

Otimização de vigas de seção T de concreto armado

Reinforced concrete T cross section beams optimization

RESUMO

Matheus Drago Romano
matheusromano@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil

Leandro Waidemam
waidemam@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil

Tatiane Cazarin da Silva
tatianecazarin@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil

Este trabalho tem como objetivo apresentar o problema de programação não linear restrito que determina a seção otimizada de vigas de seção transversal T de concreto armado, estabelecendo o menor custo de construção, garantindo o equilíbrio estático da seção transversal e atendendo às restrições construtivas e as estabelecidas pela NBR 6118:2014. Para a implementação computacional do algoritmo de minimização matemática aplicado ao modelo, foi utilizado o software MATLAB e a função `fmincon`, presente em sua biblioteca auxiliar de otimização. Nesta função foi utilizado o Método dos Pontos Interiores como método iterativo para determinação da solução ótima do problema restrito. Os resultados mostram-se significativos no contexto da otimização do custo do problema modelado e demonstram a contribuição individual dos custos dos materiais na composição do custo final de vigas T.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização estrutural. Algoritmos computacionais. Programação não-linear.

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autorial: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



ABSTRACT

This paper aims to present the constrained nonlinear programming problem that determines the optimized section of reinforced concrete T cross section beams, establishing the lowest construction cost, ensuring the static balance equilibrium of the cross section, and meeting constructive constraints and those established by NBR 6118:2014. For the computational implementation of the mathematical minimization algorithm applied to the model, we used the MATLAB software and the `fmincon` function, present in its optimization auxiliary library. In this function, the Inner Point Method was used as an iterative method to determine the optimal solution of the restricted problem. The results are significant in the context of the cost optimization of the modeled problem and demonstrate the individual contribution of material costs in the final cost composition of T beams.

KEYWORDS: Structural optimization. Computational algorithms. Nonlinear programming.

INTRODUÇÃO

Otimizar é uma ação que visa extrair a melhor solução possível, num certo contexto, e que norteia todas as ciências. A engenharia sempre busca soluções otimizadas nas suas diversas áreas de atuação, seja o menor custo para atender uma determinada função, a menor massa, o menor tempo de execução ou também o máximo desempenho (PINTO JUNIOR, 2006).

Neste contexto, as técnicas de otimização surgem com a finalidade de extrair do produto ou serviço seu rendimento máximo. Na engenharia estrutural, elas podem ser aplicadas com a função de determinar, entre as inúmeras soluções possíveis, a estrutura mais econômica e que atenda às restrições arquitetônicas, de segurança e construtivas (RODRIGUES, 2018).

Uma viga é um elemento estrutural que tem a função de transferir os esforços verticais recebidos da laje para o pilar. Para a NBR 6118 (ABNT, 2014), a ação conjunta entre lajes e vigas permite considerar a parcela de largura colaborante da laje juntamente à viga, constituindo, assim, uma viga de seção transversal T.

Em um contexto mais amplo, as vigas T possuem destaque devido à sua eficiência, pois aumenta a zona de concreto comprimida e também reduz a quantidade de concreto na zona tracionada, onde este é desprezado para efeitos de cálculo, pois sua influência é nula dos estádios II e III (SILVA, FÁLCON e GARCIA, 2010).

Buscando associar a otimização matemática com a construção civil, este trabalho propõe um algoritmo de otimização matemática que busca a solução ótima de vigas T de concreto armado com f_{ck} até 50 MPa, submetidas a flexão simples. A seção transversal otimizada atenderá aos requisitos de projeto estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentando economia em relação ao seu custo de construção.

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA MATEMÁTICO

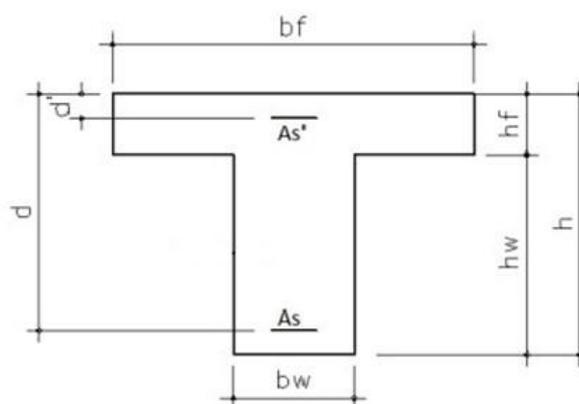
Diante do contexto apresentado e visando definir o problema matemático a ser otimizado, apresenta-se, na sequência, a função custo do problema, as equações que governam o equilíbrio da seção transversal e as restrições estabelecidas pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } F(b_w, h_w, b_f, h_f, A_s, A_s') &= (b_w \cdot h_w + b_f \cdot h_f) \cdot C_c + \\ &+ (A_s + A_s') \cdot \rho_s \cdot C_s + [2 \cdot (h_w + h_f) + b_f] \cdot C_f \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 \text{sujeito a} \quad & A_s \cdot \sigma_{sd} - (b_f - b_w) \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f - 0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x - A_s' \cdot \sigma_{sd}' = 0 \\
 & M_d - (b_f - b_w) \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (d - 0,5 \cdot h_f) + \\
 & - 0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x) - A_s' \cdot \sigma_{sd}' \cdot (d - d') = 0 \\
 & \frac{x}{d} \leq 0,45 \cdot d \\
 & b_w \geq 12\text{cm} \\
 & \frac{L}{h} \geq 2 \\
 & A_s \geq \rho_{\min} \cdot A_c \\
 & A_s + A_s' \leq 4\% \cdot A_c \\
 & 0,8 \cdot x \geq h_f \\
 & b_f - b_w > 0 \\
 & b_f \leq b_w + 0,1 \cdot a \\
 & h_f \geq 8\text{cm} \\
 & b_f \geq \frac{L_0}{50} \\
 & b_f \geq 0,4 \cdot h
 \end{aligned} \tag{2}$$

sendo F a função custo, por unidade de comprimento; C_c o custo do concreto, por unidade de volume; C_s o custo do aço, por unidade de massa; C_f o custo da fôrma, por unidade de área; ρ_s a massa específica do aço; σ_{sd} a tensão de cálculo na armadura tracionada; σ_{sd}' a tensão de cálculo na armadura comprimida; f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto; x altura da linha neutra; M_d o momento de cálculo; ρ_{\min} a taxa mínima de armadura estabelecida pela norma; e L_0 o comprimento do flange comprimido nos suportes que realizam o contraventamento lateral. As demais variáveis estão apresentadas na Figura 1, que representa uma seção de viga T com dimensões genéricas.

Figura 1 – Seção transversal da viga T



Fonte: Adaptado de (Corelhan, 2019)

METODOLOGIA

Para alcançar o objetivo proposto, um algoritmo computacional foi desenvolvido no software MATLAB com o auxílio da rotina “fmincon” presente em sua biblioteca de otimização. Como opção de método de otimização na rotina foi

definido o Método dos Pontos Interiores com as configurações padrão do default do algoritmo, exceto número máximo de avaliações de função (30000), número máximo de iterações (10000) e tolerância numérica (1×10^{-15}), como critérios de parada.

As variáveis otimizadas são as dimensões de seção transversal bem como as áreas de aço tracionada e comprimida. Assim, para cada momento de cálculo, o algoritmo define a seção transversal capaz de resistir aos esforços a que está sendo submetida e que possui o menor custo de construção. É importante ressaltar que o momento de cálculo deve ser inserido como dado de entrada no software. Portanto, cabe ao usuário a sua correta definição.

Para a definição da função objetivo, os custos individuais de aço, concreto e fôrmas, foram estabelecidos a partir da tabela do Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI, 2019), na região de Curitiba, na composição custo sintético desonerado, com data de referência técnica de 16 de maio de 2019. Para o custo do aço, foi utilizado o item “aço para armação de pilar ou viga de uma estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50, incluindo montagem” de diâmetros entre 8,0 mm à 16,0 mm, obtendo assim um custo médio de R\$ 7,15/kg. Para o custo do concreto, considerou-se R\$ 287,51/m³, sendo utilizado o item “concretagem de vigas e lajes com fck de 20 MPa, para lajes maciças ou nervuradas com uso de bomba em edificação com área média de lajes maior que 20 m², incluindo lançamento, adensamento e acabamento”. Os custos em relação às fôrmas são de R\$82,86/m², definido pelo item “incluindo montagem e desmontagem de fôrma de viga, escoramento com pontalete de madeira, pé direito simples, em madeira serrada, com 4 utilizações”.

RESULTADOS

Os resultados apresentados a seguir se tratam de simulações numéricas realizadas em uma viga biapoiada sujeita a um carregamento uniformemente distribuído em todo o seu comprimento. Os parâmetros de entrada estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros de entrada

Parâmetro	Valor atribuído
L	4 m
f_{ck}	20 MPa
E_s	210000 MPa
Tipo de aço	CA-50
ρ_s	7850 Kg/m ³
f_{yk}	500 MPa
d'	3 cm

Fonte: Autoria própria (2019).

A análise foi realizada estabelecendo-se diversos momentos solicitantes de cálculo e, para cada um deles, definidas as variáveis de projeto bem como o custo da seção otimizada. Os resultados obtidos para $M_d \leq 500 \text{ kN} \cdot \text{m}$ foram organizados nas Tabela 2 e 3.

Tabela 2 – Variáveis otimizadas

M_d (kN.m)	b_w (cm)	b_f (cm)	A_s (cm ²)	A_s^* (cm ²)	h_w (cm)	h_f (cm)
100	12,00	17,37	7,00	5,66E-12	28,65	14,43
150	12,00	19,78	9,01	4,31E-10	33,81	15,65
200	12,00	21,91	10,71	3,74E-12	38,64	16,13
250	12,00	23,75	12,21	6,84E-11	42,90	16,49
300	12,00	25,41	13,59	3,21E-10	46,75	16,78
350	12,00	26,92	14,85	3,05E-12	50,29	17,02
400	12,00	28,83	16,04	1,47E-09	53,59	17,23
450	12,00	29,64	17,15	1,43E-11	56,84	17,41
500	12,00	30,91	18,16	1,40E-11	59,64	17,63

Fonte: Autoria própria (2019).

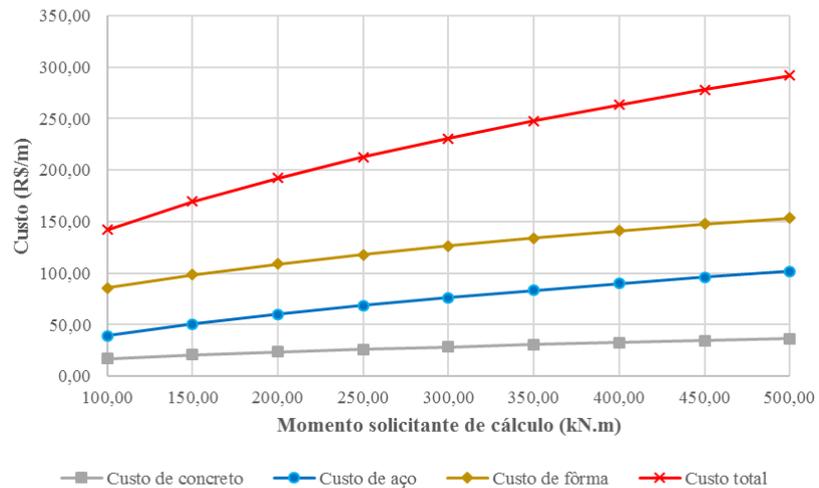
Tabela 3 – Custo otimizado

M_d (kN.m)	Altura total (cm)	Área total de armadura (cm ²)	ρ (%)	Custo (R\$/m)
100	43,08	7,00	1,18	142,13
150	49,46	9,01	1,26	169,46
200	54,76	10,71	1,31	192,45
250	59,38	12,21	1,35	212,67
300	63,53	13,59	1,38	230,96
350	67,31	14,85	1,40	247,75
400	70,82	16,04	1,41	263,35
450	74,09	17,15	1,43	278,01
500	77,27	18,16	1,44	291,85

Fonte: Autoria própria (2019).

Na Figura 2 são apresentados, para cada momento de cálculo, os custos individuais de concreto, aço e fôrma, bem como o custo total da viga otimizada.

Figura 2 – Custos individuais e total



Fonte: Autoria própria (2019).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apresentados no trabalho permitem concluir que o algoritmo proposto neste resumo se mostrou eficiente para aplicação no problema apresentado e foi capaz de definir pontos de mínimo local para a função objetivo, satisfazendo as restrições e atendendo aos critérios de parada.

Com relação aos custos individuais de cada material na composição do custo total da viga, o trabalho evidenciou o alto custo das fôrmas na construção dos elementos estruturais de concreto armado. A utilização de fôrmas compostas por materiais mais resistentes ou até mesmo metálicas, pode, a longo prazo e em função da possibilidade de reutilização, reduzir a participação desse material na composição do custo final do elemento.

REFERÊNCIAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- CORELHANO, A. G. B. Flexão Simples para vigas de concreto armado curso semestral 01/2019. Notas de Aula.
- PINTO JUNIOR, E. C. Otimização de seções de concreto armado. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- RODRIGUES, T. A. Dimensionamento otimizado de vigas mistas aço-concreto. Dissertação de Mestrado. Departamento de engenharia civil, Universidade de Ouro Preto, Ouro Preto, 2018.
- SILVA, A. B. C. e; FALCÓN, G. A. S.; GARCIA, S. L. G. Dimensionamento ótimo de Vigas de Concreto Armado com Seção T. Mecânica Computacional, XXIX, 2010.
- SINAPI – Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil. Caixa Econômica Federal, Curitiba, Maio, 2019.