|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | | <https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2019> |
|  | |  | | Modelos de otimização de problemas de corte com aproveitamento de sobras utilizando abordagem *fuzzy* |
|  | |  | | Optimization models of usable leftover cutting problems using *fuzzy* approach |
|  | |  | | RESUMO |
| Monique Gabrielle de Souza Sobrinho  monique25souza43@gmail.com  Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil  Glaucia Maria Bressan  [glauciabressan@](mailto:lizandrafelix.enfermagem@gmail.com)utfpr.edu.br  Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil | |  | | Este trabalho estuda distintos modelos de otimização linear que resolvem o Problema de Corte de Estoque com Sobras Aproveitáveis (PCESA), e, por meio de parâmetros *fuzzy*, executa uma análise de parâmetros incertos no processo de manufatura a fim de determinar, de acordo com o objetivo, o plano de corte mais adequado. Utiliza-se a lógica *fuzzy* por ser capaz de ordenar dados imprecisos, num intervalo entre zero e um, o que possibilita classificar o resultado fornecido por diferentes modelos matemáticos. Para verificar essa relação, é realizado um estudo de caso numa empresa de embalagens, localizada no interior do Paraná, com o objetivo de selecionar o melhor plano de corte para dois cenários distintos: um com concentração de sobras nos objetos padronizados, e o outro nos objetos não padronizados.  PALAVRAS-CHAVE: Lógica Fuzzy. Otimização linear. Problema de corte com sobras aproveitáveis. Processo de tomada de decisão. |
| Recebido: 19 ago. 2019.  Aprovado: 01 out. 2019.  **Direito autoral:** Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional. | |  | | ABSTRACT  This work studies different linear optimization models that solve the Inventory Remaining Stock Cutting Problem (PCESA), and, through fuzzy parameters, performs an analysis of uncertain parameters in the manufacturing process in order to determine, according to objective, the most appropriate cutting plan. It uses fuzzy logic because it is able to sort inaccurate data in a range between zero and one, which allows classifying result provided by different mathematical models. To verify this relationship, a case study is carried out in a packaging company located in the interior of Paraná, aiming to select the best cutting plan for two different scenarios: one with concentration of leftovers in standardized objects, and the other in nonstandard objects.  KEYWORDS: Fuzzy logic. Linear optimization. Cutting problem with usable leftovers. Decision making process. |
|  | |  | |

INTRODUÇÃO

Na indústria, há uma preocupação pela diminuição de descarte de materiais, seja pelo viés econômico ou ecológico. Neste sentido, a otimização de problemas de corte contribui para a diminuição das perdas de matéria-prima durante o processo de corte para confecção de itens, constituindo uma importante área de estudos da Pesquisa Operacional e auxiliando na tomada de decisões (Cherri, 2009). Para isso, utiliza-se de distintos métodos de modelagem. Um deles se trata da programação linear, a qual se propõe a modelar problemas de otimização linear, com o propósito de maximizar ou minimizar uma determinada função-objetivo, sujeita a restrições que relacionam variáveis linearmente (Lachtermacher, 2002). Dentre os problemas solucionáveis pela programação linear, define-se o Problema de Corte de Estoque com Sobras Aproveitáveis (PCESA) (Cherri, 2009), que tem como objetivo determinar o plano de corte e analisar as sobras geradas para efetuar o aproveitamento de retalhos em planos de cortes futuros.

Este trabalho tem como objetivo desenvolver um sistema *fuzzy* para classificação de sobras provenientes do processo de corte de matéria prima, tendo como base teórica o trabalho desenvolvido por Cherri (2009). Para isso, é desenvolvido um estudo de caso numa fábrica que realiza o corte unidimensional de embalagens, localizada em um município no interior do estado do Paraná. O sistema de classificação *fuzzy* considera a solução numérica fornecida a partir do Método Simplex (Lachtermacher, 2002) aplicado a três modelos matemáticos e retorna a classificação da saída para dois cenários distintos. O primeiro cenário pretende selecionar a solução na qual haja grande concentração de sobras nos objetos padronizados, e o segundo cenário, nos objetos não padronizados.

material e métodos

Um estudo de caso é desenvolvido a partir de dados coletados em uma indústria de produção de embalagens e rótulos. Neste local, realiza-se o corte unidimensional de rolos e bobinas de papel para a confecção de rótulos e embalagens, que são distribuídos para outras instituições. A Tabela 1 descreve a demanda que deve ser atendida pelo local em estudo.

Tabela 1 – Especificações dos itens a serem cortados

| Item | Comprimento [m] | Demanda [un] |
| --- | --- | --- |
| 1 | 0,07 | 50 |
| 2 | 0,09 | 100 |
| 3 | 0,10 | 30 |
| 4 | 0,12 | 40 |

Fonte: Autoria Própria (2019)

Conforme definido em Cherri (2009), os chamados objetos padronizados se referem à matéria-prima do estoque que ainda não foi utilizada em planos de corte anteriores e objetos não padronizados se referem à matéria prima que já foi utilizada e retornou ao estoque. Para atender a demanda apresentada na Tabela 1, o estoque do local em estudo tem disponível dois rolos de papel: o primeiro de 30m (objeto padronizado) e o segundo de 20m (objeto não padronizado).

Em seguida, é necessária a formulação matemática do problema de corte unidimensional, utilizando a Programação Linear, considerando o aproveitamento de sobras. Para este caso, uma sobra pode ser aproveitada (retalho) caso seu tamanho seja maior que 0,5m. Após o conhecimento do problema, foram definidos três modelos de programação linear que descrevem o problema de corte de estoque unidimensional. Levou-se em consideração que todos deveriam apresentar a mesma função-objetivo e as restrições devem representar as situações em que o estoque disponível deve atender a demanda. Os modelos matemáticos, descritos a seguir, foram adaptados para que representassem mais fielmente os estudos de caso apresentados neste trabalho. Desta forma, em todos os modelos, houve duas alterações em comum, descritas abaixo.

* Retirada das restrições que limitam o número de retalhos: o tamanho mínimo da sobra, para que seja considerada retalho, é muito menor que o tamanho dos objetos a serem cortados. Logo, a probabilidade das sobras retornarem ao estoque é muito alta, o que inviabiliza a utilização desta restrição. Além do fato de que, não há necessidade de limitar o número de retalhos gerados;
* Substituição a variável que indica o comprimento da sobra no objeto é do tipo binária. Esta foi substituída por uma variável real, indicando diretamente o tamanho das sobras.

A seguir estão descritos os modelos com suas alterações justificadas.

**Modelo 1**

Este modelo, desenvolvido por Abuabara (2008), considera que o estoque possui objetos de diferentes tamanhos e em quantidade suficiente para atender a demanda. Nos objetos de estoque, estão considerados os retalhos provenientes de planos de corte anteriores. Além da restrição que limita o número de retalhos, foi desconsiderada a variável que indica se a sobra no objeto é um retalho, por se mostrar obsoleta. Além disso, foi alterada a variável que indica se o objeto é utilizado no plano de corte.

Como solução ótima, o método simplex sugere que no objeto padronizado deve ser cortado 100 unidades do item 2 e 30 unidades do item 3, obtendo 18m de sobra, já no objeto não padronizado deve ser cortado 50 unidades do item 1 e 40 unidades do item 4, obtendo 11,7m de sobra.

**Modelo 2**

Desenvolvido por Gradisar (1999), o objetivo deste modelo é minimizar a perda de objetos do estoque, assumindo que todos os objetos possuem comprimentos distintos. Neste caso, a restrição que envolve a variável que indica se o item é cortado em determinado objeto, foi retirada, pelo fato dessa variável não se relacionar com outras restrições ou variáveis.

Para este modelo, o método simplex sugere que no objeto padronizado deve ser realizado o corte de 100 unidades do item 2, 30 unidades do item 3 e 40 unidades do item 4, obtendo 13,2m de sobre, já no objeto não padronizado foi realizado o corte de 50 unidades do item 1, obtendo uma sobra de 16,5m.

**Modelo 3**

Neste modelo, criado por Gradisar (2005), todos os objetos que podem ser considerados retalhos não serão contabilizados como perda.

Este modelo sofreu apenas as alterações comuns de todos os modelos. Como solução, foi indicado pelo simplex que o corte de todas as unidades de todos os itens no objeto padronizado, obtendo uma sobra de 9,7m, enquanto o objeto não padronizado não foi utilizado no plano de corte.

Resultados e discussão

Com os resultados da aplicação do método simplex, inicia-se o processo de inferência *fuzzy*. Primeiramente, foram definidas as variáveis de entrada e de saída, que são as mesmas para os Cenários 1 e 2. As entradas são:

* Entrada 1: Porcentagem de retalho gerado a partir de objetos padronizados;
* Entrada 2: Porcentagem de retalho gerado por objetos não padronizados;
* Entrada 3: Porcentagem de perda das sobras.

Para cada cenário, as entradas são discretizadas nos intervalos linguísticos descritos nas Tabelas 2 (Cenário 1) e 3 (Cenário 2). Para ambos os cenários, a variável de saída apresenta o mesmo intervalo linguístico para cada um dos possíveis tipos de solução, descritos na Tabela 4.

Tabela 2 – Intervalos linguísticos das entradas fuzzificadas para o Cenário 1

| Entrada |  | Intervalo Linguístico |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Pequena [P] | Grande [G] | Muito Grande [MG] |
| 1 | de 0,0 a 0,17 | de 0,15 a 0,64 | de 0,6 a 1,0 |
| 2 | 0,0 a 0,25 | de 0,20 a 0,64 | de 0,6 a 1,0 |
| 3 | de 0,0 a 0,35 | de 0,30 a 0,65 | de 0,6 a 1,0 |

Fonte: Autoria Própria (2019)

Tabela 3 – Intervalos linguísticos das entradas fuzzificadas para o Cenário 2

| Entrada |  | Intervalo Linguístico |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Pequena [P] | Grande [G] | Muito Grande [MG] |
| 1 | 0,0 a 0,25 | 0,20 a 0,64 | 0,6 a 1,0 |
| 2 | 0,0 a 0,17 | 0,15 a 0,64 | 0,6 a 1,0 |
| 3 | 0,0 a 0,35 | 0,30 a 0,65 | 0,6 a 1,0 |

Fonte: Autoria Própria (2019)

Tabela 4 – Intervalos linguísticos variável de saída da inferência fuzzy

| Saída | Intervalo Linguístico |
| --- | --- |
| Solução Ideal | 0,875 a 1,000 |
| Solução Desejável | 0,625 a 0,875 |
| Solução Aceitável | 0,375 a 0,625 |
| Solução Indesejável | 0,125 a 0,375 |
| Solução Inaceitável | 0,000 a 0,125 |

Fonte: Autoria Própria (2019)

Em seguida, foram determinadas as regras *fuzzy* para cada cenário, descritas respectivamente nas Tabelas 5 e 6. De acordo com a Tabela 5, se a Entrada 1 for muito grande, a Entrada 2 for pequena e a Entrada 3 for pequena, então a classificação é uma "Solução Ideal". Já na Tabela 6, com as mesmas entradas, a saída mostra que o modelo fornece uma "Solução Indesejável" para o Cenário 2.

Tabela 5 – Regras *Fuzzy* para o Cenário 1

| Entrada 3 | | | |
| --- | --- | --- | --- |
| Entrada 1/  Entrada 2 | P | G | MG |
| P/P | Aceitável | Indesejável | Indesejável |
| P/G | Aceitável | Indesejável | Indesejável |
| P/MG | Indesejável | Indesejável | Inaceitável |
| G/P | Desejável | Aceitável | Indesejável |
| G/G | Aceitável | Aceitável | Indesejável |
| G/MG | Aceitável | Indesejável | Indesejável |
| MG/P | Ideal | Desejável | Aceitável |
| MG/G | Desejável | Aceitável | Indesejável |
| MG/MG | Aceitável | Aceitável | Indesejável |

Fonte: Autoria Própria (2019)

Tabela 6 – Regras *Fuzzy* para o Cenário 2

| Entrada 3 | | | |
| --- | --- | --- | --- |
| Entrada 1/  Entrada 2 | P | G | MG |
| P/P | Aceitável | Indesejável | Indesejável |
| P/G | Desejável | Aceitável | Indesejável |
| P/MG | Ideal | Desejável | Aceitável |
| G/P | Aceitável | Aceitável | Indesejável |
| G/G | Aceitável | Indesejável | Indesejável |
| G/MG | Desejável | Aceitável | Indesejável |
| MG/P | Indesejável | Indesejável | Inaceitável |
| MG/G | Indesejável | Indesejável | Indesejável |
| MG/MG | Indesejável | Indesejável | Indesejável |

Fonte: Autoria Própria (2019)

No processo de inferência, foi definido o método de implicação Mandami, o qual tem como base a regra de composição de inferência max-min. Como método de agregação foi selecionado o método máximo, ꞇ-norma mínimo e para defuzzificação o método “menor dos mínimos” foi selecionado, pelo fato de apresentar melhor desempenho em relação aos métodos centroide e bissector.

O processo de inferência *fuzzy* foi realizada com o auxílio do *software* Matlab (mathworks.com) para cada uma das soluções fornecidas pelos modelos selecionados, e para cada um dos cenários. As entradas inseridas estão apresentadas na Tabela 7, juntamente com as saídas geradas para ambos cenários.

Tabela 7 – Valores das entradas e classificação do Processo de Inferência *fuzzy*

| Modelo | Entrada 1 | Entrada 2 | Entrada 3 | Classificação  Cenário 1 | Classificação Cenário 2 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0,606 | 0,394 | 0,000 | Desejável (0,65) | Aceitável (0,40) |
| 2 | 0,444 | 0,556 | 0,000 | Aceitável (0,43) | Aceitável (0,40) |
| 3 | 0,327 | 0,673 | 0,000 | Aceitável (0,41) | Desejável (0,70) |

Fonte: Autoria Própria (2019)

Conclusões

Neste estudo, foram aplicados três modelos matemáticos distintos para o planejamento de corte para uma determinada demanda. Com os resultados obtidos, foi realizada a inferência *fuzzy* para dois cenários distintos e verificado qual plano de corte mais adequado para cada caso. Analisando os resultados, conclui-se que não é possível determinar a qualidade de um modelo de forma absoluta, pois, dependendo do objetivo, o modelo pode apresentar diferentes desempenhos. Essa afirmação é confirmada ao analisar os resultados dos Cenários 1 e 2. Enquanto no Cenário 1, o modelo mais adequado a ser utilizado é o Modelo 1, para o Cenário 2, o melhor seria o Modelo 3. Portanto, para objetivos de plano de corte distintos, o modelo mais adequado pode não ser o mesmo.

AGRADECIMENTOS

As autoras agradecem a Fundação Araucária pelo apoio financeiro concedido.

REFERÊNCIAS

ABUABARA, A.; MORABITO, R. Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts. **Annals of Operations Research**, v. 169, n. 1, p.149-165, 17 set., 2009. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-008-0438-7> . Acesso em: 12 jan. 2019.

CHERRI, A. C. **Algumas extensões do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis**. 2009. 215 f. Tese (doutorado)-Instituto de Ciências Matemáticas e Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2009.

GRADISAR, M.; KLJAJIC, M.; RESINOVIC, C. A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting. **European Journal of Operational Research**, v. 114, n. 3, p.557-568, maio, 1999. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221798001404>. Acesso em: 12 jan. 2019.

GRADISAR, M.; TRKMAN, P. A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem. **Computers and Operations Research**, v.32, n. 7, p.1793-1807, jul., 2005. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030505480300371X> . Acesso em: 12 jan. 2019.

LACHTRMACHER, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2002.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An introduction to fuzzy sets**, 1998.