

Análise da influência de parâmetros penalizadores em otimização estrutural topológica baseada na abordagem material

Analysis of the influence of penalizing parameters on topological structural optimization based on material distribution method

RESUMO

O presente trabalho, utilizando uma abordagem material baseada em uma microestrutura do tipo SIMP, discute a influência de parâmetros penalizadores em problemas de otimização estrutural topológica contínua. Em particular, o problema de otimização visa minimizar a flexibilidade da estrutura com restrição sobre o volume material. Os deslocamentos, deformações e tensões são obtidos através do Método dos Elementos Finitos, com densidades relativas definidas nos nós dos elementos. O método matemático empregado na solução do problema de otimização é o Método do Lagrangeano Aumentado. Ao analisar as topologias é constatado que o parâmetro r_p pode mitigar ou inibir a dependência de malha, evitar contornos grosseiros e o aparecimento do fenômeno de tabuleiro de xadrez, porém, para valores elevados, podem surgir extensas regiões de cinza, ocasionando um aumento na flexibilidade da estrutura. Dessa forma, esse parâmetro possui uma influência superior ao parâmetro penalizador de densidades intermediárias (r_m), o qual, para o problema de otimização apresentado, exerce baixa variação na flexibilidade da estrutura.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização estrutural. Método dos Elementos Finitos. SIMP. Método do Lagrangeano Aumentado.

ABSTRACT

The present work, using a material approach based on a SIMP microstructure, discusses the influence of penalizing parameters on continuum topological structural optimization problems. In particular, the optimization problem aims to minimize the compliance of the structure with restriction on material volume. Displacements, deformations and stresses are obtained through the Finite Element Method, with relative densities defined at the element nodes. The mathematical method employed in solving the optimization problem is the Augmented Lagrangian Method. By analyzing the topologies, it is found that the parameter r_p can mitigate or inhibit the mesh dependence, avoid rough contours and the appearance of the checkerboard phenomenon. However, for high values, large gray regions may appear, causing an increase in the compliance of the structure. Thus, this parameter has a greater influence than the intermediate density penalizing parameter (r_m), which, for the presented optimization problem, exerts little variation in the compliance of the structure.

KEYWORDS: Topology Optimization. Finite Element Method. SIMP. Augmented Lagrangian Method.

João Pedro Pacheco
euijpacheco@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

João Luiz do Vale
joaovale@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

Jéderson da Silva
jedersonsilva@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico, os componentes estruturais e mecânicos estão em constante aprimoramento e cada vez mais similares entre si, gerando um aumento na concorrência entre as empresas. Neste contexto, muitas vezes a diferença entre o lucro ou o prejuízo se encontra em um detalhe de projeto. Com diferenças tão pequenas, a disparidade pode estar na aplicação de metodologias de otimização. Tais técnicas permitem a obtenção do melhor resultado possível para um projeto, levando em consideração uma ou várias funções objetivos e um conjunto de restrições comportamentais.

Por sua vez, o método de Otimização Estrutural Topológica Contínua (OETC) fundamentado na abordagem material, visando a aplicação em problemas de elasticidade, consiste em encontrar a melhor distribuição de material ao longo de uma estrutura sujeita a um ou vários carregamentos e considerando as restrições do projeto e as funções objetivos a serem minimizadas. Vale ressaltar que esse tipo de problema é comumente encontrado na literatura, por exemplo, nos trabalhos de Bendsøe e Kikuchi (1988) e Mahdavi et al. (2006).

OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo analisar a aplicação da técnica de OETC segundo a abordagem material, em particular aquela baseada em uma microestrutura do tipo SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization*). Para tal, é realizada uma avaliação dos parâmetros penalizadores vinculados ao problema estrutural de minimização de flexibilidade com restrição no volume material, resolvido através do Método do Lagrangeano Aumentado.

METODOLOGIA

No corrente trabalho, discute-se um problema de otimização estrutural com vistas a mínima flexibilidade e restrição sobre o volume material. Neste caso, é utilizada uma microestrutura artificial do tipo SIMP, sendo o funcional Lagrangeano Aumentado, \bar{L} , considerando a regularização do problema de otimização, dado por (Silva, 2017):

$$\bar{L}(\rho, r_p, \eta_p) = c(\rho) + r_m \int_{\Omega} f_m(\rho) d\Omega + r_p \int_{\Omega} f_p(\rho) d\Omega + \eta_p h_v(\rho) + r_p (h_v(\rho))^2, \quad (1)$$

onde ρ representa o campo de densidades relativas (variáveis de projeto), $c(\rho)$ é o funcional energia, r_m e r_p são os fatores penalizadores, objeto de estudo do presente trabalho e f_m é a função regularizadora de valores de densidades intermediárias, buscando evitar extensas regiões de transição material. O termo f_p , proposto por Pereira (2001), tem como objetivo inibir o surgimento de tabuleiro de xadrez e inibir ou mitigar a dependência de malha penalizando os gradientes do campo de densidades. Além disso, r_p é o fator de penalização externa quadrática da restrição de igualdade sobre o volume h_v e η_p é o multiplicador de Lagrange, ambos atualizados a cada P-ésimo subproblema

necessário para a solução do problema de otimização pelo Método do Lagrangeano Aumentado.

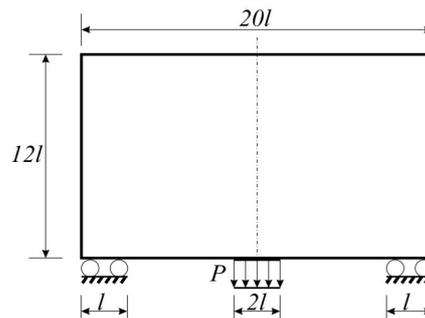
Assim, o problema de otimização a ser resolvido, pode ser escrito como

$$\text{Min}_{\rho \in L^\infty(\Omega)} [\bar{L}], \text{ sujeito a: } \{0 < \rho_{\min} \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1, \forall \mathbf{x} \in \Omega, \quad (2)$$

onde Ω representa o domínio da estrutura, \mathbf{x} uma posição no domínio e ρ_{\min} é o valor mínimo adotado para as densidades de modo a evitar instabilidades numéricas (neste caso, $\rho_{\min} = 0,01$).

Para o estudo do processo de otimização é utilizada uma viga de $20l$ de comprimento por $12l$ de altura, apoiada em suas extremidades inferiores. Uma força de intensidade P igual a 1 Newton [N] é aplicada em uma pequena área do contorno central inferior da viga conforme a Figura 1. O processo de otimização é conduzido considerando a simetria em relação ao eixo vertical (considerando $l = 1$ m). Quanto as propriedades materiais, é adotado um módulo de elasticidade $E = 1$ Pa e um coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$. Considera-se um estado plano de tensões.

Figura 1: Viga biapoiada sobre efeito de um carregamento central.



Fonte: Silva (2017)

Neste caso, o problema é discretizado para duas configurações de malhas conforme o padrão *criss-cross* nas dimensões [44; 56] e [22; 28]. Após a discretização, verifica-se como a topologia ótima se comporta perante aos fatores penalizadores r_m e r_ρ . Para isso são atribuídos valores conforme os descritos na Tabela 1. O método de análise é desenvolvido realizando uma série de combinações entre os parâmetros, assim como uma alternância de malhas, para verificar como esses fatores influenciam no fenômeno de dependência de malha, na topologia estrutural resultante e nos valores do funcional energia.

Tabela 1: Valores dos penalizadores arbitrados para verificar a influência na topologia.

r_m	0,000	0,030	0,300	–	[N.m]
r_ρ	0,000	0,008	0,065	0,080	[N.m]

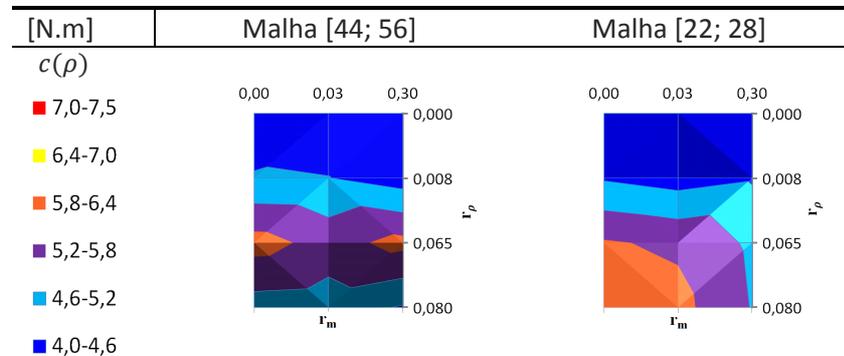
Fonte: Autoria própria (2019)

RESULTADOS

Após o processo de otimização para cada par combinado da Tabela 1, são obtidas as topologias ótimas para as duas malhas consideradas, as quais são

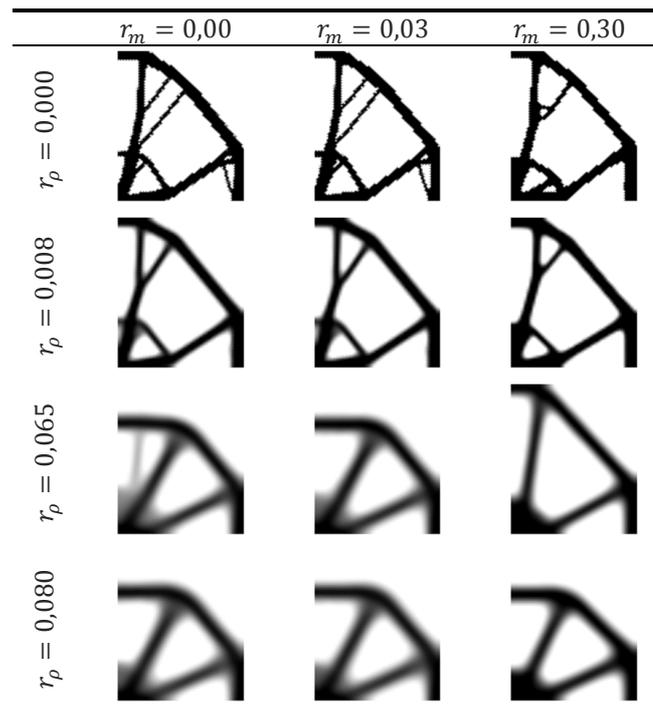
apresentadas nas Tabela 3 e Tabela 4. Ademais, mapas do funcional $c(\rho)$ em função de r_m e r_ρ podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2: Mapa do funcional $c(\rho)$ em função do r_m e r_ρ .



Fonte: Autoria própria (2019)

Tabela 3: Topologias ótimas em função do r_m e r_ρ para a malha [44; 56].



Fonte: Autoria própria (2019)

Ao analisar as topologias para uma dada malha mantendo o fator de penalização de densidades intermediárias (r_m) fixo, é possível notar a influência do fator de penalização de gradiente de densidades (r_ρ). Observa-se que, conforme ocorre o aumento desse parâmetro, o número de ramificações (“braços”) na estrutura diminuí, assim como a estrutura apresenta um contorno mais suave em comparação com valores baixos de r_ρ . Esse resultado é esperado, uma vez que este parâmetro atua penalizando os gradientes de densidades.

Tabela 4: Topologias ótimas em função do r_m e r_ρ para a malha [22; 28].

	$r_m = 0,00$	$r_m = 0,03$	$r_m = 0,30$
$r_\rho = 0,000$			
$r_\rho = 0,008$			
$r_\rho = 0,065$			
$r_\rho = 0,080$			

Fonte: Autoria própria (2019)

Além disso, percebe-se que nenhuma das malhas testadas apresenta o fenômeno de tabuleiro de xadrez, nem mesmo para $r_\rho = 0$ e um r_m elevado (fato que aumenta a possibilidade do fenômeno). Uma explicação para isso pode estar nos graus de liberdade mínimo para aparecimento do fenômeno e na definição nodal do campo de densidades. Sabe-se que este último tende a diminuir o fenômeno de tabuleiro de xadrez em relação a um campo de densidades elementar e constante.

Ademais, o aumento do termo de penalização do gradiente das densidades tende a diminuir a dependência de malha. Neste caso, é constatado que para valores baixos de r_ρ a topologia se altera entre as malhas e conforme esse valor aumenta a dependência de malha é mitigada.

Outra análise que pode ser realizada a partir das topologias, é quanto ao comportamento da topologia com a variação do r_m mantendo o parâmetro r_ρ fixo. Nota-se contornos mais bem definidos em estruturas com valores elevados de r_m , ocasionando a redução ou desaparecimento de regiões de cinza.

Ao analisar a funcionalidade de cada parâmetro em conjunto com as topologias obtidas, conclui-se que eles são complementares e devem ser utilizados de forma criteriosa, uma vez que valores extremos (máximos ou mínimos) desses parâmetros podem causar: dependência de malha, extensas regiões de cinza, tabuleiro de xadrez e contornos mal definidos.

Ao compararmos o funcional flexibilidade, $c(\rho)$, das malhas [44; 56] e [22; 28] é observado um comportamento semelhante entre elas. O parâmetro r_m

apresenta pouca influência na flexibilidade ao contrário do parâmetro r_ρ , que à medida que seu valor é acrescido, a flexibilidade também aumenta.

Neste contexto, as topologias são avaliadas considerando a minimização da energia e uma boa definição do contorno material. Neste caso, indica-se para a malha [44; 56] e para a malha [22; 28] os parâmetros $r_m = 0,30$ e $r_\rho = 0,080$ com resultados bem similares.

CONCLUSÃO

O presente trabalho apresenta a formulação de problemas de otimização para microestruturas do tipo SIMP e analisa a influência dos parâmetros penalizadores, r_m e r_ρ , no resultado otimizado relativo a minimização de flexibilidade com restrição no volume material. Com isso, para os casos em análise, pode-se concluir que:

- a) O parâmetro r_ρ exerce uma influência mais acentuada do que r_m na flexibilidade do problema, a qual, aumenta conforme o valor de r_ρ é acrescido;
- b) Baixos valores de r_m podem gerar regiões de densidades intermediárias na topologia, as quais devem ser minimizadas ou evitadas;
- c) O parâmetro r_ρ quando definido por valores baixos, não consegue evitar o aparecimento de: ramificações, dependência de malha e contornos mais grosseiros. Ademais, quando o valor de r_ρ é muito elevado podem surgir grandes regiões de cinza na topologia, ocasionando a elevação da flexibilidade em decorrência do aumento das regiões de transição material.

REFERÊNCIAS

- BENDSØE, M. P.; KIKUCHI, N. **Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method.** *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 71, p. 197–224, 1988.
- MAHDAVI, A.; BALAGI, R.; FRECKER, M.; MOCKENSTURM, E. M. **Topology optimization of 2D continua for minimum compliance using parallel computing.** *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 32, p. 121–132, 2006.
- PEREIRA, J. T. **Otimização Topológica de Componentes Mecânicos com Restrições sobre o Critério de Falha Material.** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- SILVA, Jéderson da. **Otimização Estrutural Topológica utilizando o Método dos Elementos Finitos h-Adaptativo Fundamentado na Recuperação da Densidade do Erro Isotrópica e Anisotrópica.** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.