

Comparação da Estatística Robusta implementada nos métodos iterativos ART e MART

Comparison of Robust Statistics implemented in the Iterative ART and MART methods

RESUMO

Guilherme Nomura Mateus Leite
guilhermel.2018@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Apucarana, PR, Brasil

Cicero Hildenberg Lima De Oliveira
hildenberg@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Apucarana, PR, Brasil

Este estudo tem o objetivo de mostrar uma comparação entre duas imagens reconstruídas a partir de poucas projeções, a intenção é verificar qual dos métodos iterativos usados apresenta o melhor resultado na sua forma pura, sem filtros entre suas iterações. Depois será implementado a difusão anisotrópica robusta, e verificada a eficácia da ferramenta frente as técnicas iterativas. A teoria de cada algoritmo é brevemente discutida, comentando suas particularidades no que diz respeito a poucas projeções. Uma comparação entre os dois métodos será apresentada com suas vantagens em relação as características do estudo.

PALAVRAS-CHAVE: Tomografia, Poucas Projeções, ART, MART, Difusão Anisotrópica Robusta.

ABSTRACT

This study proposes to show a comparison between two images reconstructed from few projections, the intention is to verify which of the iterative methods used presents the best result in its pure form, without filters between its iterations. Then robust anisotropic diffusion will be implemented, and the effectiveness of the tool will be checked against iterative techniques. The theory of each algorithm is briefly discussed, commenting on its particularities concerning few projections. A comparison between the two methods will be presented with its advantages to the characteristics of the study.

KEYWORDS: Tomography, Few-Projection, ART, MART, Robust Anisotropic Diffusion.

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



Insira aqui o selo referente ao Objetivo do Desenvolvimento Sustentável que o trabalho atende diretamente (Obrigatório).

Insira aqui o selo referente ao Objetivo do Desenvolvimento Sustentável que o trabalho atende direta ou indiretamente.

Insira aqui o selo referente ao Objetivo do Desenvolvimento Sustentável que o trabalho atende direta ou indiretamente.

INTRODUÇÃO

A tomografia de transmissão, atenuação de raios X, é uma técnica que gera uma série de informações equivalentes aos valores das atenuações da radiação, formando as projeções em torno da peça em análise (CIERNIAK, 2011). Quanto maior for o número de projeções maior será a quantidade de dados gerados. Porém, a exposição à radiação também será maior. Um dos graves efeitos biológicos da exposição à radiação ionizante é a possibilidade de indução de câncer (URRY, 2017). Em crianças tornam-se maiores as possibilidades, pois são mais susceptíveis à radiação (HONG, 2019). No que diz respeito aos cuidados dos pacientes, é exigida a menor dose de radiação possível. Assim, o desafio é reconstruir a imagem tomográfica a partir do número mínimo possível de projeções. Tomógrafos com tecnologias cada vez mais avançadas procuram diminuir a quantidade de radiação exposta, tecnologias como os helicoidais e os multicortes buscam constantemente melhorar os seus algoritmos de reconstrução (FUJIMURA, 2020), e as técnicas iterativas estão cada vez mais presente (GREFFIER, 2020).

A técnica de reconstrução algébrica (ART, *Algebraic reconstruction technique*), é um conhecido método comumente utilizado na reconstrução de imagens médicas. A ideia básica é que cada equação linear define uma linha (2-D) ou, de modo geral, um hiperplano (dimensões superiores) no espaço de solução, a dimensionalidade é igual ao número de incógnitas (ROMANS, 2018). Todos os pontos em um hiperplano cumprem sua equação correspondente. Consequentemente, o ponto de intersecção de todos os hiperplanos constituem a solução correta para o problema.

Outro método que apresenta bons resultados é o da Reconstrução Algébrica com Correção Multiplicativa (MART, *Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique*). Trata-se de outro método iterativo que se baseia na minimização iterativa de uma função objetivo e que normalmente é composta por regularizações de dados (ROMANS, 2018). É considerada uma boa técnica quando se tem apenas dados escassos, ou seja, poucas projeções, porém, também apresenta artefatos (BADEAR; GORDON, 2004).

Existem filtros e técnicas, empregados em métodos de reconstruções, que visam melhorar ainda mais a reconstrução da imagem via algoritmos. A difusão anisotrópica robusta (RAD, *Robust Anisotropic Diffusion*), relação entre difusão anisotrópica e a estatística robusta, possui as características da utilização de filtragens multi-escala e da apresentação de uma teoria sólida (NAIR; DAVID; RAJAGOPAL, 2019).

No presente artigo comparamos os dois algoritmos, ART e MART. Depois de comparados em seu estado da arte, com poucas projeções, será aplicado o RAD, para verificar a eficácia e a robustez da difusão anisotrópica no tocante aos dois algoritmos.

MATERIAIS E MÉTODOS

Para que possamos comparar as técnicas de reconstrução, faz-se então necessária uma abordagem sucinta e criteriosa, porém rápida, das técnicas, em seguida, da mesma forma, uma explanação da difusão anisotrópica robusta.

Técnica de Reconstrução Algébrica (ART)

Na abordagem algébrica, os coeficientes de atenuação do objeto são modelados por uma representação discreta da função do objeto normalmente em uma grade de pixels. Com isso podemos definir o problema de reconstrução de imagem como um sistema $y = Px$. Cada elemento P_{ij} da matriz P do sistema descreve a contribuição de um determinado pixel para um determinado raio, x e y são os pixels desconhecidos numerados sequencialmente e as integrais de linha medidas, respectivamente. Tomemos $i = 1, \dots, I$, e seja L_i o conjunto de índices de pixels j para os quais o i -ésimo pixel cruza o i -ésimo segmento de linha, e seja $|L_i|$ a cardinalidade do conjunto L_i . Tomemos $P_{ij} = 1$ para j em L_i e $P_{ij} = 0$ caso contrário. Com $i = k(\text{mod } I) + 1$, o passo iterativo do algoritmo ART é dado como:

$$x_j^{(k+1)} = x_j^k + \frac{1}{|L_i|} (y_i - (Px^k)_i) \quad (1)$$

para j em L_i , e $x_j^{k+1} = x_j^k$ se j não estiver em L_i . Em cada iteração ART, tomemos o erro $y_i - (Px^k)_i$ associado com o atual x^k e a i -ésima equação e distribuimos igualmente sobre cada um dos pixels que cruza L_i .

Resolver o sistema de equações lineares, descrito acima, usando inversão de matriz (eliminação de Gauss, decomposição de valor singular, etc.) não é viável na prática, pois os problemas são tipicamente grandes, mal condicionados e sobre determinados

Técnica de Reconstrução Algébrica com Correção Multiplicativa (MART)

MART tem duas vantagens que a destaca de outros algoritmos: limita a imagem (e, portanto, a projeção de dados) para a cobertura convexa do paciente e maximiza a entropia (BADEAR; GORDON, 2004). Como em ART, MART será brevemente explicado. Para o mesmo sistema linear descrito em ART, $y = Px$, tomemos x^0 como sendo qualquer vetor positivo para cada projeção P_{ij} e $i = q(I) + 1$. Havendo encontrado x^q para q inteiro positivo, definimos x^{q+1} por:

$$x_j^{(q+1)} = x_j^q \left(\frac{y_i}{(Px^q)_{iq}} \right)^{\gamma_i \delta_i p_{ij}} \quad (2)$$

onde y_i e $(Px^q)_{iq}$ são os valores da projeção e reprojeção correspondentes ao i -ésimo raio, p_{ij} representa a contribuição da reconstrução do raio i e o pixel j e $y_i > 0$ e $\delta_i > 0$ são os parâmetros de relaxamento que devem ser escolhidos sujeitos a desigualdade $\gamma_i \delta_i p_{ij} \leq 1$. Podemos observar que há um raio j diferente gerado para cada posição distinta de cada conjunto de detectores e / ou fonte de raio x . Nesse método, as correções são calculadas para cada raio e aplicadas às células pertencentes a ele.

Difusão Anisotrópica Robusta (RAD)

Tal processo tem como objetivo estimar a imagem original a partir de dados ruidosos. Em uma imagem Im , temos que satisfazer o critério:

$$\min_{Im} \sum_{u \in Im} \sum_{q \in \eta_u} \rho(Im_q - Im_u, \sigma) \quad (3)$$

em que temos as vizinhanças espaciais η_u do pixel u , $\rho(\cdot)$ que é a norma utilizada do erro robusto, Im_u é o valor da imagem Im no pixel u e σ é o parâmetro de escala. Sendo este um critério de otimização (NAIR; DAVID; RAJAGOPAL, 2019).

Optamos por resolver a expressão (3) por gradiente descendente:

$$Im_u^{t+1} = Im_u^t + \frac{\lambda}{|\eta_u|} \sum_{q \in \eta_u} h(|\nabla Im_{u,q}^{(t)}|) \nabla Im_{u,q}^{(t)} \quad (4)$$

em que $\lambda \in \mathbb{R}^+$ é um escalar que determina a taxa de difusão, $\nabla Im_{u,q}^{(t)}$ é o gradiente de intensidade no pixel u em relação ao pixel vizinho q e $h(x) = \rho'(x)/x$. O estimador escolhido, por ter raio de convergência mais atenuado, é o de Tukey como norma de erro (LING; BOVIK, 2002).

Simulações

Para a validação dos métodos, foi construído um Phantom matemático, imagem de teste com a distribuição de densidade conhecida, espectro de Shepp-Logan (GONZALES; WOOD, 2018) (Figura 1). O sinograma, coleção de projeções paralelas do objeto-disco tiradas em ângulo equidistante (GONZALES; WOOD, 2018), foi escolhido para ser adquirido com 80 projeções, considerado baixo para um exame normal com bases em (GELEIJNS, 2009), (STOCKER, 2018), (NAGAYAMA, 2018). Os métodos de reconstrução estudados nesse trabalho foram implementados em C. Os arquivos de imagem foram trabalhados no formato tga (*Truevision Graphics Adapter*). As simulações foram feitas sem o acréscimo de ruído.

Figura 1 – Imagem (256x256 pixels) do Phantom Shepp-Logan, com intensidade 0,95 mapeada para 0 (branco) e a intensidade 1,05 mapeada para 255 (preto)

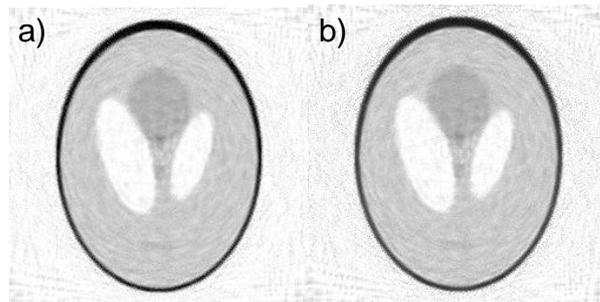


Fonte: Autoria própria (2020).

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

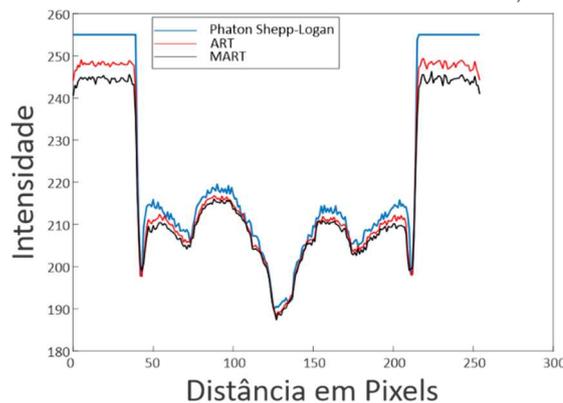
Na Figura 2, é apresentada a reconstrução com 50 iterações pelo algoritmo ART e MART. Como forma comparativa, foi traçada, com base na área da figura, um perfil da média das intensidades por coluna, em escala de cinza, dos pixels. O valor das intensidades, pela distância em pixel, é mostrado na figura 3.

Figura 2 – Reconstruções da imagem. a) Método ART. b) Método MART



Fonte: Autoria própria (2020).

Figura 3 – Perfil da média das intensidades do Phantom, ART e MART



Fonte: Autoria própria (2020).

Para efeito de comparação, foi utilizado um método estatístico, Bland-Altman, para avaliar as médias de intensidade, em escala de cinza, dos pixels do Phantom com as imagens reconstruídas. Bland e Altman propuseram um método para avaliar a concordância entre medidas. A grande vantagem desse método é a obtenção do valor da média das diferenças, ou seja, o valor do quanto a medida reconstruída se afastou da original (CARKEET; GOH, 2018). Para corroborar com os resultados obtidos por Bland-Altman, foi implementada a métrica da informação mútua (MI, *Mutual Information*), que é uma métrica de similaridade efetiva global para comparar a imagem original e a reconstruída. MI é uma medida de similaridade que tem uma vantagem especial de não assumir nenhuma relação funcional anterior entre as imagens, ao contrário, atribui-se uma relação estatística que pode ser capturada pela análise da entropia conjunta das imagens. (ZHANG, 2010). MI é definido por:

$$MI = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_{i_o, r}(i, j) \log_2 \left(\frac{h_{i_o, r}(i, j)}{h_{i_o}(i, j) h_{i_r}(i, j)} \right) \quad (5)$$

onde I_o representa os níveis de intensidade da imagem original (Phantom), I_r representa os níveis de intensidade da imagem reconstruída, $h_{o,r}(i,j)$ é a probabilidade conjunta de um par de intensidades (i,j) em pixels correspondentes entre a imagem original e a reconstruída, enquanto $h_o(i,j)$ e $h_r(i,j)$ são as probabilidades marginais de cada imagem. Quanto maior a similaridade entre as imagens maior será o valor de MI e quanto menor a similaridade, menor a dependência entre I_o e I_r , de forma que se as duas forem independentes, MI será zero. A tabela 1 mostra os valores para Bland-Altman e MI.

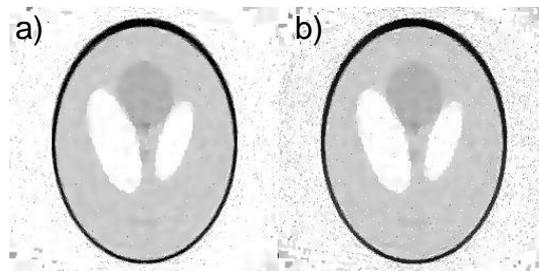
Tabela 1 – Valores de Bland-Altman e MI

| Técnica de Reconstrução | Bland-Altman | MI |
|-------------------------|--------------|--------|
| ART | 3.6 | 1.3684 |
| MART | 5.4 | 1.2560 |

Fonte: Autoria própria (2020).

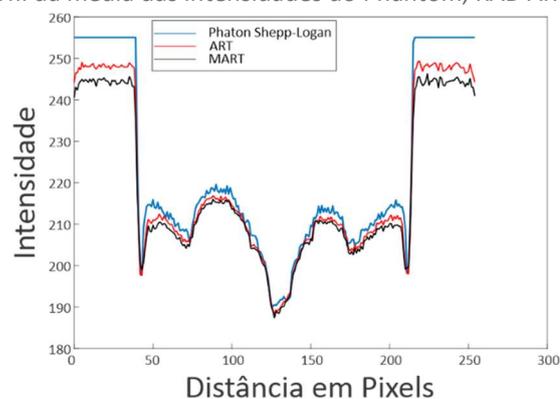
As imagens reconstruídas foram utilizadas como estimativa de partida para a aplicação do algoritmo da difusão anisotrópica robusta (RAD). Ele foi iterado 8 vezes com o parâmetro de escala $\sigma=0.04$, o resultado é mostrado na figura 4. O valor das intensidades, pela distância em pixel, é mostrado na figura 5. A média de dispersão da diferença, calculado por Bland-Altman, e MI é mostrado na Tabela 2.

Figura 4 – Reconstruções da imagem. a) Método RAD_ART. b) Método RAD_MART



Fonte: Autoria própria (2020).

Figura 5 – Perfil da média das intensidades do Phantom, RAD ART e RAD MART



Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 2 – Valores de Bland-Altman e MI

| Técnica de Reconstrução | Bland-Altman | MI |
|-------------------------|--------------|--------|
| RAD ART | 2.8 | 1.4016 |
| RAD MART | 7.0 | 1.2424 |

Fonte: Autoria própria (2020).

DISCUSSÃO

Os resultados obtidos demonstraram que o método MART teve menor eficácia na reconstrução a partir de poucas projeções quando comparado com ART. Isso acontece como consequência direta da rápida propagação dos erros numéricos das iterações e principalmente do seu acúmulo (BADEAR; GORDON, 2004). MART poderia ter um desempenho muito melhor quando há disponibilidade de mais projeções e como consequência direta a diminuição das iterações para evitar a propagação de erro (XIAOYING, 2014). Na equação (4), as iterações recorrentes, por meio de seus parâmetros, precisam assegurar que a convergência aconteça (BADEAR; GORDON, 2004).

CONCLUSÃO

No presente trabalho foi proposta a comparação de dois métodos analíticos de reconstrução de imagens tomográficas, ART e MART, com poucas projeções. A questão das poucas projeções sempre é relevante no tocante a quantidade de radiação ao qual o paciente é exposto no exame, quanto menor a dose, menor a quantidade de informação coletada. ART se mostrou mais eficiente que MART, quando os métodos foram implementados de forma pura. Quando RAD foi implementado no método MART, tendo como consequência uma imagem reconstruída com mais dispersão de informação, ficou evidente o acúmulo e espalhamento de erro, com resultados piores que o método puro, e isso pode ser atestado com as métricas aplicadas. ART mostrou-se ainda mais eficiente com a Aplicação de RAD. Os resultados experimentais demonstraram eficácia da técnica ART no problema proposto.

AGRADECIMENTOS

A Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) pelo apoio recebido para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

CIERNIAK, Robert. **X-ray computed tomography in biomedical engineering**. Springer Science & Business Media, 2011.

URRY, Lisa A. et al. **Campbell biology**. Pearson Education, Incorporated, 2017.

HONG, Jae-Young et al. Association of exposure to diagnostic low-dose ionizing radiation with risk of cancer among youths in South Korea. **JAMA network open**,

v. 2, n. 9, p. e1910584-e1910584, 2019. Disponível em:

<https://jamanetwork.com/journals/jamanetworkopen/article-abstract/2749234>.

Acesso em: 23 jun. 2020.

FUJIMURA, Ichiro et al. Comparison of physical image qualities and artifact indices for head computed tomography in the axial and helical scan modes. **Physical and Engineering Sciences in Medicine**, p. 1-10, 2020. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s13246-020-00856-5.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2020.

GREFFIER, J. et al. CT iterative reconstruction algorithms: a task-based image quality assessment. *European radiology*, v. 30, n. 1, p. 487-500, 2020. <https://doi.org/10.1007/s00330-019-06359-6>.

ROMANS, Lois. **Computed Tomography for Technologists: A comprehensive text**. Lippincott Williams & Wilkins, 2018.

BADEA, Cristian; GORDON, Richard. Experiments with the nonlinear and chaotic behaviour of the multiplicative algebraic reconstruction technique (MART) algorithm for computed tomography. **Physics in Medicine & Biology**, v. 49, n. 8, p. 1455, 2004. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/49/8/006>.

NAIR, Resmi R.; DAVID, Ebenezer; RAJAGOPAL, Sivakumar. A robust anisotropic diffusion filter with low arithmetic complexity for images. **EURASIP Journal on Image and Video Processing**, v. 2019, n. 1, p. 48, 2019. Disponível em: Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1186/s13640-019-0444-5>. Acesso em: 26 mai. 2020.

LING, H.; BOVIK, Alan C. Smoothing low-SNR molecular images via anisotropic median-diffusion. **IEEE transactions on medical imaging**, v. 21, n. 4, p. 377-384, 2002. <https://doi.org/10.1109/TMI.2002.1000261>

GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E. **Digital Image Processing**. Third Edition. New York: Pearson, 2018.

GELEIJNS, J. et al. Computed tomography dose assessment for a 160 mm wide, 320 detector row, cone beam CT scanner. **Physics in Medicine & Biology**, v. 54, n. 10, p. 3141, 2009. Disponível em: Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9155/54/10/012/pdf>. Acesso em: 01 jul. 2020.

STOCKER, Thomas J. et al. Reduction in radiation exposure in cardiovascular computed tomography imaging: results from the prospective multicenter registry

on radiation dose Estimates of cardiac CT angiography in daily practice in 2017 (PROTECTION VI). **European heart journal**, v. 39, n. 41, p. 3715-3723, 2018.

<https://doi.org/10.1093/eurheartj/ehy546>

NAGAYAMA, Yasunori et al. Radiation dose reduction at pediatric CT: use of low tube voltage and iterative reconstruction. **Radiographics**, v. 38, n. 5, p. 1421-1440, 2018. <https://doi.org/10.1148/rg.2018180041>

CARKEET, Andrew; GOH, Yee Teng. Confidence and coverage for Bland–Altman limits of agreement and their approximate confidence intervals. **Statistical Methods in Medical Research**, v. 27, n. 5, p. 1559-1574, 2018.

<https://doi.org/10.1177%2F0962280216665419>

ZHANG, Xiao-lin et al. Quality assessment of image fusion based on image content and structural similarity. In: **2010 2nd International Conference on Information Engineering and Computer Science**. IEEE, 2010. p. 1-4.

<https://doi.org/10.1109/ICIECS.2010.5678340>

XIAOYING, Wang et al. Tropospheric wet refractivity tomography using multiplicative algebraic reconstruction technique. **Advances in Space Research**, v. 53, n. 1, p. 156-162, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2013.10.012>