

Considerações sobre a generalização da MOND para o âmbito do gravitoeletromagnetismo

Considerations about the generalization of MOND to the scope of gravitoelectromagnetism

RESUMO

Felipe Daniel Ferreira de Almeida
felipedaniel1910@hotmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

Ronaldo Penna Neves
ronaldopneves@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

Originalmente, a MOND (*Modified Newtonian Dynamics*) consiste em alterar a lei da gravitação newtoniana de maneira que diversos fenômenos astronômicos possam ser explicados sem a necessidade de invocar a matéria escura. A teoria newtoniana da gravitação é descrita como uma única equação, logo a MOND também é assim formulada, porém, o matemático Oliver Heaviside percebeu uma equivalência entre a equação da gravitação newtoniana e a lei de Coulomb, e propôs para a gravitação um conjunto de equações análogas às de Maxwell. Esse conjunto de equações é conhecido como gravitoeletromagnetismo, e sugere que faz sentido pensar em uma “parte elétrica” e em uma “parte magnética” para o campo gravitacional. A proposta do presente trabalho resume-se em examinar a extensão da MOND para o conjunto completo das equações do gravitoeletromagnetismo. Como a MOND consiste na implementação de uma função de correção para a gravitação newtoniana, com o conjunto das equações do gravitoeletromagnetismo, serão necessárias duas funções e o objetivo de estudo é investigar possíveis relações existentes entre as funções implementadas.

PALAVRAS-CHAVE: Gravitação. Matéria escura. Eletromagnetismo.

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



ABSTRACT

Originally, Modified Newtonian Dynamics (MOND) consists in changing the Newtonian law of the gravitation so that various astronomical phenomena can be explained without the need to invoke the dark matter. The Newtonian theory of gravitation is described as a single equation, so MOND is also formulated like this, but mathematician Oliver Heaviside realized an equivalence between the Newtonian gravity equation and Coulomb's law, and proposed a set of equations equivalent to those of Maxwell for gravitation. This set of equations is known as gravitoelectromagnetism, and suggests that it makes sense to think of an “electric part” and a “magnetic part” for the gravitational field. The purpose of this work is to examine the extent of MOND to the complete set of gravitoelectromagnetism equations. Since MOND consists in the implementation of a correction function of Newtonian gravitation, with the set of equations of gravitoelectromagnetism, two functions will be

necessary and the aim of this study is to investigate possible relationships between the implemented functions.

KEYWORDS: Gravitation. Dark matter. Electromagnetism.

INTRODUÇÃO

A tradicional gravitação newtoniana foi por muitos anos suficiente para explicar os fenômenos observados, porém, em um certo momento ao analisar sistemas estelares, constatou-se que sob determinada situação específica, a gravitação newtoniana apresentava resultados que não condiziam com os encontrados experimentalmente.

O conceito de matéria escura aparece como uma necessidade de solucionar a inconsistência entre as observações e as previsões de velocidades de estrelas ao redor do centro galáctico com base no conteúdo de matéria luminosa da galáxia. (GUSMÃO; VALENTE; DUARTE, 2017, p. 2).

O que acontece é que a gravitação newtoniana prevê que a velocidade de um corpo celeste se reduza conforme aumentamos a sua distância em relação ao centro da galáxia pertencente, porém os resultados encontrados através de experimentos mostram que na prática tal velocidade se mantém constante a partir de determinada distância (SCARPA, 2006). Tal fato induziu pesquisadores a supor a “existência de alguma forma de matéria não observada, mas gravitacionalmente ativa, influenciando o movimento das estrelas na galáxia” (GUSMÃO; VALENTE; DUARTE, 2017, p. 2), tal fenômeno levou o nome de matéria escura.

Segundo Scarpa (2006 apud BINNEY, 2004), os efeitos da matéria escura são observados em sistemas estelares apenas para acelerações abaixo de um valor fixo $a_0 = 1,2 \times 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$. Motivado por tais circunstâncias, segundo Bekenstein (2004), o físico Mordehai Milgrom propôs uma modificação na segunda lei de Newton, surgindo então a proposta da MOND, que consiste na aplicação de uma função de interpolação $\mu(a/a_0)$, que novamente de acordo com Scarpa (2006), funciona como uma correção para a gravitação newtoniana em regimes onde $a \ll a_0$ retornando $\mu = a/a_0$ e assumindo valor 1 quando $a \gg a_0$, recuperando assim o comportamento newtoniano. Seguindo a proposta de Milgrom, presente em Bekenstein (2004), temos a nova formulação:

$$F = m \mu a. \quad (1)$$

Sabe-se que a lei da gravitação newtoniana é dada por:

$$F = G \frac{mM}{r^2}, \quad (2)$$

dessa forma, no regime MOND-iano, temos agora:

$$m \frac{a^2}{a_0} = G \frac{mM}{r^2}. \quad (3)$$

Como a aceleração em questão é tangencial ao movimento, pode-se utilizar a relação $a = v^2/r$ na Eq. (3), organizando os termos, chega-se então a:

$$v^4 = a_0 G M. \quad (4)$$

É possível observar que no regime MOND-iano a velocidade não depende do raio, sendo assim, obtemos uma velocidade constante a partir do momento em que temos a massa total do sistema. Obtida experimentalmente, a lei de Tully-Fisher diz que a massa é proporcional à quarta potência da velocidade das estrelas, essa relação também é encontrada na teoria utilizando a MOND, como podemos notar na Eq. (4).

A MOND se resume a uma única equação, tal qual a gravitação newtoniana, porém segundo Rasul (2015), Oliver Heaviside notou uma semelhança entre a lei da gravitação newtoniana e a Lei de Coulomb. Tendo feito tal observação, Heaviside “sugeriu que uma teoria gravitacional poderia ser desenvolvida ao longo das mesmas linhas do eletromagnetismo” (HILLS, 2012 apud HEAVISIDE, 1893, p. 3, tradução nossa). Assim sendo, Heaviside desenvolveu um conjunto de quatro equações para a gravitação, fazendo uma analogia com as equações de Maxwell. Tal conjunto de equações ficou conhecido como gravitoeletromagnetismo (HILLS, 2012 apud HEAVISIDE, 1893):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_g = -4\pi G \rho_g, \quad (5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_g = 0, \quad (6)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_g = -\frac{\partial \vec{B}_g}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_g = \frac{1}{c^2} 4\pi G J_g + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t}, \quad (8)$$

onde: \vec{E}_g = campo gravitoelétrico (tradicional aceleração da gravidade comumente representada por \vec{g}), \vec{B}_g = campo gravitomagnético, ρ_g = densidade de massa, J_g = fluxo de massa, G = constante gravitacional e c = velocidade de propagação da gravidade (velocidade da luz).

O gravitoeletromagnetismo sugere que haja uma parte elétrica e uma parte magnética da gravitação, que chamaremos de campo gravitoelétrico e campo gravitomagnético respectivamente. A formulação original da MOND trabalha apenas com a Eq. (5), porém, faz sentido analisar os efeitos da aplicação da MOND não somente como uma equação, mas como um conjunto de equações provenientes da analogia com o eletromagnetismo. Seguindo tal linha de raciocínio, faz-se necessário a inserção de uma nova função λ , a qual fará a correção para a “parte magnética” da gravidade, pois analogamente, a função μ originalmente atribuída na MOND atua apenas na “parte elétrica”.

MATERIAL E MÉTODOS

Trabalhamos inicialmente com uma teoria da gravidade não-relativística modificada, apelidada de teoria Lagrangiana modificada e conhecida como AQUAL, que segundo seu idealizador Bekenstein (2004), resolve alguns problemas existentes na MOND. A teoria AQUAL é formulada utilizando o potencial gravitacional (ϕ), através de:

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\mu \left(\frac{|\vec{\nabla}\phi|}{a_0} \right) \vec{\nabla}\phi \right] = 4\pi G \rho, \quad (9)$$

onde: $\vec{\nabla}\phi = -\vec{g}$.

Analisando a equação da AQUAL, fica claro a inserção da função $\mu\left(\frac{|\vec{\nabla}\phi|}{a_0}\right)$ na Eq. (5) referente ao gravitoeletromagnetismo.

Para realizarmos a generalização da MOND para as quatro equações do gravitoeletromagnetismo, inserimos uma nova função, com o objetivo de que esta atue sobre o campo gravitomagnético. Dessa forma, quando $E_g \gg a_0$, teremos $\mu = 1$ e analogamente quando $B_g \gg b_0$ teremos $\lambda = 1$. Já para casos onde $E_g \ll a_0$ e $B_g \ll b_0$ (regime MOND-iano) vamos ter:

$$\mu\left(\frac{|\vec{E}_g|}{a_0}\right) = \frac{|\vec{E}_g|}{a_0}, \quad (10)$$

$$\lambda\left(\frac{|\vec{B}_g|}{b_0}\right) = \frac{|\vec{B}_g|}{b_0}. \quad (11)$$

Com isso, surgiu uma nova constante, a qual chamamos de b_0 .

Para proceder a análise, considerou-se o vácuo. Sob tais circunstâncias, variáveis como a densidade de massa e fluxo de massa são nulas.

Assumindo como hipótese inicial que a função μ atua sob o campo gravitoeletrico da mesma maneira em todas as equações do gravitoeletromagnetismo e que a função λ atua sob o campo gravitomagnético de forma análoga, obtém-se:

$$\vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{E}_g) = 0, \quad (12)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{B}_g) = 0, \quad (13)$$

$$\vec{\nabla} \times (\mu \vec{E}_g) = -\frac{\partial(\lambda \vec{B}_g)}{\partial t}, \quad (14)$$

$$\vec{\nabla} \times (\lambda \vec{B}_g) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial(\mu \vec{E}_g)}{\partial t}. \quad (15)$$

Baseado nessas quatro equações, nosso estudo se fundamentou em encontrar possíveis indícios que nos levem à uma relação entre as funções implementadas. Para este fim, analisamos a propagação das ondas gravitacionais.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Levando em conta a proposta de Heaviside de que a gravitação deve ser análoga ao eletromagnetismo, o desenvolvimento algébrico utilizado para encontrar a equação da onda gravitacional também deve ser feito analogamente às equações da onda eletromagnética. De tal maneira, as equações da onda gravitoeletromagnética são:

$$\nabla^2(\mu \vec{E}_g) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\mu \vec{E}_g)}{\partial t^2} = 0, \quad (16)$$

$$\nabla^2(\lambda \vec{B}_g) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\lambda \vec{B}_g)}{\partial t^2} = 0. \quad (17)$$

Tais equações funcionam como um marco inicial nesta investigação, pois a partir delas se faz um estudo voltado para o comportamento físico da gravidade de acordo com as funções μ e λ .

Na onda eletromagnética, uma relação sempre respeitada é dada por:

$$E = c B, \quad (18)$$

onde: E = campo elétrico, B = campo magnético e c = velocidade de propagação da luz.

De maneira análoga, segue que para a onda gravitoeletromagnética, a seguinte relação também deve ser válida:

$$\mu E_g = c \lambda B_g. \quad (19)$$

Relembrando que no regime normal temos $\mu=1$ e $\lambda=1$, a Eq. (19) se resume à:

$$E_g = c B_g. \quad (20)$$

Agora, vamos assumir como hipótese que a relação dada na Eq. (20) é válida também no regime MOND-iano. Vamos então reescrever a Eq. (19) com o intuito de facilitar o estudo das funções μ e λ :

$$c \frac{B_g}{E_g} = \frac{\mu}{\lambda}. \quad (21)$$

Para que nossa hipótese seja respeitada, a razão μ/λ deve ser igual a 1 também no regime MOND-iano, ou seja, as duas funções devem ser iguais. Vamos agora substituir os valores assumidos pelas funções μ e λ no regime onde $E_g \ll a_0$ e $B_g \ll b_0$:

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{E_g/a_0}{B_g/b_0} = \frac{b_0}{a_0} \frac{E_g}{B_g}, \quad (22)$$

substituindo o resultado na Eq. (21), organizando os termos e multiplicando ambos os lados da igualdade por c , chegamos em:

$$c \frac{b_0}{a_0} = c^2 \frac{E_g^2}{B_g^2}. \quad (23)$$

Fazendo uma comparação entre as Eq. (21) e (23), percebemos que:

$$c \frac{b_0}{a_0} = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2. \quad (24)$$

Como nossa hipótese propõe que as duas funções μ e λ devem ser iguais, obtemos aqui uma relação entre constantes:

$$\frac{a_0}{c} = b_0, \quad (25)$$

substituindo os valores da constante a_0 e a velocidade de propagação da luz (c), encontramos o valor da constante b_0 :

$$b_0 = \frac{1,2 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2}{2,99 \times 10^8 \text{ m/s}} \cong 10^{-18} \text{ s}^{-1}. \quad (26)$$

O valor encontrado possui a mesma ordem de grandeza de uma constante já existente, relacionada com a expansão do universo, trata-se da constante de Hubble (HORVATH et al., 2011). Este fato nos traz fortes evidências de que as hipóteses assumidas são promissoras.

CONCLUSÃO

Em suma, observou-se que assumindo uma hipótese inicial para a distribuição das funções μ e λ nas equações do gravitoeletromagnetismo e posteriormente a hipótese de que a Eq. (20) é sempre válida, tanto no regime normal quanto no MOND-iano, obtivemos como consequência que as duas funções μ e λ são iguais em ambos os regimes. Aprofundando-se o estudo, exploramos a constante b_0 que surgiu com a inserção da função λ , exploração esta que rendeu um resultado surpreendente, pois o valor encontrado possui a mesma ordem de grandeza da já conhecida constante de Hubble, que está diretamente relacionada com o ramo da cosmologia, um fato curioso, pois é nesse ramo da física que, até então, a MOND demonstra uma maior instabilidade. Em suma, baseado na investigação, é possível afirmar que a análise da MOND utilizando o conjunto de quatro equações do gravitoeletromagnetismo se mostra como um possível caminho a ser explorado, pois apresentou resultados que não demonstram ser apenas uma coincidência, muito pelo contrário, os dados se relacionam e indicam que esta pode sim ser a direção correta para a explicação de todos os fenômenos astronômicos, sem a necessidade de invocar a matéria escura.

REFERÊNCIAS

- SCARPA, Riccardo. Modified Newtonian Dynamics, an Introductory Review. In: FIRST CRISIS IN COSMOLOGY, 1., 2006, Monção. **AIP Conference Proceedings**. College Park: American Institute of Physics, 2006. v.822, p. 1-13. Disponível em: <<https://arxiv.org/search/?query=Modified+Newtonian+Dynamics%2C+an+Introductory+Review&searchtype=all&source=header>>. Acesso em: 10 jan. 2019.
- GUSMÃO, Tiago de C.; VALENTE, Julia de A.; DUARTE, S. B. A matéria escura no universo – uma sequência didática para o ensino médio. **Rev. Bras. Ensino Fís.**, São Paulo, vol. 39, n. 4, e4504, 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172017000400601&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 15 fev. 2019.
- HILLS, Brian. Gravitoelectromagnetism: another step towards a unified theory of the origin of mass. **Apeiron: Studies in Infinite Nature**, Norwich, vol. 19, n. 1, p.1-38, jan. 2012.
- BEKENSTEIN, Jacob. A. Modified Gravity vs Dark Matter: Relativistic theory for MOND. In: Johns Hopkins Workshop, 28., 2004, Baltimore. **JHEP Proceedings of Science**. Baltimore: Sissa, 2005. v.3, p. 1-18. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/astro-ph/0412652v3>>. Acesso em: 20 jun. 2019.
- HORVATH, Jorge. et al. **Cosmologia física do micro ao macro cosmos e vice-versa**. 2.ed. São Paulo: Editora livraria da física, 2011. 316 p.
- RASUL, M. Gravitation and matter waves. **Physics Essays**, [s.l.], v.28, n.3, p.338-342, 12 set. 2015. Physics Essays Publication. <http://dx.doi.org/10.4006/0836-1398-28.3.338>.