

Simulação numérica de viga com não linearidade geométrica e apoios semirrígidos

Numerical simulation of beam with geometric nonlinearity and semi-rigid supports

RESUMO

Gabriel Felipe Pryjma Cardeal Vieira
gabrielprjma@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Apucarana, Paraná, Brasil

Luiz Antonio Farani de Souza
lasouza@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Apucarana, Paraná, Brasil

Rodolfo Krul Tessari
rtessari@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Apucarana, Paraná, Brasil

Usualmente em projetos tradicionais de estruturas, os pórticos são analisados com a simplificação de que o comportamento da ligação viga-coluna pode ser idealizado por meio de dois casos extremos: rotulado ou rígido. A necessidade de se entender o comportamento de ligações semirrígidas nas análises passa a ser fundamental para o desenvolvimento de um projeto estrutural econômico e que garanta a estabilidade global da estrutura. Nesse contexto, este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo numérico-computacional para análise estática de sistemas estruturais planos (vigas e pórticos) com comportamento não linear geométrico. Um estudo de uma viga é realizado utilizando o Método Corrotacional de Elementos Finitos. A semirrígidez na intersecção entre o suporte e a viga é simulada por meio de um elemento de ligação com espessura nula, o qual considera as rigidezes axial, translacional e rotacional. Os resultados numéricos indicam que as ligações entre membros podem afetar a capacidade resistente e o comportamento pós-flambagem da estrutura.

PALAVRAS-CHAVE: Análise não linear. Elemento de Ligação. Elemento Finito Corrotacional.

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



ABSTRACT

Usually in traditional structure designs, the frames are analyzed with the simplification that the behavior of the beam-column connection can be idealized by two extreme cases: pinned or rigid. The need to understand the behavior of semi-rigid connections in the analysis becomes fundamental for the development of an economic structural design that guarantees the overall stability of the structure. In this context, this paper aims to present a numerical-computational model for static analysis of plans structural systems (beams and frames) with geometric nonlinear behavior. A beam study is performed using the Finite Element Corrotational Method. The semi-rigidity at the intersection between the support and the beam is simulated by means of a null thickness connecting element, which considers axial, translational and rotational stiffness. The numerical results indicate that the connection between members can affect the resistant capacity and post-buckling behavior of the structure.

KEYWORDS: Nonlinear analysis. Connecting element. Corrotational Finite Element.

INTRODUÇÃO

As metodologias de análise/projeto estrutural passam por uma mudança de paradigma, em que as análises lineares (com adaptações para consideração de efeitos não lineares) estão sendo progressivamente substituídas por análises capazes de englobar diversos efeitos não lineares, como por exemplo, segunda-ordem, inelasticidade do material, semirrigidez das ligações, interação solo-estrutura, efeitos dinâmicos, entre outros (SANTOS et al., 2012; ALVARENGA, 2017).

Usualmente em projetos tradicionais de estruturas, os pórticos são analisados com a simplificação de que o comportamento da ligação viga-coluna pode ser idealizado por meio de dois casos extremos: rotulado, em que nenhum momento é transmitido entre a coluna e a viga e esses elementos se comportam independentemente; e rígido, em que ocorre a transmissão total do momento. Contudo, as investigações experimentais em estruturas reais têm apontado que a maioria das conexões entre os elementos estruturais deve ser tratada como ligações semirrígidas e curvas momento-rotação são usadas para descrever o seu comportamento (ROCHA, 2006).

Nos últimos anos considerável atenção tem sido dedicada ao problema de traçar a resposta de conexões semirrígidas de pórticos na presença da não linearidade geométrica (MAXIMIANO; SILVA; SILVEIRA, 2014). Nesse contexto, este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo numérico-computacional para análise estática de vigas e pórticos planos considerando a não linearidade geométrica (grandes deslocamentos e rotações, mas pequenas deformações) e a semirrigidez nas ligações. Assume-se a relação constitutiva elástica linear para o material.

O elemento de ligação proposto por Del Savio (2004) de comprimento nulo é implementado para simular o comportamento semirrígido da conexão. Um problema de uma viga com apoios semirrígidos encontrado na literatura é apresentado com o intuito de verificar o desempenho do algoritmo. A estrutura é discretizada por meio do Método Corrotacional de Elementos Finitos cuja formulação separa os movimentos de corpo rígido das deformações que são produzidas localmente no elemento (YAW, 2009). O sistema de equações não lineares que descreve o problema estrutural é solucionado pelo procedimento incremental-iterativo de Newton-Raphson associado à técnica de continuação Comprimento de Arco Linear. As simulações são realizadas no programa Matlab (MATLAB, 2015).

MATERIAL E MÉTODOS

A formulação Corrotacional de Elementos Finitos para a viga 2D com dois nós e três graus de liberdade/nó, apresentada por Crisfield (1991) e Yaw (2009), é utilizada. Assume-se que não há deformação de cisalhamento na viga e, então, a seção transversal permanece plana e normal ao eixo da mesma.

A ligação semirrígida é simulada pelo elemento de ligação proposto por Del Savio (2004) cujo comprimento é nulo. Na matriz de rigidez elementar K_{lig} são consideradas as rigidezes axial (S_a), translacional (S_t) e rotacional (S_r), a qual pode ser expressa matematicamente por:

$$K_{lig} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & -\mathbf{S} \\ -\mathbf{S} & \mathbf{S} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_a & 0 & 0 \\ 0 & S_t & 0 \\ 0 & 0 & S_r \end{bmatrix}. \quad (2)$$

O elemento de ligação é inserido nos pontos de interseção entre membros da estrutura, onde se encontram as ligações semirrígidas. Esse elemento comporta-se adequadamente para qualquer tipo de carregamento e, também, permite simular análises elastoplásticas das ligações, dada a curva momento-rotação que descreve o comportamento da ligação.

O problema básico da análise não linear é encontrar a configuração de equilíbrio de uma estrutura que está sob a ação de carregamentos. O sistema de equações não lineares a ser solucionado e que governa o equilíbrio estático de um sistema estrutural com comportamento não linear geométrico é dado por (MAXIMIANO; SILVA; SILVEIRA, 2014):

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}, \lambda) = \lambda \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_{int}(\mathbf{u}), \quad (3)$$

na qual \mathbf{u} é o vetor de deslocamentos nodais, \mathbf{g} é o vetor de forças desequilibradas, \mathbf{F}_{int} é o vetor global de forças internas e λ é o parâmetro de força responsável por escalar o vetor de referência \mathbf{F}_r , de magnitude arbitrária. A solução do sistema não linear dado pela Equação (3) é obtida por meio do esquema incremental e iterativo de Newton-Raphson. As equações iterativas são dadas por:

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} + \delta \mathbf{u}^{(k+1)}, \quad (4)$$

$$\delta \mathbf{u}^{(k+1)} = [\mathbf{K}(\mathbf{u}^{(k)})]^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{u}^{(k)}), \quad (5)$$

para todo $k = 0, 1, 2, \dots$. Nota-se que o superescrito k é usado para referenciar a iteração anterior e $(k + 1)$ a iteração corrente. O parâmetro de força total (λ) é atualizado por:

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \delta \lambda^{(k+1)}, \quad (6)$$

na qual $\delta \lambda^{(k+1)}$ é o subincremento de força, sendo avaliado segundo a técnica de Comprimento de Arco Linear (RIKS, 1972).

O critério de convergência adotado para cada passo de força é expressado pela norma do vetor de forças desequilibradas:

$$\|\mathbf{g}\| \leq tol, \quad (7)$$

em que tol é a tolerância fornecida pelo usuário.

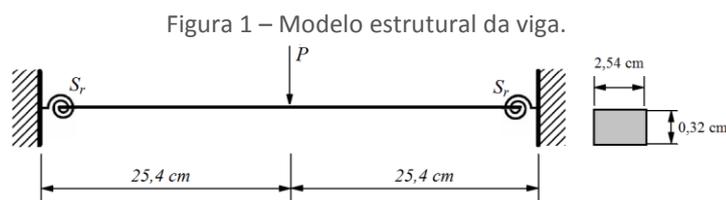
O algoritmo do procedimento incremental-iterativo para o Método de Newton-Raphson associado à técnica Comprimento de Arco Linear é apresentado em Souza et al. (2018). As simulações computacionais são realizadas em um computador Core i7 - 3537U com 8GB de memória.

As trajetórias de equilíbrio da estrutura são obtidas e os resultados numéricos (número total de passos de força NP e iterações acumuladas k_{total} até a convergência para a solução e tempo de CPU t em segundos) são apresentados. O peso próprio da estrutura é desprezado.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Seja a viga submetida a uma força concentrada P aplicada no meio do vão ilustrada na Figura 1, de comprimento $L = 50,8$ cm, seção transversal retangular ($2,54 \times 0,3175$) cm^2 e módulo de elasticidade $E = 2,068 \times 10^{11}$ Pa. Esta viga foi estudada por Chui e Chan (1996). Considera-se os seguintes tipos de ligação entre a viga e o suporte: rígido ($S_r = 1,0 \times 10^{15}$); rotulado ($S_r = 0$); e semirrígido ($S_r = 10 EI/L$ e $S_r = 50 EI/L$).

A estrutura foi discretizada por dez elementos finitos de viga e dois elementos de ligação. Os parâmetros adotados para a solução do problema são: comprimento de arco inicial $\Delta l^{(0)} = 0,1$; número máximo de iterações $k_{máx} = 150$; iterações desejadas por passo $Nd = 3$; tolerância $tol = 1,0 \times 10^{-7}$; e incremento de força $\Delta P = 0,001$ N. Na Tabela 1 são apresentados os resultados numéricos (NP , k_{total} e t) para as análises com os tipos de ligação viga-apoio.



Fonte: Adaptada de Rocha (2006).

Tabela 1 – Resultados numéricos.

Análise não linear- tipo de ligação	NP	K_{total}	Tempo t (s)
Rígido	29	87	0,231013
Semirrígido ($S_r = 10 EI$)	29	87	0,239601
Semirrígido ($S_r = 50 EI/L$)	29	87	0,231581
Rotulado	30	90	0,258039

Fonte: Autoria própria (2019).

Na Figura 2 aparecem as trajetórias de equilíbrio (curvas deslocamento vertical no meio do vão *versus* força P) para os tipos de ligação com o modelo implementado, havendo boa concordância com os resultados numéricos obtidos por Chui e Chan (1996). Observa-se, nessa figura, a diferença na resposta da estrutura entre a análise linear obtida com o programa Ftool (MARTHA, 2012) (nesse caso, o vetor de deslocamentos se relaciona linearmente com o vetor de forças) e a análise não linear (não linearidade geométrica).

Verifica-se que os efeitos de segunda ordem e da ligação semirrígida podem influenciar significativamente no comportamento pré-crítico e na capacidade de carga do sistema estrutural. Os resultados numéricos indicam que a rigidez da

estrutura diminui quando se consideram suportes mais flexíveis, gerando maiores deslocamentos na mesma.

CONCLUSÃO

A necessidade de se entender o comportamento de ligações semirrígidas nas análises passa a ser fundamental para o desenvolvimento de um projeto estrutural econômico e que garanta a estabilidade global da estrutura. A consideração de ligações semirrígidas no projeto permite um custo efetivo melhor, causando um impacto nas empresas de fabricação e montagem de estruturas.

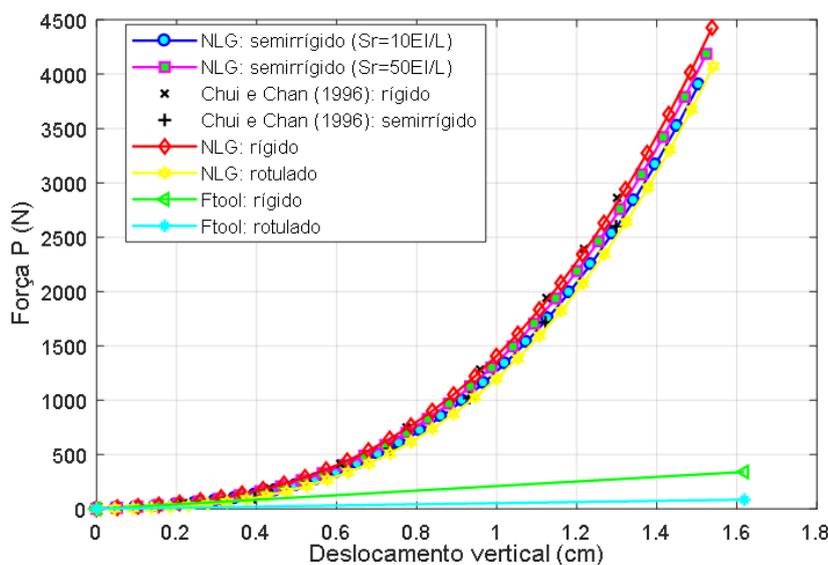


Figura 2 – Trajetórias de equilíbrio.

Fonte: Autoria própria (2019).

Como pesquisa futura, sugere-se: a consideração da não linearidade física das barras (baseada nas teorias da Mecânica do Dano ou Elastoplasticidade), com a divisão da seção transversal das barras em camadas e atualização da posição da linha neutra; a análise de pórticos espaciais de forma a considerar o efeito da torção; a implementação de outras técnicas de continuação (Deslocamento Generalizado, Norma Mínima dos Deslocamentos Residuais, Resíduo Ortogonal, entre outras); a implementação de métodos de solução com ordem de convergência maior (Potra-Pták e Ponto Médio); e a implementação do elemento de ligação com o acoplamento entre as rigidezes.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Tecnológica Federal do Paraná pelo apoio no desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, A. R. Uma formulação inserindo as ligações semirrígidas na análise inelástica por zona plástica. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, v. 17, n. 67, p. 126-140, 2017.

CHUI, P. P. T.; CHAN, S. L. Transient response of moment-resistant steel frames with flexible and hysteretic joints. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 39, n. 3, p. 221-243, 1996.

CRISFIELD, M. A. **Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures**. Volume 1: Essentials. New York: John Wiley & Sons Ltd., 1991.

DEL SAVIO, A. A. **Modelagem computacional de estruturas de aço com ligações semi-rígidas**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2004.

MARTHA, L. F. **FTOOL - Two-Dimensional Frame Analysis Tool**. Versão educacional 3.00 - Version Lisboa. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Tecgraf/PUC-Rio, 2012.

MATLAB, version 8.6.0 (R2015b). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2015.

MAXIMIANO, D. P.; SILVA, A. R. D.; SILVEIRA, R. A. M. Iterative strategies associated with the normal flow technique on the nonlinear analysis of structural arches. **Rem: Revista Escola de Minas**, v. 67, n. 2, p. 143-150, 2014.

RIKS, E. The application of Newton's methods to the problems elastic stability. **Journal of Applied Mechanics**, v. 39, n. 4, p. 1060-1065, 1972.

ROCHA, P. A. S. **Análise inelástica de segunda ordem de estruturas metálicas com ligações semi-rígidas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2006.

SANTOS, M. N.; ROCHA, P. A. S.; SILVA, A. R. D.; SILVEIRA, R. A. M. Aplicação de um elemento finito híbrido não linear na modelagem de estruturas metálicas. **Rem: Revista Escola de Minas**, v. 65, n. 1, 2012.

SOUZA, L. A. F. DE; MARTINS, R. S. V. ; XAVIER, J. C. ; PORTO, J. H. . Application and comparison of numerical methods in the solution of systems of linear equations in space trusses problems. **SEMINA. CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS (ONLINE)**, v. 39, p. 49-60, 2018.

YAW, L. L. **2D Corotational Beam Formulation**. Walla Walla University, 2009.