

## Uso do GeoGebra na organização de tarefas para aulas de Cálculo Diferencial e Integral

### Use of GeoGebra in the organization of tasks for differential and integral calculus classes

#### RESUMO

**Daniel Daré Luziano da Silva**  
[dlsilvadaniel@hotmail.com](mailto:dlsilvadaniel@hotmail.com)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

**André Luis Trevisan**  
[andrelt@utfpr.edu.br](mailto:andrelt@utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

O objetivo deste trabalho é apresentar um material de apoio para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I norteado pelo uso da ferramenta de construção gráfica GeoGebra. O conteúdo do material é resultado de pesquisas anteriores dos autores e orientação do segundo autor, bem como desenvolvido com foco a conduzir de forma coordenada e coerente ao objetivo do capítulo, iniciando com a discussão de uma situação-problema associada à um aplicativo no *software* GeoGebra. O texto se utiliza ainda de seções indagativas e de aprofundamento do tópico, bem como definições provisórias nos capítulos iniciais que são retomadas, aprimoradas e sistematizadas em capítulos posteriores. Foram produzidos sete capítulos iniciais. O material é inovador, uma vez que foge às estruturas convencionais de livros de cálculo e serve de base de estudos para estudantes em um ambiente de ensino e aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas e de estrutura “não usual” de ensino de cálculo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Material Didático. Engenharia - Estudo e ensino. Aprendizagem.

**Recebido:** 19 ago. 2019.

**Aprovado:** 01 out. 2019.

**Direito autoral:** Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



#### ABSTRACT

The aim of this paper is to present a support material for the teaching of Differential and Integral Calculus I guided by the use of the GeoGebra graphical construction tool. The content of the material is the result of previous research by the authors and guidance of the second author, as well as developed with a focus on leading in a coordinated and coherent manner to the chapter's objective, starting with the discussion of a problem situation associated with an application in GeoGebra *software*. The text also makes use of inquiring and in-depth sections of the topic, as well as provisional definitions in the opening chapters that are taken up, refined and systematized in later chapters. Seven opening chapters were produced. The material is groundbreaking as it is outside of conventional textbook frameworks and serves as the basis for students study in a teaching and learning environment based on episodes of task solving and an “unusual” calculus teaching structure.

**KEYWORDS:** Courseware. Engineering - Study and teaching. Learning.

## INTRODUÇÃO

O aluno de engenharia depara-se logo no primeiro ano com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) 1 em que os índices de evasão são elevados. Espera-se que os aprovados compreendam conceitos matemáticos como funções, limites, derivadas e integrais em uma variável; no entanto, os cursos de CDI 2 e CDI 3 apresentam (ao menos na realidade dos autores) semelhantes índices de evasão e reprovação. A abordagem didática então proposta é o inverso do geralmente adotado pelos cursos de CDI (TREVISAN; MENDES, 2017).

Nesta, uma estrutura curricular “não usual” possibilita um adiamento do tratamento rigoroso de limites, privilegiando a exploração de ideias intuitivas que fomentem a elaboração de conceitos matemáticos, tendo os estudantes um papel ativo na construção e desenvolvimento de raciocínio e conceitos matemáticos.

Entretanto, a organização dos livros didáticos que são bibliografia básica destas disciplinas seguem a estrutura aqui chamada de usual (funções, limites, derivadas e integrais, nesta ordem) o que se torna uma dificuldade para que o aluno embase seus estudos extraclasse. Deste modo, a problemática desta pesquisa está relacionada à necessidade de produzir materiais de ensino para conceitos de CDI baseados em um estrutura curricular diferente como resultado de pesquisa.

Portanto, o objetivo deste trabalho é apresentar um material de apoio inovador para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I norteado pelo uso da ferramenta de construção gráfica GeoGebra, que procura expandir o ambiente de ensino e aprendizado proposto e estudado pelos autores.

Este artigo está inserido no âmbito das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia, atrelado ao Programa de Mestrado de Ensino de Matemática do Câmpus Londrina e Cornélio Procópio, e é recorte da iniciação científica do primeiro autor.

## REFERENCIAL TEÓRICO

### O TRABALHO COM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS EM AULAS DE CDI

As tarefas a serem propostas aos estudantes constituem um dos aspectos centrais dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática (particularmente, de CDI). O contexto de uma tarefa mostra-se também como um elemento a ser considerado quando se pensa nas oportunidades de aprendizagem que pode oferecer e no desenvolvimento do raciocínio matemático, em termos dos conceitos que podem ser mobilizados pelos estudantes a partir delas (FONSECA; RAMOS; TREVISAN; MENDES, 2018).

Nesse sentido, propõe-se a organização de “momentos” (aqui denominados episódios de resolução de tarefas) para o trabalho com tarefas elaboradas e/ou adaptadas de materiais curriculares, que não sejam precedidas da apresentação de definições ou exemplos similares, em que os estudantes, em grupos, assumem um papel ativo, a partir do diálogo colaborativo, organizando, discutindo e transformando ideias (TREVISAN; MENDES, 2018).

## CONSTRUÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO

Gueudet e Trouche (2009) definem que o trabalho de documentação fundamenta-se na busca por novos recursos, seleção e criação de tarefas matemáticas, planejamento de sequências nas quais as atividades serão desenvolvidas, gerenciamento do tempo e a administração dos artefatos disponíveis.

Segundo Iglioni e Almeida (2017), a gênese documental baseia-se em três componentes: material; matemática e a didática. O material engloba a série de recursos disponíveis (computador, papel, etc); a matemática consiste no conceito em que se quer transmitir e a didática aos aspectos institucionais que influenciam o trabalho.

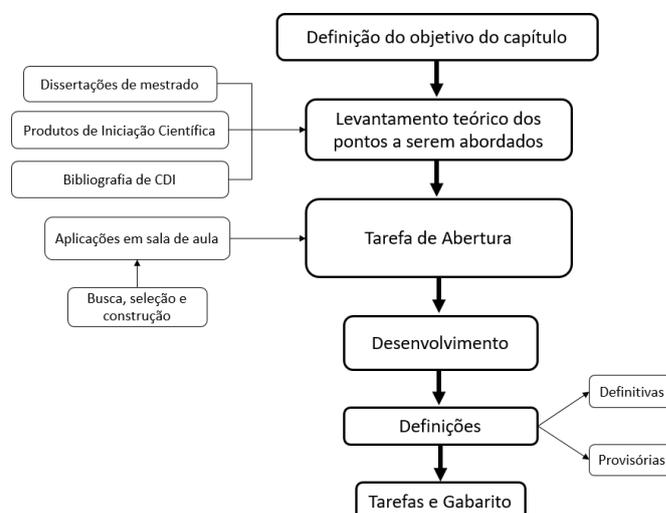
Quando se trata de ensinar um determinado tema ou conceito matemático complexo, resolvendo um problema fixo, decompõe ou divide o problema em subproblemas que representam as operações parciais constituintes; observe todas as operações e / ou conceitos que resultam dessa análise e que são necessários para o aluno resolver o problema inicial. Estabelecer, a partir daí, um plano de ação que, com exercícios gradualmente calibrados, conduza de forma coordenada e coerente o objetivo. (CUEVAS; PLUVINAGE, 2003, p.277, tradução nossa)

Pautados em tais elementos teóricos, organizou-se o desenvolvimento de um material dinâmico para o ensino de cálculo diferencial e integral. Este material também é uma desmembramento do que é proposto nas dissertações de mestrado de Gomes (2017), Ramos (2017) e Gonçalves (2018).

## MATERIAL E MÉTODOS

O processo de construção dos capítulos partia do estudo das definições que se desejava propor e dos objetivos do capítulo a ser construído e trilhava o processo mostrado na Figura 1.

Figura 1 – Fluxograma de construção dos capítulos



Fonte: Autoria Própria (2019)

A elaboração contava sempre com 5 secções principais:

1. **Situação Inicial:** Tarefa desenvolvida e aplicada em sala de aula em situações anteriores, segundo princípios de uma investigação baseada em design (IBD); produtos educacionais do mestrado profissional ou, ainda, produtos de iniciação científica. A situação é apresentada e discutida com auxílio de simulações no *software* GeoGebra, onde também foram desenvolvidos os aplicativos.
2. **Para Pensar:** secção indagativa que encaminha o pensamento que o capítulo quer construir;
3. **Aprofundando Ideias:** Secção destinada a apresentar exemplos ou situações que decorrem da linha de raciocínio definida;
4. **Definições provisórias:** Definições simplificadas que são semelhantes ao que os alunos desenvolvem em sala e que serão retomadas, sistematizadas e complementadas em capítulos posteriores. Fornece uma oportunidade de construção de um conceito passo a passo;
5. **Tarefas:** Secção destinada à prática dos conceitos apresentados. São tarefas criadas pelos autores ou extraídas de outros materiais que se alinham ao raciocínio desenvolvido no capítulo.

Demais secções ainda eram associadas de acordo com as peculiaridades de cada capítulo. Todas as tarefas de abertura do capítulo contam com representação em *software* e a resolução desta e a sessão Para Pensar incita o aluno a explorar o aplicativo, de modo a facilitar a compreensão dos conceitos centrais dos capítulos. Os capítulos foram diagramados no *software* Microsoft Power Point.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O Quadro 1 mostra os capítulos construídos.

Quadro 1 – Capítulos desenvolvidos

Capítulo	Objetivo	Situação Inicial
1 Começando a Pensar em Sequências	Estudo de sequências, articulando suas representações numérica, algébrica e gráficas.	Procriação de Coelho
2 Sequências de Diferenças	Explorar o comportamento de uma sequência numérica a partir da análise do modo como seus termos mudam.	Queda da Temperatura de uma xícara de café
3 Convergência de Sequências	Aprofundar o estudo de sequências numéricas, incluindo os conceitos de limitação e convergência.	Comportamento de sequências tendendo ao infinito
4 Introdução às somas Parciais	Investigar o que ocorre ao somar os termos de uma sequência numérica finita e infinita.	Paradoxo de Zenão
5 Variáveis e Variação	Pensar em como as variáveis se alteram e em como elas se comportam em relação às demais a partir da representação gráfica.	Distância entre um carro em uma autoestrada e duas cidades

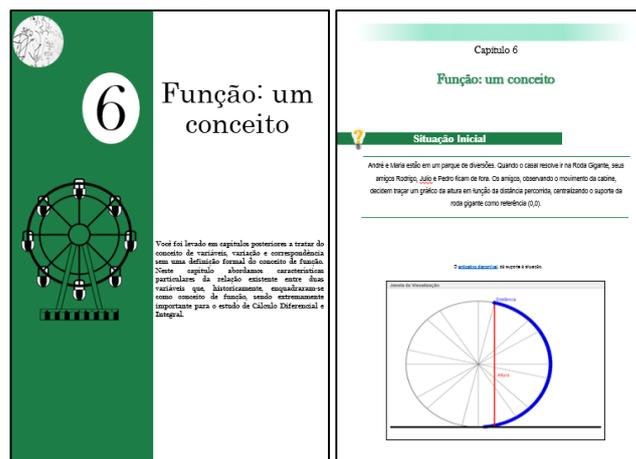
Capítulo	Objetivo	Situação Inicial
6 Funções: um conceito	Abordar características particulares da relação existente entre duas variáveis que, historicamente, enquadraram-se como conceito de função; apresentar sua definição formal e os casos das funções afim, quadrática e exponenciais.	Roda Gigante
7 Taxa de variação instantânea	Apresentar a derivada de funções polinomiais como taxa de variação.	Lançamento de um foguete
8 Função Derivada e Aplicações	Estender o conceito de derivada a um Função Derivada e suas aplicações em funções polinomiais.	O problema da Cerca

Fonte: Autoria própria (2019).

As abordagens propostas neste texto tem como função explorar as ambiguidade das situações por meio da sua visualização em *software* e, em seguida, generalizá-las auxiliando a sistematização do conceito. Goldenberg, Lewis e O'keefe (1992, p.236) acrescentam a esta discussão que: “A ambiguidade bem escolhida pode ser um grande recurso quando nossa intenção como professores é convidar o aluno a investir significado em uma situação”. Ou seja, buscar mecanismos para que tal ambiguidade encaminhe e molde a construção do conhecimento matemático, dando base para o aprimoramento e rigor dos teoremas e postulados matemáticos.

A Figura 2 ilustra a primeira e segunda página de um dos capítulos.

Figura 2 – *Layout* do Capítulo 6. O aplicativo onde se visualiza a situação é disponibilizado junto ao material.



Fonte: Autoria própria (2019).

## CONCLUSÃO

A proposta de material didático aqui levantada engloba a interação do aluno com o material por meio de um reflexão das situações, similar ao papel desenvolvido pelo professor em sala, com uma linguagem mais acessível que a

geralmente adotada pelos livros didáticos. Além disso, agrega o uso do *software* gráfico GeoGebra, aproximando o material do aluno.

Por fim, a proposta é inovadora uma vez que atende à uma exposição em ordem não usual dos conceitos, dando bases à proposta didática dos autores. Trabalhos futuros poderão dar continuidade ao material aqui desenvolvido, de modo a complementá-lo.

### AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq pelo apoio financeiro ao desenvolvimento da pesquisa.

### REFERÊNCIAS

CUEVAS, C. A.; PLUVINAGE, F. Les projets d'action pratique, éléments d'une ingénierie d'enseignement des mathématiques. **Didactique et de sciences cognitives**. Strasbourg: v.8, p.273-292, 2003.

FONSECA, M. O. S. **Proposta de tarefas para um estudo inicial de derivadas**. 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado Ensino de Matemática) - UTFPR, Londrina, 2017.

FONSECA, M. O. S.; RAMOS, N. S.; TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Potencialidades de uma tarefa na mobilização de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral. **Pioneiros (MS): Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, p. 435-454, 2018.

GONÇALVES, W. J. **Raciocínio covariacional em aulas de cálculo diferencial e integral: possibilidades de desenvolvimento a partir do uso de tarefas**. 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado Ensino de Matemática) - UTFPR, Londrina, 2018.

GOLDENBERG, P.; LEWIS, P.; O'KEEFE, J. Dynamic representation and the development of a process understanding of function. In: Dubinsky, E. (Ed.), **The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy**, 1992, p. 235-260.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? **Educational Studies in Mathematics**, v. 71, n. 3, p. 199-218, 2009.

IGLIORI, S. B. C.; ALMEIDA, M. V. Material para o ensino de cálculo diferencial: continuidade e diferenciabilidade. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**. v. 6, n. 1, p. 383-396, 2017.

TREVISAN; A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo Integral. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017.

\_\_\_\_\_. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia**, v. 11, n. 1, p. 209-227, 2018.

RAMOS, N. S. **Seqüências numéricas como desencadeadoras do conceito de convergência: episódios de resolução de tarefas**. 2017. 126 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - UTFPR, Londrina, 2017.