

Estudo de uma situação-problema visando o ensino de Cálculo Diferencial e Integral 2

Study of a problem situation aiming at the teaching of Differential and Integral Calculus 2

Pamela de Almeida Laurentino
pamelalaurentino@aluno.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

Adriana Helena Borssoi
adrianaborssoi@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar uma forma de estudo da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 2 por meio de um conjunto de dados reais que possibilitam investigações do conteúdo de modo aplicado. A situação-problema analisada envolve a produção de Biodiesel com variantes de temperatura, concentração do catalisador e razão molar óleo/etanol. A técnica utilizada para avaliar os dados da pesquisa foi a metodologia de superfície de resposta, onde os parâmetros da superfície que descrevem o comportamento dos dados foram retirados de uma tese de doutorado. As etapas para obtenção desses foram replicadas pela aluna de Iniciação Científica, por meio do *software* R. Como resultado, foram obtidos os mesmos parâmetros bem como o mesmo modelo matemático. Os gráficos expressos a partir do modelo juntamente com sua função delimitadora podem ser utilizados na elaboração de atividades para estudo do Cálculo Diferencial e Integral 2, já que nessa disciplina estão envolvidas funções de mais de uma variável associados aos recursos educacionais digitais. No caso apresentado, a situação-problema envolve uma variável dependente e outras três independentes, podendo-se pensar na possibilidade do estudo de, por exemplo, derivadas direcionais com o propósito de investigar a situação-problema, utilizando conceitos de Cálculo Diferencial e Integral 2.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo 2. *Software* R. Aprendizagem. Ensino.

ABSTRACT

The objective of this work is to present a form to study of the discipline of Differential and Integral Calculus 2 through a set of real data which allow investigations of the applied content. The problem situation analyzed involves the production of Biodiesel with temperature, catalyst concentration and molar ratio oil/ethanol variants. The technique used to evaluate the research data was the surface response methodology, where the surface parameters describing the behavior of the data were taken from a doctoral thesis. The steps to obtain these parameters were replicated by the student of Scientific Initiation, through *software* R. As a result, the same parameters were obtained as well as the same mathematical model. The graphs expressed from the model along with its delineating function can be used in the elaboration of activities to study the Differential and Integral Calculus 2, since in this discipline are involved functions of more than one variable associated to the digital educational resources. In the presented case, the problem situation involves a dependent variable and three independent ones, being possible to think of the possibility of the study of, for example, directional derivatives for the purpose of investigating the problem situation, using concepts of Differential and Integral Calculus 2.

KEYWORDS: Calculus 2. *Software* R. Learning. Education.

Recebido: 31 ago 2018

Aprovado: 04 out 2018

Direito autorial:

Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.





INTRODUÇÃO

O trabalho apresentado traz parte dos resultados da Iniciação Científica (IC) da aluna de Engenharia Química e tem por objetivo trazer o estudo de conceitos matemáticos, desencadeados a partir da necessidade de compreender uma situação-problema com potencial para elaboração de atividades de ensino para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 2 (Cálculo 2). Tal objetivo está associado ao desenvolvimento do projeto Recursos Tecnológicos em Ambientes de Ensino Híbrido.

É interessante pensar que a utilização de recursos digitais possa auxiliar no ensino e aprendizagem de disciplinas como o Cálculo 2.

[...] por acreditarmos nas possibilidades de uma abordagem de “construção” de conceitos, na qual o estudante possa ter uma compreensão abrangente dos conteúdos, e não apenas observacional, como se as TIC¹ viessem apenas para aperfeiçoar a construção dos gráficos que podem ser feitos em lápis e papel, argumentamos em favor da incorporação desses recursos nas práticas pedagógicas em CDI² e da necessidade de uma revisão nos livros didáticos adotados nesses cursos, como uma forma de fomentar novos modos de ensinar e aprender Cálculo. (RICHIT, RICHIT, FARIAS, 2015, p.8)

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Sabendo-se que o objetivo do projeto envolve o estudo do Cálculo 2, e que este trata de funções com mais de uma variável, buscou-se um modelo matemático que descrevesse a relação entre as variáveis já comentadas nesse trabalho. Para tanto, optou-se por compreender a Metodologia de Superfície de Resposta.

A metodologia de superfície de resposta é uma técnica estatística utilizada para a modelagem e análise de problemas nos quais a variável resposta é influenciada por vários fatores, cujo objetivo é a otimização dessa resposta. (COMPARINI et al. 2009, p. 2)

Para o levantamento dos parâmetros da superfície com a finalidade de obter uma aplicação de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral 2, utilizou-se a tese de Doutorado de Nilson Roberto Pereira, apresentada à Universidade Federal de Uberlândia, MG em 2015. Esse trabalho trata da síntese de Biodiesel a partir das rotas convencionais e in situ utilizando a amêndoa de Baru.

Os parâmetros da curva que descreve as superfícies descritos na tese analisada não foram obtidos pelo Software R. A utilização do mesmo se deu principalmente em função de ser um *software* gratuito.

O R é uma linguagem e um ambiente para computação estatística. É um projeto open source, baseado no conceito de software livre e pode ser usado sem custos de licença, tanto para estudantes quanto para universidades e além de possuir versões para Windows,

¹ Tecnologias da Informação e Comunicação

² Cálculo Diferencial e Integral

MacOS, GNU/Linux e Unix, têm uma extensa coleção de pacotes adicionais, também gratuitos. (FORMIGONI et al. 2012, p. 2)

Para construir superfícies de resposta utilizando o Software R, utilizou-se do pacote interno RSM:

O pacote RSM para R (R Development Core Team, 2009) fornece várias funções para facilitar os métodos de superfície de resposta. Até o momento, o pacote cobre apenas designs e métodos mais padronizados de primeira e segunda ordem para uma variável resposta. (COMPARINI et al. 2009, p. 2)

DADOS ANALISADOS

O autor da pesquisa de doutorado procurou descrever a otimização do rendimento de Biodiesel em relação às variáveis de temperatura, concentração do catalisador e razão molar óleo de baru/etanol.

Ao realizar o estudo do comportamento dessas variáveis foram encontradas superfícies e um modelo para descrevê-las. Para entender esse estudo decidiu-se refazer o percurso do autor e recalcular os parâmetros. Os dados os parâmetros do modelo da situação-problema se encontram na Figura 1.

Figura 1 – Dados e parâmetros obtidos na tese

| Valores reais | | | |
|---------------|------|--------|----------------------|
| T °C | K % | RM | R ₅₀₀ (%) |
| 28 | 0,60 | 18,2:1 | 32,0 |
| 28 | 0,60 | 25,0:1 | 33,0 |
| 28 | 0,80 | 18,2:1 | 34,0 |
| 28 | 0,80 | 25,0:1 | 35,0 |
| 42 | 0,60 | 18,2:1 | 38,0 |
| 42 | 0,60 | 25,0:1 | 39,5 |
| 42 | 0,80 | 18,2:1 | 39,0 |
| 42 | 0,80 | 25,0:1 | 40,2 |
| 25 | 0,70 | 20,0:1 | 33,0 |
| 45 | 0,70 | 20,0:1 | 39,5 |
| 35 | 0,56 | 20,0:1 | 36,0 |
| 35 | 0,84 | 20,0:1 | 36,5 |
| 35 | 0,70 | 15,2:1 | 35,0 |
| 35 | 0,70 | 27,1:1 | 35,0 |
| 35 | 0,70 | 20,0:1 | 35,0 |
| 35 | 0,70 | 20,0:1 | 36,0 |
| 35 | 0,70 | 20,0:1 | 35,5 |
| 35 | 0,70 | 20,0:1 | 34,8 |

| Coefficientes | Valor estimado | Desvio padrão | t de Student | Nível de Significância |
|---------------|----------------|---------------|--------------|------------------------|
| β_0 | 35,269 | 0,3096 | 113,90 | 0,0000 |
| β_1 | 2,6577 | 0,1896 | 14,016 | 0,0000 |
| β_2 | 0,5339 | 0,1896 | 2,8159 | 0,0226 |
| β_3 | 0,3916 | 0,1896 | 2,0656 | 0,0727 |
| β_{11} | 0,5458 | 0,2322 | 2,3504 | 0,0460 |
| β_{22} | 0,5458 | 0,2322 | 2,3504 | 0,0466 |
| β_{33} | -0,0791 | 0,2322 | -0,3409 | 0,7419 |
| β_{12} | -0,2875 | 0,2322 | -1,2380 | 0,2508 |
| β_{13} | 0,0875 | 0,2322 | 0,3768 | 0,7161 |
| β_{23} | -0,0375 | 0,2322 | -0,1615 | 0,8757 |

Fonte: Tese de Doutorado (PEREIRA, 2015, p. 61-62).

Sendo β_0 o ponto de intersecção, β_1 , β_2 e β_3 os parâmetros das variáveis de temperatura, concentração e razão molar, respectivamente. Já β_{11} , β_{22} , β_{33} os parâmetros quadráticos das mesmas variáveis já mencionadas e β_{12} , β_{13} e β_{23} os parâmetros das variáveis combinadas.

Na tese também são encontradas as superfícies providas dessas informações, como mostra a figura 2.

RESULTADOS

Os parâmetros recalculados com o Software R têm seus valores estimados na Figura 3. Através desses parâmetros, chegou-se ao modelo representado pela equação (1) que descreve o rendimento de Biodiesel (Rbio) em função da temperatura (T), concentração do catalisador (K) e razão molar óleo/etanol (RM).

Figura 3 – Parâmetros obtidos com o Software R

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|----------------|-----------|------------|----------|-----------|
| (Intercept) | 35.269479 | 0.309530 | 113.9451 | 3.933e-14 |
| Temperatura | 2.657851 | 0.189572 | 14.0203 | 6.498e-07 |
| K | 0.533970 | 0.189572 | 2.8167 | 0.02261 |
| RM | 0.391706 | 0.189572 | 2.0663 | 0.07265 |
| Temperatura:K | -0.287500 | 0.232165 | -1.2383 | 0.25069 |
| Temperatura:RM | 0.087500 | 0.232165 | 0.3769 | 0.71606 |
| K:RM | -0.037500 | 0.232165 | -0.1615 | 0.87569 |
| Temperatura^2 | 0.545913 | 0.232212 | 2.3509 | 0.04661 |
| K^2 | 0.545913 | 0.232212 | 2.3509 | 0.04661 |
| RM^2 | -0.079276 | 0.232212 | -0.3414 | 0.74160 |

Fonte: Software R.

$$R_{bio} = 35,27 + 2,65T + 0,53K + 0,39RM + 0,54T^2 + 0,54K^2 \quad (1)$$

Considerando a linguagem convencional do Cálculo 2, podemos expressar esse modelo como representado pela equação (2), sendo $f(x,y,z)$ o rendimento de Biodiesel e as variáveis x , y e z correspondentes a temperatura, concentração do óleo de baru e razão molar desse composto, respectivamente.

$$f(x, y, z) = 35,27 + 2,65x + 0,53y + 0,39z + 0,54x^2 + 0,54y^2 \quad (2)$$

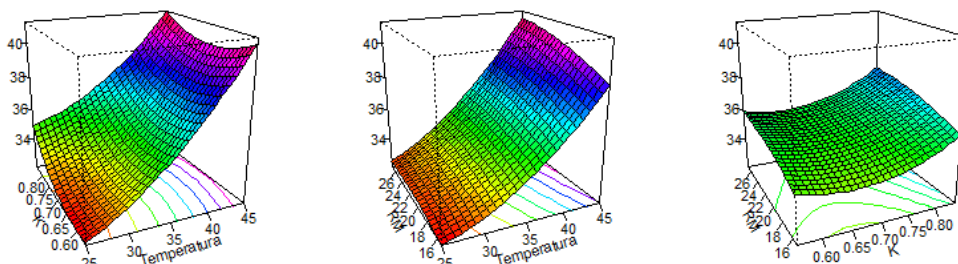
A função em questão envolve 3 variáveis independentes, sendo assim, ao representá-la graficamente é necessário fixar uma dessas tomando-a como constante, por exemplo:

Se fixarmos a temperatura, teremos $x=0$, logo a equação (3) expressará a superfície do rendimento de Biodiesel que relaciona a concentração do catalisador com a razão molar óleo/etanol.

$$f(y, z) = 35,27 + 0,53y + 0,39z + 0,54y^2 \quad (3)$$

A equação (3) descreve a última superfície da imagem como é possível observar, as outras superfícies são as outras variantes.

Figura 4 – Superfícies de Resposta obtidas com o Software R



Fonte: Software R.

DISCUSSÃO

Os parâmetros presentes na Figura 3 que foram desconsiderados na equação (1) são decorrentes do p value onde em ambos os casos (tese de doutorado e estudo da IC) fora adotado p value > 0,05, ou seja, os parâmetros que obedecessem a essa regra estariam fora da equação. É válido acrescentar que o autor mantém o fator de razão molar (com p value igual à aproximadamente 0,07), pois considera esse fator relevante quimicamente. Na Tabela 1 observamos um comparativo entre os parâmetros obtidos nesse estudo com a utilização do Software R em relação à tese.

Tabela 1 – Valores estimados dos parâmetros da curva

| Parâmetro | Software R | Tese | Erro(%) |
|----------------|------------|---------|---------|
| Intersecção | 35,269 | 35,269 | 0,000 |
| Temperatura | 2,6578 | 2,6577 | 0,004 |
| K | 0,5339 | 0,5339 | 0,000 |
| RM | 0,3917 | 0,3916 | 0,026 |
| Temperatura:K | 0,5459 | 0,5458 | 0,018 |
| Temperatura:RM | 0,5459 | 0,5458 | 0,018 |
| K:RM | -0,2875 | -0,2875 | 0,000 |
| Temperatura^2 | 0,0875 | 0,0875 | 0,000 |
| K^2 | -0,0375 | -0,0375 | 0,000 |
| RM^2 | -0,0792 | -0,0791 | 0,126 |

Fonte: Beltrano (2017).

CONCLUSÃO

Após reproduzir o modelo matemático de uma situação-problema com dados reais, percebeu-se que a utilização de um software pode promover um aproveitamento de ferramentas como essa no futuro do profissional em formação.

Segundo Stohlmann, Moore e Roehrig (2012, apud MAIORCA; STOHLMANN, 2016, p. 156, tradução nossa³) as atividades de modelagem podem ainda ajudar todos os estudantes a aprenderem matemática, ajudando também a desenvolver valiosas habilidades que os estudantes precisam em suas rotinas e em suas futuras carreiras.

Os resultados discutidos são resultados parciais do projeto de IC, sendo que esta teve início em Outubro de 2017. A ideia do trabalho é dar continuidade a esse estudo com o intuito de elaborar e verificar o efeito de uma atividade de aplicação na disciplina de Cálculo 2. Assim como continuar aprofundando o entendimento da análise de dados reais.

³ [...]modeling activities may help all students learn mathematics and also help to develop valuable skills that students need in their daily lives and future careers (Stohlmann, Moore, and Roehrig 2012).



REFERÊNCIAS

COMPARINI, A., PASSOS, G., GRAZIADEI, H., SILVA, P. H. F., LOUZADA, F. **Metodologia de Superfície de resposta**: Uma introdução nos softwares R e STATISTICA. São Carlos, v. 1001, p. 2, 2009.

FORMIGONI, O. M., HENNING, E., KONRATH, A. C., ALVES, C. C., SAMOHYL, R. W. **Uma visão geral do RStudio aplicado ao ensino de controle estatístico do processo**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 40., 2012, Belém. Anais. p. 2.

MAIORCA, C., STOHLMANN, M. S. **Inspiring students in integrated STEM education through modeling activities**. In Christian R. Hirsch, Amy Roth McDuffie (Eds.), Annual perspectives in mathematics education: Mathematical modeling and modeling mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2016, p. 153-161.

PEREIRA, N. R. **Otimização do processo de produção de biodiesel pelas rotas convencional e in situ a partir das amêndoas do Dipterix alata Vog(baru) utilizando Metodologia de Superfície de Resposta**. Tese (Doutorado em Química) – Universidade Federal de Uberlândia. Minas Gerais, 2015, p. 61-66.

RICHIT, A., RICHIT, A., FARIAS, M. M. **Cálculo Diferencial e Integral e Tecnologias Digitais**: o que propõem os livros didáticos de Cálculo? In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2015, México. Anais. p.8.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos à fundação Araucária pelo recurso concedido intermediado pela bolsa, mesmo havendo suspensão dessa, de forma imprevista.

Agradecimento também a orientadora Prof^ª Dr^ª Adriana Helena Borssoi por todo o suporte e por proporcionar essa oportunidade de pesquisa.

E por fim, gratidão à Prof^ª Dr^ª Elizabeth Hashimoto pelo auxílio no aprofundamento de conteúdos estatísticos.