

<https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2019>

Tunelamento Quântico Macroscópico em Sistemas Ferromagnéticos

Macroscopic Quantum Tunneling in Ferromagnetic Systems

RESUMO

Fernanda Azevedo
fazevedo@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica
Federal do Paraná, Toledo,
Paraná, Brasil

Fagner Muruci de Paula
faqnerm@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica
Federal do Paraná, Toledo,
Paraná, Brasil

A física quântica é uma teoria conhecida por descrever o comportamento de sistemas pertencentes ao mundo microscópico como átomos e elétrons. No entanto, avanços tecnológicos na fabricação e manipulação de dispositivos nano e mesoscópicos vêm possibilitando a observação de fenômenos quânticos numa escala cada vez maior. Em particular, uma supercorrente composta por bilhões de elétrons fluindo num SQUID (Superconducting Quantum interference Device) é capaz de exibir diferentes comportamentos não clássicos, tais como quantização de energia e tunelamento quântico. O objetivo de nosso trabalho é investigar teoricamente efeitos quânticos num dispositivo magnético análogo ao SQUID. O dispositivo consiste em um anel ferromagnético unidimensional descrito pelo limite contínuo do modelo XY. Em primeiro lugar, mostramos que a magnetização do anel pode se comportar como um sistema massa-mola unidimensional e apresentar o fenômeno da quantização de energia. Empregando a aproximação harmônica, verificamos que a separação entre níveis de energia não depende do comprimento do anel. Dessa forma, o dispositivo investigado se revelou um candidato bastante promissor a exibir efeitos quânticos macroscópicos. Além disso, mostramos que a magnetização tem possibilidade de alternar seu sentido de rotação ao longo do anel via tunelamento quântico, comportando-se efetivamente como um bit quântico, isto é, o elemento básico da ciência da informação e computação quântica.

PALAVRAS-CHAVES: Anisotropia. Ferromagnetismo. Informação Quântica. Qubit. Oscilador harmônico.

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



ABSTRACT

QUANTUM PHYSICS IS A THEORY KNOWN FOR DESCRIBING THE BEHAVIOR OF SYSTEMS BELONGING TO THE MICROSCOPIC WORLD SUCH AS ATOMS AND ELECTRONS. HOWEVER, TECHNOLOGICAL ADVANCES IN THE MANUFACTURE AND MANIPULATION OF NANO AND MESOSCOPIC DEVICES HAVE ENABLED THE OBSERVATION OF QUANTUM PHENOMENA ON AN INCREASING SCALE. IN PARTICULAR, A SUPERCURRENT COMPOSED OF BILLIONS OF ELECTRONS FLOWING IN A SUPERCONDUCTING QUANTUM INTERFERENCE DEVICE (SQUID) IS CAPABLE OF EXHIBITING DIFFERENT NON-CLASSICAL BEHAVIORS SUCH AS ENERGY QUANTIZATION AND QUANTUM TUNNELING. THE AIM OF OUR WORK IS TO THEORETICALLY INVESTIGATE QUANTUM EFFECTS IN A MAGNETIC DEVICE ANALOGOUS TO THE SQUID. THE DEVICE CONSISTS OF A ONE-DIMENSIONAL FERROMAGNETIC RING DESCRIBED BY THE CONTINUUM LIMIT OF THE XY MODEL. FIRST, WE SHOW THAT RING MAGNETIZATION CAN BEHAVE LIKE A ONE-DIMENSIONAL SPRING-MASS SYSTEM AND PRESENT THE ENERGY QUANTIZATION PHENOMENON. USING THE HARMONIC APPROXIMATION, WE FIND THAT THE SEPARATION BETWEEN ENERGY LEVELS DOES NOT DEPEND ON THE RING LENGTH. THUS, THE INVESTIGATED DEVICE PROVED TO BE A VERY PROMISING CANDIDATE TO EXHIBIT MACROSCOPIC QUANTUM EFFECTS. FURTHERMORE, WE SHOW THAT MAGNETIZATION

HAS POSSIBILITY OF ALTERNATING ITS DIRECTION OF ROTATION ALONG THE RING VIA QUANTUM TUNNELING, EFFECTIVELY BEHAVING AS A QUANTUM BIT, THAT IS, THE BASIC ELEMENT OF THE QUANTUM INFORMATION AND COMPUTATION SCIENCE.

KEYWORDS: Anisotropy. Ferromagnetism. Quantum Information. Qubit. Harmonic Oscillator

INTRODUÇÃO

A mecânica quântica surgiu no início do Século XX, com a hipótese da quantização de energia introduzida por Max Planck, e permitiu a compreensão de eventos apresentados por sistemas microscópicos, antes inexplicados pela teoria clássica. Em 1935, Schrödinger introduziu um paradoxo onde um gato dentro de uma caixa poderia estar vivo e morto ao mesmo tempo como consequência de um estado de superposição quântica de um átomo radioativo. Esse experimento mental contrapõe com o conhecimento clássico relativo ao comportamento de objetos macroscópicos e sua realização permaneceu por muito tempo apenas na ficção científica. No entanto, Anthony Leggett em 1980 presumiu que seria possível observar fenômenos quânticos em uma escala macroscópica utilizando um material supercondutor no lugar de um sistema muito complexo como um gato. O dispositivo apontado por Leggett foi o SQUID (Superconducting Quantum Interference Device), que consiste num anel supercondutor de tamanho micrométrico interrompido por uma junção Josephson. Avanços tecnológicos na preparação e manipulação desse tipo de dispositivo possibilitaram a observação experimental de efeitos quânticos em proporções gigantescas. Fenômenos quânticos macroscópicos não foram observados apenas em SQUIDs, mas também em inúmeros outros sistemas físicos.

O objetivo deste trabalho de iniciação científica é investigar teoricamente efeitos quânticos num dispositivo magnético análogo ao SQUID. Considerando um anel ferromagnético unidimensional descrito pelo modelo XY e, empregando a aproximação do contínuo, mostramos que a magnetização no anel pode se comportar como uma partícula massiva submetida a um poço duplo de potencial, podendo exibir o fenômeno do tunelamento quântico macroscópico e se comportar como um qubit. Além disso, assumindo uma barreira suficientemente grande entre os dois poços de potencial, mostramos que o sistema pode se comportar como um oscilador harmônico quântico, com a separação entre os níveis de energia não dependendo do comprimento do anel.

MÉTODOS

No regime quântico, o comportamento de uma partícula é governado pela equação de Schrödinger:

$$(1) \quad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U(x, y, z, t) \psi,$$

onde ψ denota a função de onda, U a energia potencial e m a massa da partícula. Iniciamos nosso estudo revisando o problema do oscilador harmônico quântico unidimensional, para o qual a energia potencial é função apenas da posição x :

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2. \quad (2)$$

Neste caso, a solução da equação (1) é da forma $\psi = \psi(x)\exp(-iEt/\hbar)$, onde a parte espacial da função de onda é obtida da denominada equação de Schrödinger independente-do-tempo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}kx^2\psi(x) = E\psi(x), \quad (3)$$

que tem soluções para valores positivos da energia E .

Definindo as variáveis adimensionais $\lambda = 2E/\hbar\omega$ e $\xi = \sqrt{(m\omega/\hbar)}x$, a equação diferencial (3) pode ser escrita na forma:

$$\frac{d^2\psi(\xi)}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2)\psi(\xi) = 0. \quad (4)$$

Em seguida, substituindo na equação (4)

$$\psi(\xi) = e^{-\xi^2/2} h(\xi), \quad (5)$$

obtem-se a equação diferencial de Hermite

$$\frac{d^2h(\xi)}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dh(\xi)}{d\xi} + (\lambda - 1)h(\xi) = 0, \quad (6)$$

cujas soluções possíveis, $h_n(\xi)$, são dadas pelos denominados polinômios de Hermite, com $\lambda = 2n + 1$, sendo n um inteiro não-negativo. Como $\lambda = 2E/\hbar\omega$, conclui-se que os valores possíveis de energia são:

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Portanto, ao contrário do caso clássico, na versão quântica do oscilador harmônico o espectro de energia é quantizado, exibindo uma separação constante $\hbar\omega$ entre os níveis e um mínimo não-nulo $E_0 = \hbar\omega/2$, conhecido como energia de ponto zero.

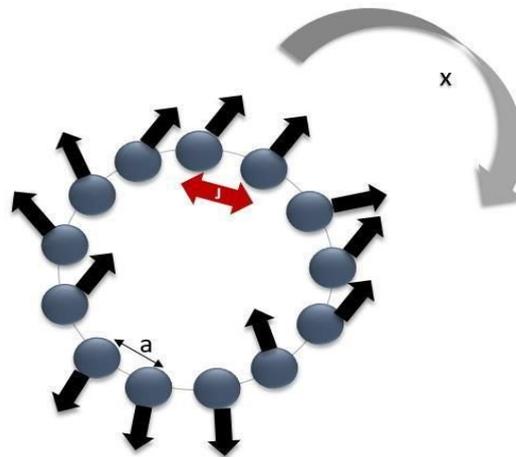
RESULTADOS E DISCUSSÕES

Considere um anel ferromagnético unidimensional, como o ilustrado na Figura 1, descrito pela energia do modelo XY no limite contínuo, dada por

$$(8) \quad E[\phi] = \int_0^L dx \left\{ \frac{J}{c^2} \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 + J \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + K_x \sin^2 \phi \right\},$$

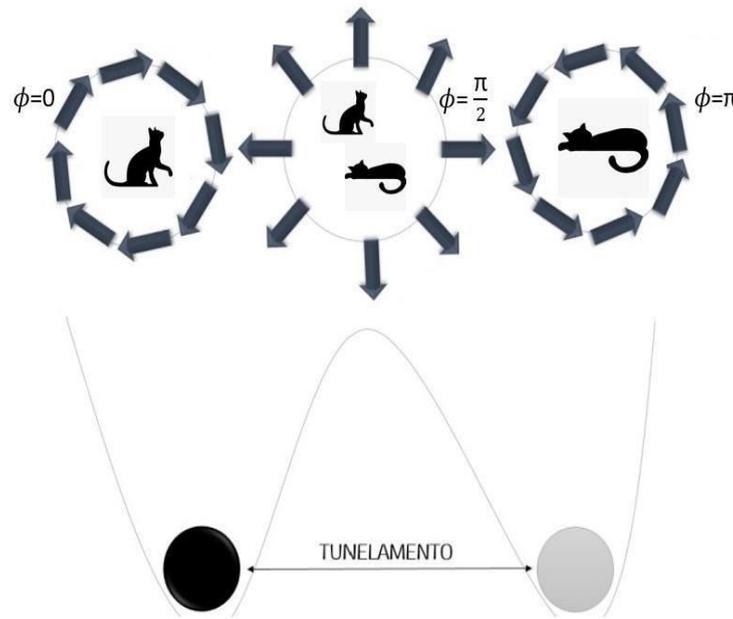
onde assumimos z como a direção perpendicular ao plano do anel e x como a direção tangente ao anel. A integração é realizada sobre o comprimento L do anel e $c = 2\gamma \sqrt{JK_z}$, com $\gamma = a/s$, representa a velocidade das ondas de spin, com a denotando a distância entre sítios magnéticos vizinhos e s o número quântico de spin dos sítios. Os parâmetros J , K_x e $K_z \gg K_x$ são positivos e medem as intensidades da interação de troca, anisotropia de eixo-fácil e anisotropia de plano-fácil, respectivamente, e $\phi = \phi(x, t)$ é um campo que especifica o ângulo, no plano do anel, entre a magnetização e a direção tangencial x . Neste modelo, a magnetização tende a permanecer confinada no plano do anel, apontada ao longo de x .

Figura 1 - Anel ferromagnético unidimensional.



Fonte: do Autor, 2018.

Figura 2-Partícula fictícia sob um poço duplo de potencial.



Fonte: do Autor, 2018.

Em seguida, considerando um anel suficientemente pequeno, $L < \sqrt{J/K_x}$, para inibir a formação de paredes de domínio, podemos assumir ϕ como independente x , isto é, $\phi = \phi(t)$. Com isso, a equação (8) pode ser escrita na forma

$$E = \frac{m}{2} \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 + U(\phi) \quad (9)$$

Com

$$m = \frac{2LJ}{c^2} \quad (10)$$

e

$$U(\phi) = LK_x \sin^2 \phi.$$

(11)

A energia dada pela equação (9) é matematicamente equivalente a energia mecânica de uma partícula fictícia com posição ϕ e massa m submetida a um potencial unidimensional periódico $U(\phi)$. O valor mínimo ($U_{min} = 0$) e o valor máximo ($U_{max} = LK_x$) do potencial ocorrem em $\phi_{min} = n\pi$ e $\phi_{max} = n\pi/2$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), respectivamente. Fisicamente, há apenas duas configurações magnéticas distintas que conduzem ao mínimo de energia: a configuração na qual a magnetização rotaciona no sentido horário (que podemos representar por $\phi = 0$) e a configuração com a magnetização invertida ($\phi = \pm \pi$). Como ilustrado na Figura 3, essas duas configurações estão separadas por uma barreira

de energia cuja configuração associada é descrita por $\phi = \pm \pi/2$, onde os momentos magnéticos encontram-se apontados na direção radial.

Do ponto de vista quântico, a partícula fictícia tem possibilidade de oscilar no tempo entre os dois poços de potencial via tunelamento quântico. Em temperaturas baixas ($T \rightarrow 0$), o sistema fica restrito a dois estados quânticos (isto é, o sistema se comporta como um bit quântico), sendo descrito por um estado de superposição quântica do tipo gato de Schrödinger:

$$\psi(t) = \cos\left(\frac{\Delta}{2}t\right)\psi_E + i\left(\frac{\Delta}{2}t\right)\psi_D, \quad (12)$$

onde ψ_E e ψ_D representam as funções de onda do estado fundamental da oscilação harmônica simples associada ao poço esquerdo (magnetização no sentido horário) e poço direito (magnetização no sentido anti-horário), respectivamente, e $\Delta \sim e^{-\sqrt{mU_{max}}}$ mede a taxa de tunelamento, que decresce exponencialmente com o comprimento do anel ($mU_{max} \propto L^2$).

Se a altura U_{max} da barreira de potencial for suficientemente grande ($\Delta \rightarrow 0$), a partícula fictícia deve ficar confinada em um dos poços de potencial e oscilar em torno do mínimo correspondente. Para este caso, empregando a aproximação harmônica, obtemos

$$k = \left. \frac{d^2 U(\phi)}{d\phi^2} \right|_{\phi=\phi_{min}} = 2LK_x \cos(2\phi) \Big|_{\phi=\phi_{min}} = 2LK_x \quad (13)$$

para a “constante da mola” e, para a frequência angular correspondente, encontramos:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = c\sqrt{\frac{K_x}{J}} \quad (14)$$

Como $c = 2\gamma\sqrt{JK_z}$, também podemos escrever

$$\omega = 2\gamma\sqrt{K_x K_z}. \quad (15)$$

Por fim, para obter os níveis de energia devemos substituir a equação (15) na equação (7). Assim, encontramos:

$$E_n = 2\hbar\gamma(n + 1/2)\sqrt{K_x K_z}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

com a energia de ponto zero e a separação entre os níveis são dadas, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$E_0 = \hbar\gamma\sqrt{K_x K_z} \quad (17)$$

e

$$\Delta E = 2\hbar\gamma\sqrt{K_x K_z}. \quad (18)$$

Portanto, a separação entre os níveis de energia depende da constante de Planck, do parâmetro de rede, do número quântico de spin e do produto das anisotropias, não dependendo do comprimento do anel.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, investigamos o comportamento quântico da magnetização de um anel ferromagnético unidimensional descrito pelo limite contínuo do modelo XY. Em primeiro lugar, mostramos que a magnetização do anel pode se comportar como um sistema massa-mola unidimensional e apresentar o fenômeno da quantização de energia. Empregando a aproximação harmônica, verificamos que a separação entre níveis de energia não depende do comprimento do anel e, dessa forma, o dispositivo investigado se revelou um candidato bastante promissor a exibir experimentalmente efeitos quânticos macroscópicos. Além disso, mostramos que a magnetização tem a possibilidade de alternar seu sentido de rotação ao longo do anel via tunelamento quântico, comportando-se efetivamente como um bit quântico, isto é, o elemento básico das áreas de informação e computação quântica.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Universidade Tecnológica Federal do Paraná pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- FAGNER MURUCI DE PAULA. **Coerência quântica macroscópica em sistemas ferromagnéticos**. 2011. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Instituto de Física Gleb Wataghin.
- DONANGELO, Raul José. **Introdução à mecânica quântica**. v. 1 / Raul José Donangelo; Rodrigo Barbosa Capaz. – 2. ed. – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2009.
- EISBERG, R., RESNICK, R. **Física Quântica: átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas**. 1979, Elsevier Editora Ltda.
- NUSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física básica- vol.3 e 4/** H. Moysés Nussenzveig- 4ª edição rev.- São Paulo: Blucher--2002. Bibliografia ISBN 85-212-0299-7.
- HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J., **Fundamentos de física**. 9ª edição, vol. 3 e 4, editora LTC, 2011.
- BONSOR, K., STRICKLAND, J., How Quantum Computers Work.
Disponível em:
< <https://computer.howstuffworks.com/quantum-computer1.htm> >

Acesso em: 06/06/2018.

CQ Projects- USP. **BitxQubit, Processamento Paralelo**, 2013.]

Disponível em:

< <http://cqprojectusp.blogspot.com/2013/06/bit-x-qubit-processamento-paralelo.html> >

Acesso em: 06/06/2018.

Notas de Aula, Miguel A. Novak - IF-UFRJ, **INTRODUÇÃO AO MAGNETISMO**

Disponível em:

< <http://www.cbpf.br/~labmag/miguel.pdf> >

Acesso em: 20/05/2018.

Anisotropias magnéticas, Notas de aula, Professor Éder, IAG-USP, 2009.

Disponível em:

< http://www.iag.usp.br/~eder/anisotropias_magneticas.pdf > .

Acesso em: 25/05/2018.