https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2019

MODELAGEM DE VOLATILIDADE ESTOCÁSTICA: Análise Do BM&FBovespa.

STOCHASTIC VOLATILITY MODELING: BM&FBovespa Analysis.

RESUMO

Rafael Gustavo Rospirski
Rafaelrospirski@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.

Roberto Molina de Souza
rmolina.souza@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.

No mercado financeiro, o uso de modelos para representar a volatilidade de ativos ou índices financeiros tem sido bastante estudado. Logo, este trabalho utiliza métodos bayesianos para construir uma modelagem de Volatilidade Estocástica analisando ativos financeiros alocadas na BM&FBovespa utilizando uma perspectiva de série temporal. É possível analisar e descrever a volatilidade ao longo de um determinado período de tempo, geralmente modelos autoregressivos são os mais eficientes para tentar descrever o comportamento destes ativos. Desta forma, este trabalho tem como objetivo a complementação literária para a construção de ferramentas estatísticas voltadas para a aplicação do estudo da volatilidade em ativos financeiros. Para isso, é considerado os valores históricos do índice IBovespa durante o período de 2008 a 2018, construindo uma análise que estimam os parâmetros da Modelagem através de Métodos Monte Carlo via Cadeia de Markov, atráves do algoritmo Jags, para então, construir uma breve discussão sobre a Volatilidade do Índice Analisado e o contexto econômico dos períodos mais notáveis.

PALAVRAS-CHAVE: Volatilidade Estocástica. BM&FBovespa. Modelagem.

Recebido: 19 ago. 2019.
Aprovado: 01 out. 2019.

ABSTRACT

In the financial market, the use of models to represent the volatility of assets or financial indices has been well studied. Therefore, this work uses Bayesian inference methods to construct a Stochastic Volatility modeling. By analyzing financial assets BM&FBovespa in the time series perspective, it is possible to analyze and describe the volatility over a certain period of time. Generally, autoregressive models are efficient in trying to understand asset behavior. This work aims at the literary complementation for the construction of statistical tools aimed at the study of volatility in assets or financial indices. Initially, the IBovespa index was considered during the period from 2008 to 2018. for the analysis. The parameters of the models commonly used in volatility studies were estimated using Markov Chain Monte Carlo methods and Jags algorithms, thus constructing a discussion about the volatility of the Ibovespa index.

KEYWORDS: Stochastic Volatility. Modeling. BM&FBovespa. Analysis.

INTRODUÇÃO

Uma empresa pode alocar um percentual de sua propriedade em ativos do BM&FBovespa as convertendo em ações financeiras. Deste modo, têm-se amplos processos de comercializações e transações destes ativos uma vez que, fundamentado pela sustentabilidade e a previsão da valorização de uma determinada empresa, há uma comercialização intuitivamente especulativa de sua respectiva ação, induzindo uma constante variação em seu valor em mercado, que possui uma rápida reação há fatores externos. Desta forma, é possível compreender, comparar e indicar as variações do preço de uma ação analisando sua volatilidade Estocástica.

A volatilidade é o desvio padrão da função log-retorno, artifício que descreve o retorno gerado pela série financeira, comumente utilizada em ambientes de análise financeira, caracterizando a intensidade de mudança dos valores obtidos por uma ação em questão. Desta forma, a Volatilidade é obtida de forma indireta à Série Financeira, fornecendo amplas conclusões para sua utilização na tomada de decisões. Neste trabalho, o foco de estudo é a modelagem da Volatilidade, utilizando a estatística Bayesiana, software R e algoritmos Jags, é apresentado uma análise do comportamento da volatilidade do Índice Bovespa analisados durante o período de 2008 a 2018.

MÉTODOS ESTATÍSTICOS

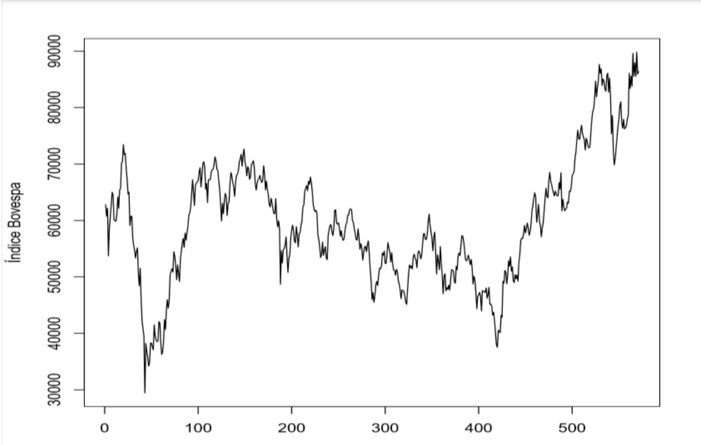
Uma série temporal é um conjunto de valores observados e ordenados no tempo, onde a ordem destas observações tem impacto em seu resultado. Existem fatores que influenciam os padrões nestes valores, tanto no passado quanto no presente, a análise destes conjuntos considera que esta influência se aplicará também no futuro. Portanto, ao identificar e isolar tais fatores, é possível construir conclusões para o comportamento dos valores de uma série financeira.

Entretanto, a técnica de decomposição serial possui limitações no tratamento para o ruído gerado pela estocasticidade, em busca de se encontrar melhores tratamentos para este ruído, o uso de modelos estocásticos se torna indispensável para uma eficiente descrição de seu comportamento.

ANÁLISE PARA A MODELAGEM

Durante o período de 2008 a 2018 houve inúmeras situações que incidiram em uma variação constante do Índice Bovespa, veja a figura a seguir:

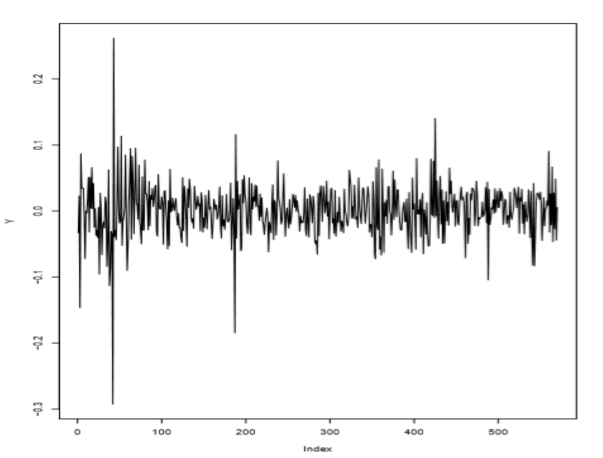
Figura 1 – Índice Bovespa



Fonte: Dados retirados do Portal Economia Uol. Organizados de forma a expressar a pontuação do Índice em sua abertura semanal correspondente.

O IBovespa utiliza empresas consolidadas na Bolsa de Valores de São Paulo para apresentar um desempenho médio geral dos ativos, assim, é a soma total dos valores ponderados das ações que o compõem. Assim, descrevendo a variação do índice como o conjunto $A = \{y_0; y_1; \ldots; y_n\}$ onde y_n são valores assumidos pela variação, temos a construção da função log-retorno na forma $y_t = ln(I_{t+1}/I_t)$, expressando o gráfico a seguir:

Figura 2 – Log-retorno IBovespa



Dada a grande dificuldade do uso das técnicas estatísticas clássicas usuais e devido à complexidade da função de verossimilhança, métodos Bayesianos usando técnicas MCMC (Monte Carlo via Cadeias de Markov) são consideradas para a análise de séries financeiras assumindo modelos de Volatilidade Estocástica (MEYER; YU, 2000).

MODELAGEM DE VOLATILIDADE ESTOCÁSTICA

A modelagem desenvolvida abaixo é referenciado em Souza, Achcar e Barossi-Filho (2017). Vamos presumir que o comportamento da série financeira y_t seja dado por:

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t \tag{1}$$

Em que ε_t é o ruído suposto independente e identicamente distribuído de forma normal $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Denotando por $H^t = (y_{t-1}, y_{t-2}, \dots)$ os valores passados de y_t .

A volatilidade desta série y_t é a variância condicional $\sigma_t^2 = E(y_t^2/H^t)$, devemos assim, assumir que o desvio-padrão é dado pelo modelo:

$$\sigma_t = exp\left(\frac{h_t}{2}\right) \tag{2}$$

Sendo h_t uma variável latente definida por um modelo auto-regressivo AR dado por:

$$h_t = \mu + \varphi(h_{t-1} - \mu) + \eta_t \tag{3}$$

Vamos assumir que h_1 seja uma variável aleatória com uma distribuição conhecida $P_1(h_1)$ e η_t é um ruído associado às variáveis latentes com uma distribuição normal $N(0, \sigma_\eta^2)$. Se $|\varphi| < 1$, a média e a variância não condicional de h_t são respectivamente $E(h_t) = \mu$ e $V(h_t) = \sigma_\eta^2/(1 + \varphi\rho_1)$, sendo ρ_1 o coeficiente de autocorrelação entre h_t e h_{t-1} . Com as suposições (1), (2), (3) temos que:

$$\begin{aligned} &y_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2\, exp(h_t)) \\ &y_1 \sim N(\mu, \sigma_\eta^2) \\ &y_t \mid h_{t_{-1}} \sim N(\mu + \varphi(h_{t-1} - \mu), \sigma_\eta^2) \qquad para\ t = 2{,}3, \dots, N. \end{aligned} \tag{4}$$

Uma possível generalização para o modelo de Volatilidade Estocástica definido pelas expressões (1) e (2) pode ser obtida definindo-se um modelo para as variáveis latentes dado por:

$$h_t = \mu + \sum{}^1 \varphi_j(h_{t-j} - \mu) + \eta_t \tag{5}$$

Para $t = p + 1, \dots, N$, com as raízes do polinômio $\varphi(B) = 1 - \sum{}^1 \varphi_j B_j$ fora do círculo de raio unitário (B é o operador retardo definido por $B^k h_t = h_{t-k}$).

Denota-se o modelo definido por (1), (2) e (5) como modelo generalizado de volatilidade estocástica. Neste caso temos

$$h_t \mid h_{t-1}, \dots, h_{t-p} \sim N\left(\mu + \sum{}^1 \varphi_j\left(h_{t-j} - \mu\right), \sigma_\eta^2\right) \tag{6}$$

Para $t = 2, 3, \dots, N$. A função de verossimilhança do modelo considerando as equações (1) e (6) é dada por:

$$L = \Pi p(y_t \mid h_t)$$

Da equação (4) temos que:

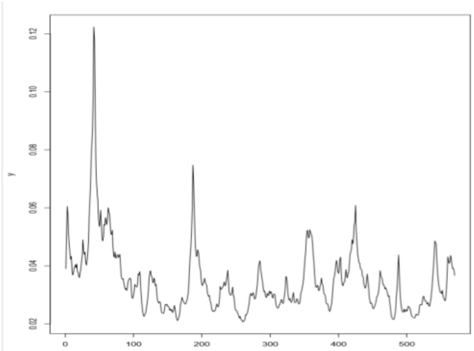
$$L = \Pi \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon^2\, exp(h_t)}} exp\left(-\frac{y_t^2}{2\sigma_\varepsilon^2\, exp(h_t)}\right)$$

Desta forma, têm-se a fundamentação inicial para a construção da modelagem, para gerar amostras da distribuição a posteriori conjunta para $\varphi = (\theta, h)$ usamos métodos MCMC com algoritmo Gibbs Sampling. Essas amostras são geradas a partir das distribuições condicionais $\pi[\theta_j \mid \theta_{(j)}, y]$, em que $\theta_{(j)}$ denota o vetor de todas as componentes de θ exceto o j-ésimo componente. Uma grande simplificação é obtida usando o software WinBugs (STBG1999), no qual apenas necessitamos definir a distribuição para os dados e as distribuições a priori para os parâmetros do modelo. Resultados similares são obtidos considerando casos especiais do modelo GSV com $p = 1$, $\varphi_j = 0$ para $j = 2, \dots, p$ (Modelo de Volatilidade Estocástica usual) e $\sigma_\varepsilon^2 = 1$ ou $\sigma_\eta^2 = 1$.

DISCUSSÕES, RESULTADOS E CONCLUSÕES

Para a construção do modelo intitulado 1A consideramos inicialmente o modelo de Volatilidade Estocástica (SV) definido pelas equações de (1) a (4), assumindo σ_ε^2 e as distribuições a priori $\varphi \sim Beta(1,1)$; $\tau_\eta = 1/\sigma_\eta^2 \sim gama(1,1)$ e $\mu \sim N(0,100)$, em que gama(a,b) denota uma distribuição gama com média a/b e variância a/b^2 . A escolha de uma distribuição gama(a,b) para τ_η corresponde à escolha de uma distribuição gama-inversa para σ_η^2 .

Figura 3 – Modelo 1A

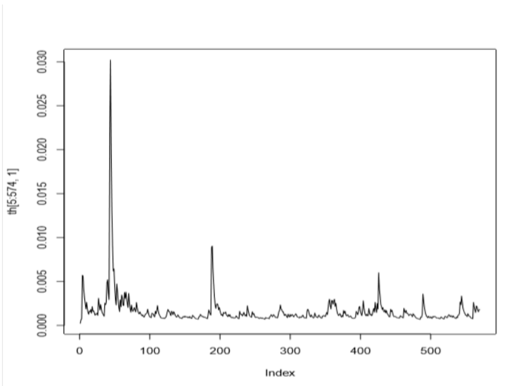


Outro modelo usual que podemos comparar com os modelo apresentado neste texto é o modelo GARCH. Para tanto, novamente assumimos o modelo 1A com ε_t independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal N(0,1) e σ_t^2 modelado como um GARCH(1,1), dado por:

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Com $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, $\alpha_0 > 0$, α_1 e $\beta_1 >= 0$ e devemos assegurar que $(\alpha_1 + \beta_1 < 1)$.

Figura 4 – Modelo GARCH



Temos três momentos notáveis para analisar o comportamento da volatilidade expressa na modelagem. Aproximadamente na quinquagésima semana há aproximadamente 350 dias percorridos desde o início de 2008, período em que ocorre a troca na presidência no governo brasileiro, em um cenário de crise financeira na Europa e Estados Unidos, situação que impactou na macroeconomia e aumentou o receio de investidores, ocasionando a desvalorização de ações situadas no BM&FBovespa. Durante a centésima quinquagésima até a ducentésima trigésima semana havia a manutenção de uma política mundial em aumento das arrecadações de impostos, há também a chamada Guerra Cambial, período em que a Macroeconomia Global vive um aumento de juros ocasionado pela disputa de valor monetário Dollar-Euro-Yuan, fatores que culminaram na variação bruta de até 20 mil pontos registrados pelo Ibovespa durante o período. Aproximadamente na quadringentésima semana o Brasil vivenciou uma crise política, fator que culminou em um cenário de impeachmeant, ocasionando mudanças no setor financeiro através de medidas que buscassem a recuperação econômica sustentada pelo setor agropecuário.

Portanto, a análise da Volatilidade proporciona orientação a tomadas de decisões no que diz respeito ao tratamento de ações, onde é possível ponderar suas variações através de uma análise conjunta com as situações Macroeconômicas, políticas e cambiais que o planeta vive.

REFERÊNCIAS

MEYER, R.; YU, T. Bugs for a bayesian analysis of stochastic volatility models. **Econometrics**, v. 3, p. 198-215, 2000.

SOUZA, R. M.; ACHCAR, J.; BAROSSI; M. Modelos de volatilidade estocástica em séries financeiras. **Economia aplicada,** v. 14, n.1, p. 25-40, 2017.

ENGLE, R. Autoregressive conditional heterosdasticity with estimates of the variance of uk inflation. **Econometrica.** v. 50, p.-25-40, 1982.

GHYSELS, E. **Stochastic volatility. Statistical methods on finance north-holand,** 1996.

BOLLERSLEV. Generalized autoregressive conditional heterodasticity. **Journal of Econometrics.** v. 31, n. 1, p. 307-327, 1986.