https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2019

Aplicações de modelos de otimização com aproveitamento de sobras com parâmetros *fuzzy*

Applications of usable leftover optimization models with *fuzzy* parameters

Monique Gabrielle de Souza Sobrinho
monique25souza43@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

Glaucia Maria Bressan
galbressan@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar diferentes modelos de otimização linear que resolvem o Problema de Corte de Estoque com Sobras Aproveitáveis (PCESA), e analisar a utilização de parâmetros fuzzy, como ferramenta colaborativa na tomada de decisão, de forma que seja realizada uma análise de parâmetros incertos para definir o melhor plano de corte de acordo com o objetivo do usuário. Essa relação é possível porque a lógica *fuzzy* ordena dados imprecisos, dentro de um intervalo entre zero e um, o que permite efetuar a classificação das soluções fornecidas por distintos algoritmos de resolução e relacioná-los. Esse tipo de comparação nos permite inferir o modelo mais adequado a ser empregado de acordo com as especificações do problema a ser resolvido. Para isso, é realizado um estudo de caso simulado que envolve corte unidimensional de peças de madeira.

PALAVRAS-CHAVE: Corte unidimensional. Lógica *Fuzzy*. Otimização linear. Problema de corte com sobras aproveitáveis.

Recebido: 19 ago. 2019.
Aprovado: 01 out. 2019.

ABSTRACT

This paper aims to study different models of linear optimization that solve Cutting Stock Problem with usable leftovers (PCESA), and to analyze the use of fuzzy parameters, as a collaborative decision-making tool, so that an uncertain parameter analysis is performed to define the best cutting plan according to the user's objective. This relationship is possible because fuzzy logic commands inaccurate data, within a range between zero and one, which allows you to perform the classification of solutions provided by different resolution algorithms and relate them. This kind of comparison allows us to infer the most appropriate model to use according to the specifications of the problem to be solved. For this, a simulated case study is performed that involves one-dimensional cutting of wood parts.

KEYWORDS: One-dimensional Cutting. Fuzzy logic. Linear optimization. Cutting problem with usable leftovers.

INTRODUÇÃO

A otimização linear, como parte da Pesquisa Operacional, busca tornar o processo de tomada de decisão eficaz e efetivo (Lachtermacher, 2002), auxiliando na determinação da melhor solução possível, uma vez que as variáveis do problema se relacionam de maneira linear. A solução determinada vai maximizar ou minimizar uma determinada função-objetivo (Lachtermacher, 2002), como minimizar o custo de produção dentro do setor da manufatura.

Dentro da área de aplicação da otimização linear, temos o Problema de Corte de Estoque com Sobras Aproveitáveis (PCESA), que pode ser resolvido por meio de formulações da Programação Linear (Cherri, 2009). Para esta ramificação da otimização, é necessário levar em consideração as incertezas geradas, por alguns parâmetros, na tomada de decisão. Dessa forma, é preciso fazer uso de alguma outra ferramenta para eliminar essas incertezas e informar o modelo matemático mais adequado a ser utilizado. Em Cherri (2009), esse questionamento é tratado utilizando um Sistema Fuzzy (Pedrycz, 1998) para realizar a classificação de soluções fornecidas por distintos modelos que resolvem o PCESA num processo de corte unidimensional.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é utilizar de uma situação simulada para desenvolver uma análise dos parâmetros *fuzzy* de um PCESA no processo de corte de matéria-prima, baseando-se na metodologia desenvolvida em Cherri (2009) para execução da inferência *fuzzy*.

MATERIAL E MÉTODOS

O problema estudado é um caso de planejamento de corte de madeira unidimensional. Na situação abordada, é necessário atender toda a demanda, que envolve o corte de três itens de tamanhos distintos. O comprimento e demanda de cada item é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Especificações dos itens a serem cortados

Item	Comprimento [m]	Demanda [un]
1	0,2	3
2	0,4	4
3	0,95	3

Fonte: Autoria Própria (2019)

Para efetuar o corte do pedido em questão, o estoque apresenta dois objetos de corte, um objeto padronizado, com 5 m de comprimento, e um objeto não padronizado com 4 m de comprimento.

Vale ressaltar que um objeto padronizado é qualquer matéria prima que não foi utilizada em planos de corte anteriores, não sofrendo alteração do seu tamanho original. Já objeto não padronizado é aquele que já foi utilizado na confecção de algum pedido e, por isso, teve seu tamanho reduzido. Em outras palavras, todo retalho que retornou ao estoque é considerado um objeto não padronizado (Cherri, 2009).

Como se trata de um PCESA, se um retalho for suficientemente grande, ele irá retornar ao estoque para ser utilizado em planos de cortes futuros. Para poder definir um retalho como objeto não padronizado, ele deve ter um tamanho mínimo, estipulado pelo usuário. Neste problema simulado, o retalho retorna ao estoque se ele tiver comprimento igual ou maior a 0,95 m, esse valor foi escolhido pelo fato de ser o tamanho do maior item a ser cortado. Todavia, a escolha desse comprimento mínimo pode seguir critérios distintos do que foi apresentado.

Com essas informações, o problema é apresentado e pretende-se determinar a melhor solução fornecida dentre diferentes modelos matemáticos. Para resolver a situação anteriormente, foram selecionados três modelos matemáticos que solucionam o problema de corte de estoque unidimensional. Como critérios para a escolha dos modelos matemáticos, levou-se em consideração que os algoritmos devem possuir a mesma função-objetivo (minimizar sobra) e que, o estoque disponível consegue atender à demanda.

Conforme Cherri (2009), tem-se a seguir as notações gerais que são utilizadas nos modelos matemáticos. Como índices das notações, denomina-se "i" para se referir ao item e "k" para se referir ao objeto a ser cortado. A seguir, temos a denominação das notações gerais das variáveis.

- p_{ik}: número de itens tipo i cortados no objeto tipo k;
- s_k: comprimento da sobra no objeto k;
- z_k: indica se o objeto k é utilizado no plano de corte, assumindo valor zero se não é utilizado e valor um caso seja utilizado (variável binária);
- y_{ik}: indica se o item i é cortado no objeto k, assumindo valor zero se não haja item i cortado no objeto k e valor um caso contrário (variável binária);
- u_k: indica se a sobra no objeto k é um retalho, assumindo valor 1 se o retalho for uma sobra e valor um caso contrário (variável binária).

Para resolução dos modelos foi aplicado o método SIMPLEX (Lachtermacher, 2002), no *software* LINDO (www.lindo.com), portanto, os algoritmos sofreram algumas alterações para ser possível utilizar dessas ferramentas descritas.

a) Modelo 1:

Desenvolvido por Abuabara (2009), o modelo (1) a (13) foi gerado em um estudo sobre o problema de corte de estoque de uma indústira que realiza o corte de tubos estruturais metálicos para produção de aeronaves agrícolas.

$$\min s_1 + s_2 \tag{1}$$

Sujeito a:

$$0{,}2p_{11} + 0{,}4p_{21} + 0{,}95p_{31} + s_1 = 5 \tag{2}$$

$$0{,}2p_{12} + 0{,}4p_{22} + 0{,}95p_{32} + s_2 = 4 \tag{3}$$

$$p_{11} + p_{12} = 3 \tag{4}$$

$$p_{21} + p_{22} = 4 \tag{5}$$

$$p_{31} + p_{32} = 3 \tag{6}$$

$$2u_1 - 5z_1 + p_{11} + p_{21} + p_{31} \geq 0 \tag{7}$$

$$2u_1 - 4z_1 + p_{12} + p_{22} + p_{32} \geq 0 \tag{8}$$

$$5z_1 - 0{,}2p_{11} - 0{,}4p_{21} - 0{,}95p_{31} - s_1 - 1000u_1 \geq 0 \tag{9}$$

$$4z_1 - 0{,}2p_{12} - 0{,}4p_{22} - 0{,}95p_{32} - s_2 - 1000u_2 \geq 0 \tag{10}$$

$$u_1 + u_2 \leq 1 \tag{11}$$

$$p_{ik} \geq 0 \; e \; inteiro, t_k, \geq 0, i = 1,2,3, k = 1,2 \tag{12}$$

$$z_k \in \{0,1\}, u_k \in \{0,1\}, k = 1,2 \tag{13}$$

b) Modelo 2:

Gradisar (1999) criou um método para solucionar o problema de corte em que os objetos a serem cortados podem possuir tamanhos distintos, permitindo a utilização de objetos não padronizados para o plano de corte, conforme (14) a (23).

$$\min s_1 + s_2 \tag{14}$$

Sujeito a:

$$0{,}2p_{11} + 0{,}4p_{21} + 0{,}95p_{31} + s_1 = 5 \tag{15}$$

$$0{,}2p_{12} + 0{,}4p_{22} + 0{,}95p_{32} + s_2 = 4 \tag{16}$$

$$p_{11} + p_{12} = 3 \tag{17}$$

$$p_{21} + p_{22} = 4 \tag{18}$$

$$p_{31} + p_{32} = 3 \tag{19}$$

$$y_{11} + y_{21} + y_{31} \leq 3 \tag{20}$$

$$y_{12} + y_{22} + y_{32} \leq 3 \tag{21}$$

$$p_{ik} \geq 0 \; e \; inteiro, i = 1,2,3, k = 1,2 \tag{22}$$

$$s_k \geq 0, t_k \geq 0, k = 1,2 \tag{23}$$

c) Modelo 3:

Em Gradisar (2005), o estudo de Gradisar (1999) foi aperfeiçoado, considerando a possibilidade de uma sobra suficientemente grande retornar ao estoque automaticamente para ser reutilizada, como descrito em (24) a (34).

$$\min s_1 + s_2 \tag{24}$$

Sujeito a:

$$0{,}2p_{11} + 0{,}4p_{21} + 0{,}95p_{31} + s_1 = 5 \tag{25}$$

$$0{,}2p_{12} + 0{,}4p_{22} + 0{,}95p_{32} + s_2 = 4 \tag{26}$$

$$p_{11} + p_{12} = 3 \tag{27}$$

$$p_{21} + p_{22} = 4 \tag{28}$$

$$p_{31} + p_{32} = 3 \tag{29}$$

$$s_1 - 0{,}95u_1 \geq 0 \tag{30}$$

$$s_2 - 0{,}95u_2 \geq 0 \tag{31}$$

$$p_{ik} \geq 0 \; e \; inteiro, i = 1,2,3, k = 1,2 \tag{32}$$

$$s_k \geq 0, t_k \geq 0, k = 1,2 \tag{33}$$

$$u_k \in \{0,1\}, y_k \in \{0,1\}, k = 1,2 \quad (34)$$

Para construir o processo de inferência *fuzzy*, foram definidas as suas variáveis de entrada: Entrada 1 é a porcentagem de retalho gerado a partir das sobras do plano de corte, descrita como muito pequena (MP), pequena (P), grande (G) e muito grande (MG); Entrada 2 é a porcentagem de perda de objetos padronizados a partir das sobras do plano de corte, descrita como muito pequena (MP), pequena (P) e grande (G); Entrada 3 é a porcentagem de perda de objetos não padronizados a partir das sobras do plano de corte, descrita como muito pequena (MP), pequena (P) e grande (G). Em seguida, define-se da variável de saída, que consiste na classificação das soluções, sendo estas: Solução Ideal, Solução Desejável, Solução Aceitável, Solução Indesejável e Solução Inaceitável. Com isso, foram combinadas as possíveis entradas e estabelecidas 36 Regras *Fuzzy* do tipo se-então, mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 – Regras *Fuzzy*

Entrada 1/ Entrada 2	Entrada 3 MP	P	G	MG
MP/MP	Aceitável	Desejável	Desejável	Ideal
MP/P	Aceitável	Aceitável	Desejável	Desejável
MP/G	Aceitável	Aceitável	Aceitável	Aceitável
P/MP	Indesejável	Aceitável	Desejável	Desejável
P/P	Indesejável	Aceitável	Aceitável	Desejável
P/G	Indesejável	Indesejável	Aceitável	Aceitável
G/MP	Indesejável	Indesejável	Indesejável	Aceitável
G/P	Indesejável	Indesejável	Indesejável	Indesejável
G/G	Inaceitável	Indesejável	Indesejável	Indesejável

Fonte: Autoria Própria (2019)

Para a elaboração do processo de inferência *fuzzy*, foi utilizado o Toolbox *Matlab Fuzzy Logic* do *software Matlab*, o qual permite visualizar e modificar todo o sistema f*uzzy* por meio de sua interface. Os operadores do processo de inferência *fuzzy* foram determinados conforme a seguir: método de implicação de Mandami; método de agregação do máximo; defuzzificação é o menor dos máximos (melhor desempenho em relação aos métodos centróide e bisector) e τ-norma é o mínimo.

RESULTADOS

As soluções ótimas fornecidas pelo Método Simplex para cada um dos três modelos matemáticos são descritas a seguir.

Modelo 1: 2 unidades do Item 1 e 4 do Item 2 para objeto padronizado, com 3m de sobra; 1 unidade do Item 1 e 3 do Item 3 para objeto não padronizado, com 0,95m de sobra;

Modelo 2: 3 unidades do Item 1, 4 do Item 2 e 2 do Item 3 para objeto padronizado, com 0,9m de sobra; 1 unidade do Item 3 para objeto não padronizado, com 3,05m de sobra;

Modelo 3: 3 unidades do Item 1, 4 do Item 2 e 1 do Item 3 para objeto padronizado, com 3,45m de sobra; 2 unidades do Item 3 para objeto não padronizado, com 0,5m de sobra;

Com isso, foi realizada a Inferência *Fuzzy* para cada modelo. As entradas estão apresentadas na Tabela 3, juntamente com a classificação da solução.

Tabela 3 – Valores das entradas e classificação do Processo de Inferência Fuzzy

Modelo	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3	Classificação
1	MG (1,000)	MP (0,000)	MP (0,000)	Ideal (1,00)
2	MG (0,772)	MP (0,228)	MP (0,000)	Ideal (0,91)
3	MG (0,873)	MP (0,000)	MP (0,127)	Ideal (0,96)

Fonte: Autoria Própria (2019)

CONCLUSÕES

Ao analisar os valores das saídas, verifica-se que todos os modelos oferecem soluções ideais. Porém, o Modelo 1 apresenta a melhor, sem perdas, sendo o algoritmo que então fornece a melhor resposta para o estudo de caso apresentado. Visto que essa metodologia de análise *fuzzy* que foi proposta por Cherri (2009), apresentou resultados viáveis, pode-se estender esse estudo para aplicações práticas (do mundo real) do tema abordado.

REFERÊNCIAS

ABUABARA, A.; MORABITO, R. Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts. **Annals of Operations Research**, v. 169, n. 1, p.149-165, 17 set., 2009. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-008-0438-7 . Acesso em: 20 out. 2018.

CHERRI, A. C. **Algumas extensões do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis**. 2009. 215 f. Tese (doutorado)-Instituto de Ciências Matemáticas e Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2009.

GRADISAR, M.; KLJAJIC, M.; RESINOVIC, C. A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting. **European Journal of Operational Research**, v. 114, n. 3, p.557-568, maio, 1999. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221798001404. Acesso em: 20 out. 2018.

GRADISAR, M.; TRKMAN, P. A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem. **Computers and Operations Research**, v.32, n. 7, p.1793-1807, jul., 2005. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030505480300371X . Acesso em: 20 out. 2018.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2002.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An introduction to fuzzy sets**, 1998.