https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2018

Estudo de Modelos de Otimização com Parâmetros *Fuzzy*

Study of Optimization Models with Fuzzy Parameters

Monique Gabrielle de Souza Sobrinho
monique25souza43@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

Glaucia Maria Bressan
glauciabressan@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

RESUMO

Este trabalho tem como objetivos estudar modelos de otimização linear, que descrevem problemas de corte com sobras aproveitáveis, e analisar a utilização de parâmetros *fuzzy* como ferramenta colaborativa na tomada de decisão no processo de aperfeiçoamento do planejamento de corte da matéria prima. Uma vez que a lógica *fuzzy* ordena dados imprecisos, pode-se usufruir desse conceito para classificar as soluções fornecidas por distintos algoritmos de resolução e relacioná-los. Esse tipo de comparação permite inferir o modelo mais adequado a ser empregado de acordo com as especificações do problema a ser resolvido. Caso não haja uma distinção na categorização das respostas, a inferência *fuzzy* revela que, independentemente do modelo escolhido, a otimização terá um desempenho semelhante.

PALAVRAS-CHAVE: Lógica Fuzzy. Otimização linear. Problema de corte. Sobras aproveitáveis.

ABSTRACT

The goal of this work is to study linear optimization models, which describe cutting problems with usable leftovers, and to analyze the use of fuzzy parameters as a collaborative tool in decision making in the improvement process of cutting planning of raw material. Since fuzzy logic orders imprecise data, this concept can be used to classify the solutions provided by different resolution algorithms and relate them. This type of comparison allows inferring the most appropriate model to be employed according to the specifications of the problem to be solved. If there is no distinction in the categorization of the answers, the fuzzy inference reveals that, regardless of the model chosen, the optimization will present a similar performance.

KEYWORDS: Fuzzy logic. Linear optimization. Cutting problem. Usable leftovers.

Recebido: 20 ago. 2018.
Aprovado: 04 out. 2018.

INTRODUÇÃO

A otimização linear tem como objetivo encontrar a melhor solução possível para um conjunto de variáveis relacionadas linearmente entre si e definir, com base nessa associação, a melhor solução possível, sendo que essa resposta maximiza ou minimiza uma função-objetivo já estabelecida (LACHTRMACHER, 2002).

Dentre os problemas que podem ser formulados com programação linear, encontram-se os problemas de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA), tendo Dyckhoff (1981) como um dos primeiros trabalhos a falar a respeito desse problema. Existe uma quantidade volumosa de algoritmos que se propõem a planejar o processo de corte levando em consideração a reutilização de retalhos suficientemente grandes. Na modelagem matemática deste tipo de problema, alguns parâmetros podem envolver incertezas. Neste sentido, a lógica *fuzzy* pode ser bem aplicada, pois permite considerar dados e parâmetros imprecisos, como é o caso de certas respostas fornecidas por modelos matemáticos de otimização, que se encontram em uma escala de zero e um. Essa interpretação mais representativa dos dados fornece resultados satisfatórios (PEDRYCZ; GOMIDE, 2006).

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é estudar modelos de otimização linear aplicados ao aproveitamento de sobras em processos de corte de matéria prima. Além disso, a análise dos parâmetros *fuzzy* pode ser útil para auxiliar na determinação de eficiência dos algoritmos estudados, colaborando na tomada de decisão do modelo a ser utilizado. A lógica *fuzzy* tem a habilidade de inferir conclusões baseadas em informações qualitativamente incompletas, permitindo classificar os dados

METODOLOGIA E MODELAGEM MATEMÁTICA

O processo de inferência *fuzzy* pode ser definido em cinco etapas (Pedrycz e Gomide, 2006): fuzzificação das entradas; operador *fuzzy*; método de implicação; método de agregação e defuzzificação. Os valores de associação atribuídos ao utilizar a inferência *fuzzy* indicam o quanto um objeto é compatível com uma determinada característica, no caso desse estudo, a lógica *fuzzy* indica a quão satisfatória é a solução fornecida por um modelo matemático.

Uma vez estabelecidas essas etapas, define-se os parâmetros a serem utilizados no processo de comparação. No trabalho de Cherri (2009), foram usados como parâmetros a porcentagem de retalhos gerados, a porcentagem de perda de objetos padronizados (objetos que ainda não foram cortados anteriormente) e a porcentagem de perda de objetos não padronizados (retalhos). Ao analisar os parâmetros definidos, Cherri (2009) classificou as soluções conforme a Tabela 1. A quantificação dos termos - como “muito pequena”, “pequena”, etc - fica a critério do usuário atribuir um valor entre zero e um. Tendo estabelecido esses valores, determina-se então as variáveis do sistema, que para Cherri (2009), foram definidas como: *variáveis de entrada,* que são a porcentagem de perda de objetos padronizados e não padronizados e o percentual do retalho líquido; *variáveis de saída*, que são a classificação das soluções em ideal (ID), desejável (DE), aceitável (AC), indesejável (ID) e inaceitável (IN).

Tabela 1 – Classificação das soluções

Classificação das soluções	Porcentagem de retalhos gerados	Porcentagem de perda de objetos padronizados	Porcentagem de perda de objetos não padronizados
Solução ideal	Redução bem significativa	Muito pequena	Muito pequena
Solução desejável	Redução bem significativa	Muito pequena	Pequena
Solução aceitável	Redução pouco significativa	Pequena	Informação não requisitada
Solução indesejável	Estável	Pequena	Informação não requisitada
Solução inaceitável	Aumento	Informação não requisitada	Informação não requisitada

Fonte: Autoria própria (2018).

Após essa etapa, é necessário calcular o desvio padrão (DP) de cada variável de entrada do sistema. As funções de pertinência se baseiam nos termos quantificados na Tabela 1. As regras fuzzy, por sua vez, são exibidas na Tabela 2.

Tabela 2 – Regras Fuzzy

PerdaObjPad/ PerdaObjNPad	Retalho Líquido Relativo			
	Bem significativa	Pouco significativa	Estável	Ampliado
Muito pequena/ Muito pequena	Ideal	Desejável	Aceitável	Aceitável
Muito pequena/Pequena	Desejável	Desejável	Aceitável	Indesejável
Muito pequena/Grande	Aceitável	Aceitável	Aceitável	Indesejável
Pequena/Muito pequena	Desejável	Aceitável	Aceitável	Indesejável
Pequena/Pequena	Desejável	Aceitável	Aceitável	Indesejável
Pequena/Grande	Aceitável	Aceitável	Indesejável	Indesejável
Grande/Muito pequena	Aceitável	Aceitável	Indesejável	Indesejável
Grande/Pequena	Aceitável	Indesejável	Indesejável	Indesejável
Grande/Grande	Indesejável	Indesejável	Indesejável	Inaceitável

Fonte: Cherri (2009).

Em seguida, realiza-se o processo de inferência *fuzzy*, classificando as soluções fornecidas por cada modelo analisado.

Visando uma futura aplicação prática do que foi estudado, são escolhidos três modelos de otimização para fins de comparação de desempenho. Como critério de escolha foi considerado que os algoritmos deveriam possuir a mesma função-objetivo (minimizar a perda) e que, no cenário a ser analisado, a quantidade de estoque deve conseguir atender à demanda.

O primeiro modelo matemático, desenvolvido por Abuabara e Morabito (2009), foi gerado a partir de um estudo acerca do problema de corte de estoque de uma empresa brasileira. O modelo a ser utilizado é a versão mais simplificada e com melhor desempenho dos algoritmos apresentados por Abuabara e Morabito (2009). Desta forma, o Modelo do Otimização 1 é apresentado a seguir.

$$\min \sum_{k=1}^{K} t_k$$

$$\sum_{i=1}^{m} l_i p_{ik} \leq L_k, \quad k = 1, ..., K$$

$$\sum_{k=1}^{K} p_{ik} = d_i, \quad i = 1, ..., m$$

$$N u_k \leq L_k z_k - \sum_{i=1}^{m} l_i p_{ik}, \quad k = 1, ..., K$$

$$L_k z_k + \sum_{i=1}^{m} l_i p_{ik} \leq t_k + u_k M, \quad k = 1, ..., K$$

$$\sum_{k=1}^{K} u_k \leq 1$$

$$p_{ik} \geq 0 \; e \; inteiro, t_k, \geq 0, \quad i = 1, ..., m, \; k = 1, ..., K$$

$$z_k \in 0, 1, u_k \in 0, 1, \quad k = 1, ..., K$$

O segundo modelo, criado no trabalho de Gradisar *et al.* (1999), teve seu desenvolvimento baseado na criação de uma heurística para solucionar o problema de corte, o qual os objetos a serem cortados podem possuir distintos tamanhos. Então, o Modelo do Otimização 2 é apresentado a seguir.

$$\min \sum_{k=1}^{K} t_k$$

$$\sum_{i=1}^{m} l_i p_{ik} + s_k = L_k, \quad k = 1, ..., K$$

$$\sum_{k=1}^{K} p_{ik} = d_i, \quad i = 1, ..., m$$

$$\sum_{k=1}^{K} u_k \leq 1,$$

$$\sum_{i=1}^{m} y_{ik} \leq Y \leq m, \quad k = 1, ..., K$$

$$p_{ik} \geq 0 \; e \; inteiro, \quad i = 1, ..., m, \; k = 1, ..., K$$

$$s_k \geq 0, t_k \geq 0, \quad k = 1, ..., K$$

O terceiro e último modelo escolhido é apresentado por Gradisar e Trkman (2005) e é uma aprimoração do trabalho de Gradisar *et al.* (1999), que tem como diferencial o retorno automático de uma sobra suficientemente grande ao estoque para ser reutilizada em cortes futuros. O Modelo do Otimização 3 é apresentado a seguir.

$$\min \sum_{k=1}^{K} t_k$$

$$\sum_{i=1}^{m} l_i p_{ik} + s_k = L_k(1 - y_k), \quad k = 1, ..., K$$

$$\sum_{k=1}^{K} p_{ik} = d_i, \quad i = 1, ..., m$$

$$s_k - \delta u_k \geq 0, \quad k = 1, ..., K$$

$$\sum_{k=1}^{K} u_k \leq 1,$$

$$p_{ik} \geq 0\, e\, inteiro, \quad i = 1, ..., m, \;\; k = 1, ..., K$$

$$s_k \geq 0, t_k, \geq 0, \quad k = 1, ..., K$$

$$u_k \in 0, 1, y_k \in 0, 1, \quad k = 1, ..., K$$

Índices: *i* (item), *j* (padrão de corte), *k* (objeto)

Parâmetros: *Y* (máximo número de variações de itens que pode ser cortado de um objeto), L_K (comprimento do objeto *k*), l_i (comprimento do item *i*), d_i (demanda do item *i*), *m* (tipos de itens), δ (comprimento mínimo para uma sobra ser considerada um retalho), *N* (padrões de corte), *M* (Número suficientemente grande).

Variáveis: p_{ik} (número de itens tipo *i* cortados no objeto tipo *k*), s_k (sobra no objeto *k*), z_k (se o objeto *k* é utilizado no plano de corte), y_{ik} (se o item é cortado no objeto *k*), t_k (o comprimento da sobra no objeto *k*), u_k (se a sobra no objeto *k* é um retalho), y_k (se o objeto *k* é utilizado no plano de corte).

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi explanado que a lógica fuzzy pode ser utilizada para comparar diferentes algoritmos matemáticos a fim de informar qual deles fornece a melhor resposta dado um determinado problema. Para isso, teve-se como base de estudo do problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA), mais especificamente os problemas de corte unidimensional.

Ao estudar diversas pesquisas e dissertações, foi notado que esse tipo de comparação, entre as respostas de diferentes métodos de otimização utilizando a lógica *fuzzy*, é um ramo de pesquisa muito recente. Devido a isso, este trabalho baseou-se, majoritariamente, no trabalho desenvolvido por Cherri (2009). Por fim, foram escolhidos três modelos, que apresentam a possibilidade de realizar uma comparação entre suas soluções, a qual pretende-se executar em um trabalho futuro, aplicando-se os modelos apresentados aqui.

REFERÊNCIAS

ABUABARA, A.; MORABITO, R. Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts. **Annals of Operations Research**, v. 169, n. 1, p.149-165, 17 set., 2009. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-008-0438-7 . Acesso em: 15 mar. 2018.

CHERRI, A. C. **Algumas extensões do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis**. 2009. 215 f. Tese (doutorado)-Instituto de Ciências Matemáticas e Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2009.

DYCKHOFF, H. A New Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem. **Operations Research**, v. 29, n. 6, p.1092-1104, dez., 1981.

GRADISAR, M.; JESENKO, J.; KLJAJIC, M.; RESINOVIC, C. A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting. **European Journal of Operational Research**, v. 114, n. 3, p.557-568, 1999.

GRADISAR, M.; TRKMAN, P. A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem. **Computers and Operations Research**, v. 32, n. 7, p.1793-1807, jul., 2005. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030505480300371X . Acesso em: 10 jan. 2018.

LACHTRMACHER, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2002.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An introduction to fuzzy sets**, 1998.