

Modelagem matemática aplicada ao crescimento de suínos de uma suinocultura na cidade de Tupãssi/PR

Mathematical modelling applied to swine growth of a pig culture in the city of Tupãssi/PR

RESUMO

Neste trabalho realizou-se um estudo sobre o ganho de peso de suínos de uma suinocultura de Tupãssi/PR, por meio da Modelagem Matemática. A modelagem permite descrever um fenômeno por meio de modelos. Escolheu-se para este trabalho o Modelo de Montroll e o Modelo de Gompertz. O modelo de Montroll vislumbra que o índice de crescimento relativo da população não é linear, assim representa o crescimento assintótico da variável. O modelo de Gompertz considera que a população é limitada superiormente, então pressupõe que a taxa de crescimento de uma determinada população é alta no início, e rapidamente torna-se mais lenta. O trabalho iniciou-se com o estudo dos modelos e, posteriormente, foi realizada a coleta de dados em uma suinocultura domiciliar da cidade, sendo esta uma importante produtora industrial da região. Em seguida, foram feitas as simulações computacionais referentes aos modelos eleitos e uma comparação dos dados obtidos com os dados empíricos. Para a validação dos resultados utilizou-se do erro relativo e por meio dele conclui-se que o modelo adequado ao crescimento em questão é o modelo de Gompertz. Desse modo, estimar o crescimento de suíno x tempo por meio destes modelos auxilia no planejamento comercial da suinocultura em prol da sustentabilidade.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem. Modelos matemáticos. Suinocultura. Sustentabilidade.

Vitória Fenilli Vidaletti

vitoria_fenilli@hotmail.com

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil

Jocelaine Cargnelutti

jocelainecargnelutti@gmail.com

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil

Jahina Fagundes de Assis Hattori

jahinaassis@gmail.com

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



ABSTRACT

In this work a study was carried out on the swine weight gain of a tupãssi / pr pig breeding, through the mathematical modeling. Modeling allows to describe a phenomenon through models. For this work, we chose the montroll model and the gompertz model. Montroll's model envisions that the relative growth rate of the population is not linear, thus representing the asymptotic growth of the variable. Gompertz's model assumes that the population is superiorly limited, so it assumes that the growth rate of a given population is high at first, and rapidly slows down. The work began with the study of the models and, later, data collection was performed in a domestic swine production in the city, which is an important industrial producer in the region. Then, the computer simulations referring to the elected models were made and a comparison of the obtained data with the empirical data. For the validation of the results we used the relative error and it concludes that the model suitable for the growth in question is the gompertz model. Thus, estimating swine growth x

time through these models helps in the commercial planning of pig farming in favor of sustainability.

KEYWORDS: Sustainability. Modeling. Mathematical models. Pig farming.

INTRODUÇÃO

A qualidade de vida tem sido uma preocupação constante nas sociedades mais contemporâneas, e alguns dos fatores preponderantes são o crescimento econômico e seu impacto para a sociedade e meio ambiente. De acordo com Oliveira (2014), a compreensão dos fenômenos naturais e as leis que o delimitam tem sido causas persistentes na sociedade, buscando favorecer a qualidade de vida do ser humano em seu meio social. Por isso, é de grande importância averiguar alternativas, as quais retratam melhorias no desenvolvimento econômico e social, ligado diretamente a sustentabilidade, que serve como garantia de sobrevivência dos recursos naturais do planeta, ao mesmo tempo permite aos seres humanos e sociedades soluções ecológicas de desenvolvimento.

A suinocultura é considerada, segundo Sebrae (2006), um dos pilares da economia rural do Brasil e tem apresentado grandes avanços em sua gestão ambiental, visando à conscientização do consumidor e tratando sua cadeia produtiva com cuidado e eficiência de modo a se tornar referência no mercado de trabalho. Assim, valoriza a relação de seu produtor com seus arredores, vislumbrando um crescimento e transformando problemas em soluções. Logo, é de importância significativa na correlação sociedade-sustentabilidade.

Há diversas alternativas para solução dos problemas relacionados à suinocultura, uma das possibilidades, para a previsão do peso dos suínos ao longo do tempo é a Modelagem Matemática. Segundo Bassanezi (2002, p.61), "A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

Assim, utiliza-se a modelagem como suporte para aplicações das definições, teoremas e propriedades, resultando em modelos matemáticos que contribuem para a estimativa de vários aspectos de nosso cotidiano, e mais especificamente nesse trabalho para o crescimento de suínos. Neste trabalho, serão empregados os modelos de Montroll e Gompertz para estimar o crescimento de suínos em relação ao tempo em uma suinocultura da cidade de Tupãssi/PR.

MATERIAL E MÉTODOS

Para iniciar essa pesquisa foi realizada uma revisão bibliográfica em Modelagem Matemática e averiguado quais os modelos mais se adequariam, de acordo com a literatura, a estimativa do crescimento de suíno através do tempo. De acordo com Sodre (2007), modelos matemáticos podem ser uma representação de um sistema real, ou seja, um modelo deve constituir um sistema e a forma em que ocorrem as alterações no mesmo. Foram escolhidos os modelos de Montroll e Gompertz.

Segundo Magalhães e Leite (2012), Montroll formulou modificações para o modelo logístico, onde considerou que P_{∞} é o valor limite de uma população P . O modelo de Montroll adapta-se a problemas de naturezas diversas através do cálculo do ponto de inflexão, modificando, quando necessário, o valor de α , visto que, seu objetivo é representar o crescimento assintótico da variável. A solução geral do modelo de Montroll é dada pela expressão,

$$P(t) = \frac{P_0 \cdot P_{\infty}}{[P_0^{\alpha} + (P_{\infty}^{\alpha} - P_0^{\alpha})e^{-\alpha t}]^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (1)$$

De acordo com Teixeira (2012), Gompertz considerou que a população humana, não cresce exponencialmente como afirmava Malthus, mas é limitada superiormente, isto é, a população cresce até uma quantidade e depois disso se mantém quase que constante. Devido a este fato, pressupõe que a taxa de crescimento de uma determinada população é muito alta no início, e rapidamente torna-se mais lenta. Conforme Magalhães e Leite (2012), o modelo de Gompertz apresenta a taxa de inibição da variável de estado proporcional ao logarítmico desta variável, o que significa que a taxa de crescimento é grande no início do processo, mudando rapidamente para um crescimento mais lento. O modelo de Gompertz é expresso pela equação a seguir,

$$x(t) = x_{\infty} \left(\frac{x_0}{x_{\infty}} \right)^{e^{-bt}} \quad (2)$$

Posteriormente, foi realizada a análise e coleta dos dados uma suinocultura domiciliar da cidade de Tupãssi/PR, sendo essa fornecedora de suínos de uma grande indústria alimentícia da região. Feita a coleta, os dados serão modelados por meio de uma simulação computacional, utilizando dos modelos citados acima. Por fim, serão plotados os gráficos e verificados os erros relativos. Assim, esperasse verificar a validade de cada modelo proposto e analisar a solução obtida por meio dos dados empíricos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados empíricos coletados da suinocultura analisada estão expostos na tabela 1, onde (t) indica o tempo, dado em meses, e (p) refere-se ao peso, dado em quilogramas. Antes de iniciar a modelagem vale ressaltar algumas especificidades realizadas em cada modelo.

Para aplicar o modelo de Gompertz, considera-se que o peso máximo que um suíno pode atingir é de 300 kg, este valor foi considerado a partir de uma conversa realizada com os proprietários da suinocultura. Portanto, o valor de $P_{\infty}=300$ kg. O valor de x_0 , peso inicial do suíno, considera-se 1,2 kg, isto é o suíno nasce com um peso estimado de 1,2 kg. Portanto, basta encontrar o valor de b. Para isso, foi realizado um ajuste de curva referente a variação do peso em relação a ele mesmo. Desse modo, encontrou-se a reta,

$$f(x) = 0,295x + 0,170 \quad (3)$$

Assim, sabemos que nosso b é 0,170. Aplicando os valores encontrados na equação geral do modelo de Gompertz, ou seja, a equação (2), obtém-se a seguinte equação para crescimento de suínos,

$$x(t) = 300\left(\frac{1,2}{300}\right)^{e^{-0,170t}} \quad (4)$$

Desse modo, aplica-se o tempo na equação (4) para descobrir o peso dos suínos de acordo com o modelo.

Para aplicar o modelo de Montroll precisa-se calcular o valor do ponto de inflexão da curva, ou seja, α . Com a utilização do software Excel, encontra-se um valor de 1,509 para a variável. Deste modo, sabe-se que o peso inicial, $P_0=1,2$ Kg e peso máximo, $P_\infty=300$ Kg. Assim, basta substituir estes valores na fórmula que rege o modelo,

$$P(t) = \frac{P_0 \cdot P_\infty}{[P_0^\alpha + (P_\infty^\alpha - P_0^\alpha)e^{-\alpha t}]^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (5)$$

$$P(t) = \frac{1,2 \cdot 300}{[1,31669292 + (5469,85701 - 1,31669292)e^{-1,509t}]^{\frac{1}{1,509}}} \quad (6)$$

Então, a partir da equação (6) pode-se descobrir o peso de suínos em relação ao tempo de acordo com o modelo.

COMPARAÇÃO DOS MODELOS

Com a utilização do software Excel foram calculados os valores para o modelo de Gompertz e do modelo de Montroll para todos os intervalos de tempo, como se pode visualizar na Tabela 1.

Tabela 1 – Comparação dos Modelos

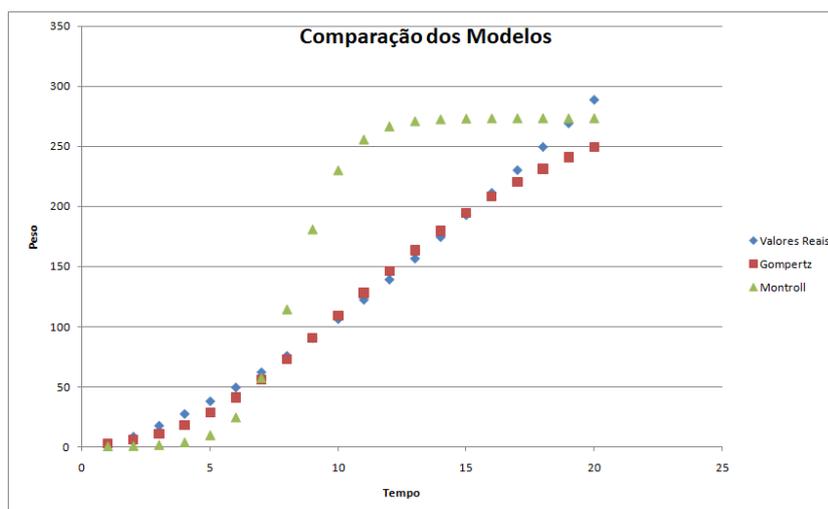
Tempo (t)	Peso (p)	Gompertz	Montroll
1	1,2	2,8	0,17
2	8,4	5,9	0,49
3	17,5	10,9	1,32
4	27,3	18,3	3,55
5	37,8	28,32	9,43
6	49,35	40,96	24,2
7	61,95	55,92	57,11
8	75,6	72,72	114,24
9	90,3	90,75	180,76
10	106,05	109,41	230,04
11	122,15	128,09	255,68
12	138,95	146,32	266,61
13	156,45	163,70	270,87
14	174,30	179,97	272,47
15	192,50	194,94	273,07
16	211,05	208,52	273,28
17	229,95	220,72	273,37
18	249,20	231,57	273,39

Tempo (t)	Peso (p)	Gompertz	Montroll
19	268,80	241,13	273,41
20	288,40	249,51	273,41

Fonte: Autoria Própria (2019).

Deste modo, pode-se vislumbrar no gráfico, Figura 1, os dados do modelo e os dados empíricos.

Figura 1 – Comparação dos Modelos



Fonte: Autoria Própria (2019).

ERRO GERADO PELOS MODELOS

Para verificar a relação entre os modelos e os dados obtidos, procede-se com o cálculo da média dos erros relativos. No modelo de Gompertz a média é de 17,61%. Para o modelo de Montroll encontra-se uma média de 59,91%.

Para consolidação do resultado, calculou-se o desvio padrão gerado pelos dados empíricos e pelos dados modelados. O modelo de Gompertz vislumbra um desvio de 87,27, o modelo de Montroll 121,71 e os dados empíricos 91,97.

Analisando a Tabela 1, a Figura 1, a média dos erros e os desvios padrão obtidos para cada um dos modelos, pôde-se verificar que o modelo que mais se adequou aos dados reais da suinocultura de Tupãssi foi o modelo de Gompertz com um erro de 5,11% em relação ao desvio padrão dos dados empíricos, diferente do erro de 32,33% gerado pelo modelo de Montroll.

CONCLUSÃO

Ao analisar o estudo aqui abordado, percebe-se que a modelagem matemática, é uma ferramenta importante para resolução de problemas do cotidiano, além de perceber quão interessantes podem ser os problemas aplicados que podem ser descritos ou resolvidos a partir de modelos matemáticos. Desse modo, ao aplicar modelos de crescimento em uma suinocultura teve-se a

oportunidade de verificar a proximidade que eles promovem dos dados reais, visto que isso pode auxiliar os gestores e servir de base para tomada de decisões.

O modelo de Gompertz traz um crescimento alto no começo e visa uma estabilidade conforme passa o tempo, de modo a descrever melhor o comportamento do crescimento abordado. Variando-se os parâmetros, o modelo de Gompertz simula bem o crescimento dos suínos. Deste modo, foi o modelo que mais se aproximou dos dados coletados da suinocultura de Tupãssi/PR, visto que, foi o menor erro relativo constatado sendo de 5,11%, diferente do erro de 32,33% apurado nas aplicações do modelo de Montroll.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino - aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002. p.61.

DE OLIVEIRA, V. A. B.: **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor**. PDE. 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_ufpr_geo_artigo_vilma_aparecida_barszcz.pdf. Acesso em: 27 mai. 2019.

MAGALHÃES, M. L. LEITE, N. G.: **Equações diferenciais aplicadas a dinâmica populacional**. 2012. Disponível em: <http://www.sbmec.org.br/cmecs/cmec-ne/2012/trabalhos/PDF/294.pdf>. Acesso em: 24 mai. 2019.

SEBRAE. **Minha empresa sustentável: suinocultura**. 2019. Disponível em: http://sustentabilidade.sebrae.com.br/Sustentabilidade/Para%20sua%20empresa/Publica%C3%A7%C3%B5es/Suinocultura_ONLINE.pdf. Acesso em: 24 mai. 2019.

SODRÉ, U. **Modelos matemáticos**. Londrina. UEL, 2007. Disponível em: <http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pdfs/modelos.pdf>. Acesso em: 24 mai. 2019.

TEIXEIRA, F. L. **Modelos descritos por equações diferenciais ordinárias**. Dissertação (Mestrado em Física). 2012. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/94355/teixeira_fl_me_rcla.pdf?sequence=1. Acesso em: 24 mai. 2019.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR pelo apoio e autorização para a execução do trabalho.