

## Estudo numérico da cinética de secagem de folhas de leucena

### Numerical study of leucaena leaf drying kinetics

#### RESUMO

**Matheus de Almeida Loureiro**  
[mloureiro@alunos.utfpr.edu.br](mailto:mloureiro@alunos.utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Dois Vizinhos, Paraná, Brasil

**Gracielle Johann**  
[graciellej@utfpr.edu.br](mailto:graciellej@utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Dois Vizinhos, Paraná, Brasil

O objetivo do presente trabalho foi validar um modelo fenomenológico retirado da literatura que descrevesse matematicamente o processo de secagem sob 40°C de folhas de Leucena. Para a resolução do sistema de equações diferenciais que constitui o modelo matemático, foi utilizado o comando *dsolve* no *software* Maple 2016®. Os parâmetros ajustados foram  $K_s$  e  $h$ , que representam, respectivamente, o coeficiente interno de transferência de massa e o coeficiente convectivo de transferência de calor. Seus valores foram  $K_s=0,010 \text{ min}^{-1}$  e  $h=417977,895 \text{ J min}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ m}^{-2}$ . Para a estimativa desses parâmetros, foi utilizada a rotina de otimização NLPsolve e o método não linear simplex no Maple 2016®. Para a validação dos dados calculados, foram utilizados os testes estatísticos desvio médio relativo, soma dos quadrados dos desvios e coeficiente de correlação ( $r$ ), efetuados no Excel 2016. Por fim, observou-se que o modelo matemático utilizado descreveu satisfatoriamente o processo de secagem sob 40°C de folhas de Leucena e, dessa maneira, pode ser utilizado para representar a cinética de secagem de folhas de Leucena sob outras temperaturas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Leucena. Secagem. Modelagem fenomenológica.

**Recebido:** 19 ago. 2019.

**Aprovado:** 01 out. 2019.

**Direito autoral:** Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



#### ABSTRACT

The purpose of this work was to validate a phenomenological model withdrawn from literature matterly describing the drying process under 40°C of Leucena sheets. For the resolution of the differential equations system constituting the mathematic model, the *dsolve* command in maple 2016® software was used. The set parameters were  $K_s$  and  $h$ , represently representing the internal mass transfer coefficient and the conventional heat transfer coefficient. Your values were  $K_s=0.010 \text{ min}^{-1}$  e  $h=417977.895 \text{ J min}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ m}^{-2}$ . For the estimation of these parameters, the NLPsolve optimization routine and simplex non-linear method was used in Maple 2016®. For validation of calculated data, the statistical average offset, summary of deviation squares, and correlation coefficient ( $r$ ), used in Excel 2016 was used. Drying under 40°C of Leucena sheets and this way can be used to represent the kinetry of drying Leucena sheets under other temperatures.

**KEYWORDS:** Leucena. Drying. Phenomenological modeling.

## INTRODUÇÃO

A Leucena é uma planta perene, com porte arbustivo a arbóreo, dependendo da variedade (SANTANA, 2001). Ela possui folhas de 15 a 25 cm de comprimento, flores brancas reunidas em cabeça globular e vargens finas e achatadas contendo 15 a 25 sementes marrons. Além disso, possui inúmeras funcionalidades, como fonte protéica para sustentação animal, reflorestamento de regiões arruinadas e melhoria das características físico-químicas e biológicas da terra (PRATES et al., 1999).

A secagem de produtos de origem vegetal pode ser entendida como um processo de transferência concomitante de calor e massa entre o produto e o ar de secagem, que consiste na retirada da umidade livre do sólido por meio da evaporação, normalmente originada por convecção forçada de ar aquecido, de maneira a viabilizar a sua preservação e qualidade durante o armazenamento, durante bastante tempo (JÚNIOR; CORRÊA, 1999).

Considerando o elevado gasto energético nos processos de secagem, pensa-se em alternativas inovadoras a fim de expandir a eficácia energética e racionalizar a energia dos processos de secagem e armazenamento de sementes, com o intuito de diminuir os custos de produção e, dessa maneira, ser mais competitivo no mercado (PRATES et al., 2011).

Para a simulação da secagem, podem ser aplicados modelos matemáticos fenomenológicos e empíricos (RADÜNZ et al., 2011). A modelagem fenomenológica consiste na subdivisão de um sistema físico em subsistemas, aos quais são aplicadas as leis da conservação (GARCIA, 2005). Já na modelagem empírica, as relações matemáticas são realizadas a partir de dados obtidos em experimentos sob regiões específicas do sistema onde valem as condições experimentais medidas.

Dessarte, o objetivo do presente estudo foi avaliar um modelo matemático fenomenológico na descrição da cinética de secagem de folhas de leucena.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Para a realização do presente trabalho, os dados para a representação da curva experimental de cinética de secagem sob 40°C de folhas de leucena foram obtidos na literatura, de Giacobbo et al. (2018). Assim, o gráfico experimental de equilíbrio de umidade foi plotado, inicialmente, no software Maple 2016® para, em seguida, ser exportado ao Excel 2016. A seguir, foram utilizadas as equações (1) e (2), respectivamente de balanço de massa e energia, retiradas de Johann et al. (2015), como modelo matemático para secagem de leucena, para realizar a modelagem fenomenológica da curva de cinética de secagem sob 40°C de folhas de leucena. Para isso, as equações de Johann et al. (2015) foram inseridas no software Maple 2016®, a fim de calcular matematicamente essa curva de cinética de secagem e validar essas equações como modelo para secagem de leucena. Então, para a resolução do sistema de equações diferenciais obtido de Johann et al. (2015), foi empregado o comando dsolve no software Maple 2016®. Os parâmetros estimados foram  $K_s$  e  $h$ . A estimativa dos parâmetros foi realizada a partir da rotina de otimização NLPsolve, com o método não linear simplex. Para a minimização do erro, a função objetivo aplicada foi a equação (3). Operando o

Excel 2016, foram realizados os testes estatísticos desvio médio relativo, soma dos quadrados dos desvios e coeficiente de correlação (r), a fim de validar os dados calculados.

$$\frac{\partial X}{\partial t} = -K_s (X - X_e) \quad (1)$$

$$\frac{\partial H_s}{\partial t} = \frac{(a)(h)(T_f - T_s) - \lambda \frac{\partial X}{\partial t}}{\rho_s} \quad (2)$$

$$OBJ = \sum_{i=1}^N (X_{iEXP} - X_{iCAL})^2 \quad (3)$$

Em que:  $H_s$  é a entalpia da folha,  $t$  é o tempo,  $a$  é a área específica da folha,  $h$  é o coeficiente convectivo de transferência de calor,  $T_f$  é a temperatura do ar de secagem,  $T_s$  é a temperatura da folha,  $\lambda$  é o calor latente de vaporização da água,  $X$  é a umidade da folha,  $\rho_s$  é a massa específica da folha,  $K_s$  é o coeficiente interno de transferência de massa e  $X_e$  é a umidade de equilíbrio da folha.  $K_s$  e  $h$  foram estimados.

Para o cálculo dos dados de entrada  $H_s$ ,  $a$ ,  $\lambda$  e  $\rho_s$ , foram utilizadas as equações (4) e (5), Johann et al. (2015), (6), de Perry e Green (2008) e (7) de Perussello (2012):

$$H_s = C_{ps}(T_s) \quad (4)$$

$$a = \frac{A_f}{V_f} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{(C_1)(1 - T_r) C_2 + C_3(T_r) + C_4(T_r^2)}{18} \quad (6)$$

$$\rho_s = (1 - \epsilon) / \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i}{\rho_{s_i}} \right) \quad (7)$$

Onde:  $C_{ps}$  é o calor específico da folha,  $A_f$  é a área da folha,  $V_f$  é o volume da folha,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$  são constantes tabeladas de Perry e Green (2008),  $\epsilon$  é a porosidade da folha,  $n$  é o número total de componentes da folha,  $X_i$  é a fração do enésimo componente da folha e  $\rho_{s_i}$  é a massa específica do enésimo componente da folha.  $T_r$  foi obtido pela equação (8), de Perry e Green (2008), e os valores de  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$  são apresentados nas equações (9) a (12).  $\epsilon$  foi igualado a zero. Para o cálculo de  $C_{ps}$ ,  $A_f$  e  $V_f$  foram utilizadas as equações (13), de Singh e Heldman (2009), e (14) e (15), respectivamente adotadas como área e volume da folha:

$$T_r = \frac{T_s}{T_c} \quad (8)$$

$$C_1 = 5,2053 (10^7) \quad (9)$$

$$C_2 = 0,3199 \quad (10)$$

$$C_3 = -0,212 \quad (11)$$

$$C_4 = 0,25795 \quad (12)$$

$$c_{ps} = \sum_{i=1}^n c_{ps_i} X_i \quad (13)$$

$$A_f = 2L_1(L_2) + 2L_1(H) + 2L_2(H) \quad (14)$$

$$V_f = L_1(L_2)(H) \quad (15)$$

Em que:  $c_{ps_i}$  é o calor específico do  $i$ -ésimo componente da folha,  $L_1$  e  $L_2$  são os lados da folha,  $H$  é a altura da folha e  $T_c$  é a temperatura crítica da água, igual a 373,946 °C, obtida de Perry e Green (2008). Os dados de  $L_1$ ,  $L_2$  e  $H$  foram coletados do trabalho de Giacobbo et al. (2018).

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os valores obtidos de  $K_s$  e  $h$  ajustados foram de  $0,010 \text{ min}^{-1}$  e  $417977,895 \text{ J min}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ m}^{-2}$ , respectivamente.

Com o intuito de comparar os resultados dos parâmetros ajustados  $K_s$  e  $h$ , foram buscados outros valores na literatura, evidenciados na Tabela 1.

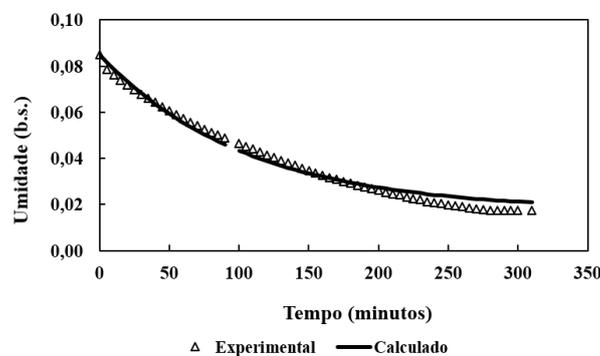
Tabela 1. Comparação dos parâmetros ajustados.

Presente estudo	Johann et al. (2015)	(ANTONIETTI et al. 2010)
$K_s = 0,010 \text{ min}^{-1}$	$K_s = 0,0086 \text{ min}^{-1}$ , em secagem de grão de pinhão-manso.	
$h = 417977,895 \text{ J min}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ m}^{-2}$		$h = 10652,52 \text{ J min}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ m}^{-2}$ , no aquecimento de uma placa plana metálica.

Fonte: Próprio autor (2019)

Após a obtenção da cinética de secagem calculada, foram comparadas ambas as cinéticas de secagem, experimental e calculada, apresentadas na Figura 1.

Figura 1 - Cinéticas de secagem comparadas.



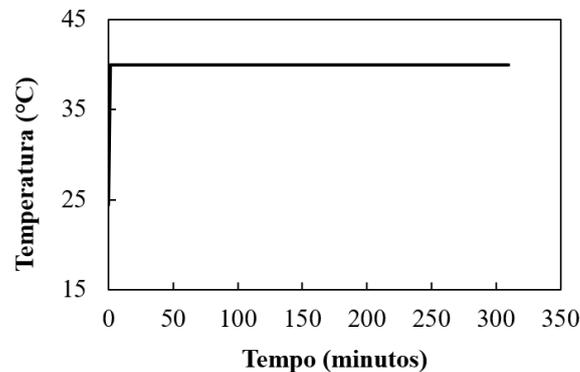
Fonte: Próprio autor (2019)

Os resultados dos testes estatísticos desvio médio relativo, soma dos quadrados dos desvios e coeficiente de correlação ( $r$ ) foram de 8,38%,  $4,00(10^{-4})$  e

0,992727, mostrando que os dados calculados foram satisfatórios para representar o processo experimental.

A evolução da temperatura em função do tempo para as folhas de Leucena em processo de secagem sob 40°C foi calculada, e é mostrada na Figura 2.

Figura 2 - Temperatura calculada das folhas em função do tempo.



Fonte: Próprio autor (2019)

Como a folha de Leucena representa uma camada fina, pudemos observar que a temperatura da folha atinge rapidamente a temperatura do ar de secagem.

## CONCLUSÕES

O modelo matemático utilizado de Johann et al. (2015) descreveu satisfatoriamente o processo de secagem sob 40°C de folhas de Leucena, pois os dados obtidos foram validados com os testes estatísticos desvio médio relativo, soma dos quadrados dos desvios e coeficiente de correlação (r).

Portanto, o modelo de Johann et al. (2015) pode ser utilizado para representar a secagem de folhas de Leucena sob outras temperaturas.

## REFERÊNCIAS

ANTONIETTI, A. J. et al. DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NUMA PLACA PLANA AQUECIDA NO INTERIOR DE UM TÚNEL DE VENTO COM ESCOAMENTO DE AR EM PARALELO. PERSPECTIVA, v. 35, p. 7–17, 2011.

CORRÊA, P. C. et al. Modelagem matemática e determinação das propriedades termodinâmicas do café (*Coffea arabica* L.) durante o processo de secagem. Revista Ceres, v. 57, n. 5, p. 595–601, 2012.

DRUMOND, M. A.; RIBASKI, J. Leucena (*Leucaena leucocephala*): leguminosa de uso múltiplo para o semiárido brasileiro. Comunicado Técnico, n. 142, p. 1–8, 2010.

GARCIA, C. Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos.

GIACOBBO, H. A. et al. Avaliação da Cinética de Secagem de Folhas de Leucena Aplicando Modelos Empíricos. 2018

GREEN, D. W.; PERRY, R. H. Perry's Chemical Engineer's Handbook.

JOHANN, G.; PEREIRA, N. C.; SILVA, E. A. DA. Investigação de Modelo Fenomenológico Aplicado à Secagem de Grãos de *Jatropha curcas* L. v. 55, n. 43, p. 1–4, 2015.

JÚNIOR, P. C. A.; CORRÊA, P. C. Comparação de modelos matemáticos para descrição da cinética de secagem em camada fina de sementes de feijão. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 3, n. 3, p. 349–353, 1999.

PARK, K. J.; ALONSO, L. F. T.; NUNES, A. S. Determinação experimental da condutividade e difusividade térmica de grãos em regime permanente. Ciência e Tecnologia de Alimentos, v. 19, n. 2, 1999.

PERIN, M. J. et al. Avaliação da Composição Centesimal de Folhas de *Leucaena leucocephala*. XXXVIII Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados. Anais...2017

PERUSSELLO, C. A.; MARIANI, V. C.; DO AMARANTE, Á. C. C. Numerical and experimental analysis of the heat and mass transfer during okara drying. Applied Thermal Engineering, v. 48, p. 325–331, 2012.

PRATES, H. T. et al. Efeito da parte aérea da *Leucaena leucocephala* (Lam.) De Wit) sobre o desenvolvimento das plantas daninhas e do milho, 1999.

PRATES, M. DE O. et al. Controle da temperatura e velocidade do ar de secagem em um secador de plantas medicinais. Revista Engenharia na Agricultura, v. 19, n. 2, p. 101–111, 2011.

RADÜNZ, L. L. et al. Avaliação da cinética de secagem de Carqueja. Revista Engenharia na Agricultura, v. 19, n. 1, p. 19–27, 2011.

SANTANA, A. F. Utilização da *Leucaena* na suplementação de caprinos e ovinos de corte. 2001.

SINGH, R. P.; HELDMAN, D. R. Introduction To Food Engineering. v. 33

SOUSA, K. A. DE et al. The drying kinetics of forage turnips (*Raphanus sativus* L.). Revista Ciência Agronômica, v. 42, n. 4, p. 883–892, 2011.