrama de Bode e, assim, identificar o sistema que se está controlando. As funções de transferência estimadas apresentaram erros muito pequenos, podendo assim aproximar os coeficientes da FT estimada com os da FT teórica. Ao comparar os diagramas de Bode das FTs estimadas, os resultados apresentaram discordância para frequências acima de 10^4 rad/s ($\approx 1600\text{Hz}$). Em trabalhos futuros pode-se explorar melhorias para o método, podendo assim obter exatidão em frequências acima de 10^4 rad/s. Também serão simulados ruídos no diagrama de Bode teórico, assim como pretende-se validar o método através de resultados experimentais.

Estimation of the transfer function from the Bode diagram

ABSTRACT

OBJECTIVE: The objective of this work is to estimate the system transfer function through analysis of its Bode diagram. **METHODS:** MATLAB® computational software was used to generate the Bode diagrams and to approximate the transfer function using the Levy method. **RESULTS:** The method estimated the transfer functions accurately to frequencies up to 10^4 rad/s ($\approx 1600\text{Hz}$). **CONCLUSIONS:** Through this work it was possible to identify and know the characteristics of the systems studied from their Bode diagrams.

KEYWORDS: Transfer Function Estimation. Bode Diagram. Levy Method.

REFERÊNCIAS

LEVY, E. C. **Complex-curve fitting**. IRE Transactions on Automatic Control, 1959.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. Pearson, 2011.

Recebido: 31 ago. 2017.

Aprovado: 02 out. 2017.

Como citar:

LEITE, G. S. C.; PRADO, V. T. Estimação da função de transferência a partir do diagrama de Bode. In: SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DA UTFPR, 22., 2017, Londrina. **Anais eletrônicos...** Londrina: UTFPR, 2017. Disponível em: <<https://eventos.utfpr.edu.br/sicite/sicite2017/index>>. Acesso em: XXX.

Correspondência:

Guilherme dos Santos Correa Leite
Rua dos Expedicionários, 428, Centro, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.

Direito autoral:

Este resumo expandido está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição-Não Comercial 4.0 Internacional.

