

## Estudo e Análise do Despacho Econômico de Unidades Geradoras Utilizando o Método de Otimização Primal Dual de Pontos Interiores

## Study and Analysis the Economic Dispatch of Generating Units using the Primal-dual Interior-Point Methods of Optimization

Lucas Eduardo Jastale Pinto

[lucas.jastalepinto@gmail.com](mailto:lucas.jastalepinto@gmail.com)

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil

Andrea Lucia Costa

[andreaacosta@utfpr.edu.br](mailto:andreaacosta@utfpr.edu.br)

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil

### RESUMO

Esta pesquisa de iniciação científica tem por objetivo fazer um estudo do Problema de Despacho Econômico (DE) de unidades geradoras termelétricas, usando o Método de otimização Primal-Dual de Pontos Interiores. Para fins de obtenção de resultados numéricos, por meio de simulações, foi implementado um algoritmo computacional. O Despacho Econômico visa reduzir os custos de geração de energia em sistemas elétricos para suprir a demanda de potência exigida pelas cargas, obedecendo às restrições de operação dos geradores. Neste trabalho, foi estudado e explicado passo a passo o desenvolvimento matemático do Método Primal-Dual, sendo apresentado um exemplo numérico e os resultados das simulações para diferentes cenários. Os resultados obtidos na pesquisa comprovam a eficácia do método de otimização para o estudo do Despacho Econômico em sistemas elétricos de potência.

**PALAVRAS-CHAVE:** Despacho Econômico. Método Primal Dual. Otimização.

### ABSTRACT

This research of scientific initiation aims to make a study of Economic Dispatch problem (ED) in thermoelectric generating units, using the Primal-dual Interior-Point Methods of Optimization. For the purpose of obtaining numerical results, by means of simulations, a computational algorithm was implemented. The Economic Dispatch aims to reduce costs of power generation in electrical systems, to supply the need of load adjustment, obeying generators operating restrictions. In this research, the mathematical process of Primal-Dual method was studied and explained step by step. A numerical example, with simulations results for different scenarios was presented. With these obtained results is possible to prove the effectiveness of the optimization method for Economic Dispatch.

**KEYWORDS:** Economic Dispatch. Primal Dual Method. Optimization.

**Recebido:** 30 ago. 2018.

**Aprovado:** 04 out. 2018.

#### Direito autoral:

Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.





## INTRODUÇÃO

Para que haja uma otimização na eficiência de geração e distribuição de energia em sistemas elétricos que se utilizam de combustíveis fósseis e não renováveis é preciso minimizar os custos operacionais e também a utilização da matéria prima, ou seja, o combustível. Sendo assim, o objetivo do Despacho Econômico é suprir a demanda de potência exigida, obedecendo às restrições de operação do sistema, ao menor custo possível. Esse trabalho em Engenharia Elétrica, desenvolvido na Universidade Tecnológica Federal do Paraná tem como objetivo fazer um estudo do método de Despacho Econômico (DE) de unidades geradoras, usando a formulação do problema de otimização primal-dual de pontos interiores. Para tal, foi desenvolvido um algoritmo computacional e feita uma análise dos resultados obtidos com as simulações.

## METODOLOGIA

O trabalho de pesquisa foi elaborado em três etapas principais. Na primeira etapa foi realizado o estudo do Problema de Despacho Econômico de unidades termelétricas e o estudo do Método de Pontos Interiores Primal-Dual. Na segunda foi desenvolvido um algoritmo computacional para resolver o problema de otimização, considerando inicialmente três unidades geradoras. Já na terceira e última etapa, foram feitas várias simulações computacionais, utilizando o algoritmo desenvolvido.

## PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Problemas de otimização buscam determinar valores extremos, máximos e/ou mínimos, de uma função, essa é chamada de Função Objetivo  $f(x)$ . Problemas de otimização podem ter ou não restrições (ARBEL, 1993). Sendo:

$$\text{Minimizar } f(x_0) = x^2 + 2 \quad (1)$$

Para encontrar o ponto ótimo da função, denominado por  $x_0$ , basta derivar a função e igualá-la a zero, assim,  $f(x_0) = 2$ . Para saber se este ponto será de máximo ou de mínimo, basta fazer a derivada segunda de  $f(x)$ . Se esse valor for superior a zero, então é ponto de mínimo, e se, for inferior a zero é ponto de máximo.

## FUNÇÃO LAGRANGEANA

A Função Lagrangeana é um artifício utilizado para transformar um problema Linear ou não-Linear, sujeito somente às restrições de igualdade (ARBEL, 1993; ROMAIS, 2016). Para isto, adicionam-se restrições de igualdade em  $f(x)$ , transformando-a em uma nova função, chamada de Função Lagrangeana.

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i * g_i(x) \quad (2)$$

A função Lagrangeana, expressa pela equação (2), pode ter inúmeras variáveis independentes relacionadas, sendo neste caso representada por  $\mathcal{L}(x, \lambda, \dots, n)$ . Para cada variável faz-se necessário a derivada parcial de  $\mathcal{L}$  em relação a essas mesmas variáveis.

#### MÉTODO DA BARREIRA LOGARÍTMICA (PRIMAL-DUAL)

A função barreira logarítmica é aplicada a fim de restringir a negatividade das variáveis de folga, assim elas devem ser maiores ou iguais a zero (ROMAIS, 2016).

$$g(x) = 0 \quad (3)$$

$$h^{\text{mínimo}} \leq h(x) \leq h^{\text{máximo}} \quad (4)$$

Para realizar essa transformação são adicionados nas restrições de desigualdade variáveis de folga ( $s$ ) estritamente positivas, dando origem a um novo conjunto de restrições de igualdade:

$$h(x) + h^{\text{mínimo}} - s^{\text{mínimo}} = 0 \quad (5)$$

$$h(x) - h^{\text{máximo}} + s^{\text{máximo}} = 0 \quad (6)$$

Sendo assim, a função de Lagrange pode ser escrita de forma mostrada na equação (7), onde:  $\lambda$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade e  $\underline{\pi}, \bar{\pi}$ : São os vetores dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade, associados aos limites mínimo e máximo respectivamente:

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \underline{\pi}, \bar{\pi}, s, \bar{s}) = f(x) + \lambda^T * g(x) + \underline{\pi} * [h(x) + \underline{h} - \underline{s}] + \bar{\pi} * [h(x) - \bar{h} + \bar{s}] - \mu * [\ln(\underline{s}) + \ln(\bar{s})] \quad (7)$$

#### CONDIÇÕES DE KARUSH-KUHN-TUCKER (KKT)

Essas condições são utilizadas como critério de convergência de vários métodos (ARBEL, 1993; GRANVILLE, 1994), também são as condições que são necessárias para que um ponto seja um possível ponto mínimo local ou ótimo. Elas são definidas como:

$$\frac{d(\mathcal{L})}{dx} = f'(x) + \lambda * g'(x) + \pi * h'(x) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d(\mathcal{L})}{d\lambda} = g(x) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d(\mathcal{L})}{d\pi} = h(x) - s = 0 \quad (10)$$

$$\frac{d(\mathcal{L})}{ds} = -\pi + \frac{\mu}{s} = 0 \quad (11)$$

## MÉTODO DE NEWTON

O método de Newton busca uma aproximação do resultado através de iterações sucessivas, mostrada nas equações (12) e (13) (PARIETTI FILHO; ALMEIDA, 2014). Cada iteração é calculada a diferença entre o resultado atual e o anterior. Essa diferença  $\epsilon'$  deve ser inferior a  $10^{-6}$ , sendo o valor atual, o resultado desejado.

$$x = x^n \rightarrow g(x^{(n)}) \quad (12)$$

$$x^{n+1} = x^n - \frac{g(x^{(n)})}{g'(x^{(n)})} \quad (13)$$

## RESULTADOS E SIMULAÇÕES

Esta pesquisa inclui o desenvolvimento de um algoritmo computacional para a implementação do Método Primal Dual. Os resultados obtidos com este algoritmo foram comparados com os obtidos com a ferramenta QUADPROG *quadratic programming*, utilizado para otimização de funções quadráticas com restrições lineares, disponível na plataforma MATLAB.

### SIMULAÇÃO 1

Foi utilizado um sistema de geração com 3 unidades geradoras. A Tabela 1 especifica as funções custo e os limites mínimos e máximos de operação dos geradores. A carga a ser atendida é de 850MW.

Tabela 1 – Dados dos geradores

Gerador	Função Custo [\$]	Pot Mín[MW]	Pot Máx[MW]
1	$F(x_1) = 0.00156x_1^2 + 7.92x_1 + 10$	150.00	600.00
2	$F(x_2) = 0.00194x_2^2 + 7.85x_2 + 18$	100.00	400.00
3	$F(x_3) = 0.00482x_3^2 + 7.97x_3 + 5$	50.00	200.00

Fonte: Autoria própria (2018)

### SIMULAÇÃO 2

Na segunda simulação, supõe-se houve uma redução do custo do combustível do gerador 1 e, portanto, a sua função custo foi modificada para  $F(x_1) = 0.00128 + 6.48x_1 + 459$ , em razão da variação do custo do combustível. Os limites máximo, mínimo e a carga permaneceram iguais. Com isso obteve-se os resultados mostrados na Tabela 2.

Comparando as simulações dos exemplos 1 e 2, observa-se que os resultados obtidos na segunda simulação foram completamente diferentes dos obtidos na Simulação 1. Devido ao baixo custo de operação do gerador 1, esse gerador passou a ser despachado com seu valor máximo de geração (600MW), e por consequência, houve a redução dos valores de geração dos geradores 2 e 3. Com isso reduziu-se

o custo marginal do sistema de geração de 9.1483[\$/MW] para 8.5761[\$/MW], uma redução de 6,25%.

Tabela 2 – Comparação entre exemplos 1 e 2

	Simulação 1	Simulação 2
Gerador 1 [MW]	393.1698	600.0000
Gerador 2 [MW]	334.6037	187.1302
Gerador 3 [MW]	122.2264	62.8698
Custo marginal [\$/MW]	9.1483	8.5761

Fonte: Autoria própria (2018)

## CONCLUSÕES

Os sistemas elétricos são de alta complexidade e de fundamental importância para a manutenção do estilo de vida atual. O despacho econômico para geração de energia elétrica amplia a acessibilidade à energia elétrica pelo fato de reduzir os custos dessa geração. O método de otimização primal dual de pontos interiores mostrou ser eficiente e correspondeu ao objetivo inicial deste trabalho, evidenciando sua capacidade em otimizar funções quadráticas para se obter pontos de mínimo ou ótimos a partir das mesmas e também se mostrou eficaz para a implementação computacional. Futuros estudos poderão vir a ser desenvolvidos a partir deste trabalho, servindo como base para trabalhos mais complexos.

## REFERÊNCIAS

ARBEL, A. **Exploring Interior-Point Linear Programming**. Massachusetts: Foundations of Computing Series, 1993.

PARIETTI FILHO, A. C.; ALMEIDA, L. G. V. **Desenvolvimento de um Algoritmo de Fluxo de Potência Ótimo não Linear para Usinas Termelétricas**, Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014.

ROMAIS, R. **Aplicação do Método de Barreira Logarítmica na Resolução de um Problema de Programação Linear**. REVISTA DE CIÊNCIAS SOCIAIS DO NORTE DE MATO GROSSO.2016. Disponível em:  
<<http://revistanativa.com/index.php/revistanativa/article/download/294/pdf>>. Acesso em: 01 abr. 2018.

GRANVILLE, S. **Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods**. IEEE Transactions on Power Systems, v. 9, n. 1 (Feb), 1994. p. 136-146.