

# 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR



https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2020

Posicionamento ótimo de um roteador wireless por evolução diferencial da média móvel mínima da solução de Helmhotz

Optimal wireless router placement by differential evolution of minimum moving average of Helmholtz solution

#### **RESUMO**

Neste trabalho é apresentado um método para posicionamento ótimo de uma fonte de radiação eletromagnética de 2.4GHz, a mesma frequência de um roteador wireless, utilizando computação evolucionária. A metaheurística Evolução Diferencial é utilizada para maximizar a média móvel mínima da solução de Helmholtz numa estratégia maximin (maximização do mínimo). O regime permanente do sinal irradiado é obtido através da equação de Helmholtz, apresentando uma forma independente do sinal da onda no espaço. Múltiplas soluções da equação de Helmholtz são investigadas pela busca de Evolução Diferencial em busca do valor ótimo. O método apresentado considera a simplificação de lâmina, isto é, uma simulação em duas dimensões do espaço físico. Resultados são apresentados indicando eficácia do método apresentado em encontrar a posição ótima de um roteador wireless dentro de uma topologia determinada podendo ser aplicado a redução de perdas energéticas relacionadas ao roteador wireless.

**PALAVRAS-CHAVE:** Computação evolucionária. Equação de helmholtz. Roteador wireless. Evolução diferencial.

#### **ABSTRACT**

This paper presents a method for optimal positioning of an electromagnetic radiation source of 2.4GHz, the same frequency used by a wireless router, using evolutionary computation. Differential Evolution metaheuristic is used to maximize the minimum moving average of Helmholtz solution. The steady state of the irradiated signal is obtained by Helmholtz equation, presenting a time independent form of the signal in cartesian space. Multiple solutions of Helmholtz equation are investigated by Differential Evolution search for the optimal value. The presented method considers a laminar approximation, that is, a simulation of physical space in two dimensions. Results are presented indicating efficacy of the proposed method in finding optimal positioning for a wireless router in a given topology.

**KEYWORDS:** Evolutionary computation. Helmholtz equation. Wireless router. Differential evolution.

Jeovana Camargo Bagio bagio@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil Daniel Cavalcanti Jeronymo danielc@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil

**Recebido:** 19 ago. 2020. **Aprovado:** 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.









### 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR



**CÂMPUS TOLEDO** 

#### **INTRODUÇÃO**

Quando Maxwell estabeleceu suas equações, como resultado de uma síntese dos trabalhos dos cientistas que o antecederam (Ampére, Gauss, Faraday) observou que a terceira equação (até então desprovida de seu segundo termo no lado direito) deveria comportar um termo a mais para atender questões de simetria. Ela prevê, em sua formulação final, que um campo elétrico variável no tempo produza um campo magnético da mesma forma que em que um campo magnético variável no tempo produza um campo elétrico. Essa observação levou Maxwell a propor a possibilidade de existência de ondas eletromagnéticas. (SOUZA; OLIVEIRA, 2003).

Em cursos de graduação em física e em engenharia elétrica o estudo da propagação de ondas eletromagnéticas tem grande relevância, sobretudo pela ampla gama de aplicações das mesmas (DARTORA et al, 2011).

Campos eletromagnéticos produzidos por emissoras de TV, estações de rádio AM e FM, estações rádio base (ERB), transmissores de rádio frequência (RF), roteadores sem fio, dispositivos "bluetooth" e outras fontes para comunicações estão presentes há várias décadas. Atualmente tecnologias sem fio estão sendo amplamente utilizadas em dispositivos de uso diário tais como telefones celulares inteligentes, computadores portáteis, computadores de mesa, tabletes, reprodutores de áudio, consoles de jogos, até em eletrodomésticos (BUENO, 2014).

Este trabalho tem como objetivo implementar um método para otimizar o posicionamento de um roteador wireless dentro de um ambiente com topologia determinada pelo usuário. A implementação de uma simulação eletromagnética da equação de Helmholtz foi implementada para obter a solução estática do campo elétrico. A função objetivo é maximização do menor valor da média móvel da solução estática no espaço cartesiano. Este modelo de função custo pode ser interpretado como a busca pela solução resultando no espaço com menor perda e melhor distribuição de sinal.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira. Na seção de fundamentação teórica é descrita a equação da onda, a qual é utilizada para a dedução da equação de Helmholtz. Na seção seguinte temos a apresentação do simulador de Helmholtz que é o software de simulação criado para os testes e será discutida a utilização do método dos elementos finitos, na seção computação evolucionária é apresentado o método de evolução diferencial, na seção resultados será exibido o resultado dos testes com a melhor posição do roteador e por fim, conclui-se com algumas observações sobre o trabalho.

#### **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

A descoberta da Equação da onda, se deu através do estudo das quatro equações criadas por Maxwell, que são: Lei de Gauss (1), Lei de Faraday (2), Lei de Gauss – Magnetismo (3), Lei de Maxwell-Ampère (4).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \varrho \tag{1}$$



# 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR



**CÂMPUS TOLEDO** 

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{4}$$

Depois da descoberta da quarta eq.(4) em que Maxwell corrigiu Ampère adicionando o termo  $\frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$  propondo que um campo magnético que varia no tempo cria um campo elétrico que varia no tempo, e o que o contrário também acontece. Portanto, essa equação permite a existência de ondas eletromagnéticas autossustentadas através do espaço vazio.

E assim, a velocidade calculada para as ondas através de experimentos coincide com a velocidade da luz. Portanto a luz, é considerada uma forma de onda eletromagnética.

Sabendo disso, dada a eq. (4) de Maxwell na forma fasorial

$$\nabla X E = -j\omega \mu_0 H \tag{5}$$

Aplica-se o rotacional em ambos os lados e depois propriedades do operador rotacional e obtém-se

$$\nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E = -j\omega\mu_0 \nabla X H \tag{6}$$

Da qual aplicando as equações de Maxwell no espaço livre, com  $\nabla \cdot E = 0$  e  $\nabla X H = j\omega \varepsilon_0 E$ , encontra-se

$$-\nabla^2 E = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 E \tag{7}$$

Essa equação também conhecida como equação de Helmholtz pode ser reescrita como

$$\nabla^2 E = -k_0^2 E \tag{8}$$

#### SIMULADOR DE HELMHOLTZ

O programa na linguagem de programação em Python compilou a simulação com uma fonte de roteador wi-fi, emitindo um sinal com uma frequência de 2.4GHz. na posição [112, 180] que seria o centro da nossa imagem. E pela equação (8) temos a solução final estática.

A equação de Helmholtz (8) pode ser arranjada para incluir uma fonte forçada de sinal eletromagnético:

$$\nabla^2 E + k_0^2 E = f \tag{9}$$

Considerando a aproximação do gradiente por diferença finita central, uma variação de posição nos eixos x e y, tem-se a abordagem por método de elementos finitos (MEF):

$$\frac{E[x+1,y]+E[x-1,y]-2E[x,y]}{\Delta x^2} + \frac{E[x,y+1]+E[x,y-1]-2E[x,y]}{\Delta y^2} + k_0^2 E[x,y] = f[x,y]$$
 (10)

Esta equação pode ser reduzida na forma matricial por:

$$CE = f$$
 (11)



# 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR



**CÂMPUS TOLEDO** 

Considerando n=ab, onde a é o número de amostras no eixo x e b o número de amostras no eixo y, C é uma matriz de coeficientes de dimensões nxn, , E é um vetor de intensidades do sinal elétrico obtido pelo achatamento (flattening) da matriz de intensidade de dimensão n, e f é um vetor achatado da matriz de coeficientes da função forçada no espaço de dimensão n.

A matriz C é esparsa, ocorrência comum em métodos de elementos finitos. Isso pode ser verificado ao ser considerada uma imagem de 300 pixels com resolução de 0,03cm por pixel, resultando em  $[a,b] = [300/0,03\ 300/0,03] = [10000,10000]$ , sendo necessários portanto n=1E8 elementos. O método dos elementos finitos divide o espaço em uma matriz para soluções aproximadas de problemas de valores sobre o contorno de equações diferenciais que testa todas as posições em que o roteador poderia estar localizado. Para evitar o problema de explosão combinatorial desta matriz é utilizada a forma CSR (Compressed Sparse Row).

Após a matriz de coeficientes  ${\it C}$  ser formada, o vetor  ${\it f}$  pode ser utilizado para verificar empiricamente diferentes soluções a partir de diferentes posições de uma fonte geradora de sinal.

Em seguida, é montada uma segunda matriz com as mesmas dimensões que a imagem original, mas sendo uma matriz f. Nessa matriz f poderá ser escolhido o local da posição da fonte de radiação eletromagnética, o roteador wireless, pois dependendo da posição da fonte, a solução estática E será modificada, descrita pela inversa da equação (11):

$$E = f \cdot C^{-1} \tag{12}$$

Com isso tem-se a solução estática dos valores do campo elétrico, ou seja, a onda estacionária da solução final da equação (8).

A equação (12) pode ser combinada com Métodos de Monte Carlo ou força bruta em busca do ponto ótimo da fonte de radiação. Para isso criou-se uma métrica de qualidade dada pela maximização do sinal mais fraco dentro do espaço de simulação.

#### COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA

Usualmente, em algoritmos da computação evolucionária há a manutenção de uma população, de possíveis soluções, sobre a qual procedimentos são iterativamente aplicados de forma a melhorar a melhor solução. Para avaliar a qualidade de uma solução, portanto, é utilizada uma função de custo, a qual representa a função a ser otimizada, ou é construída a partir da busca por um certo objetivo, usualmente, quando não é possível encontrar uma forma fechada da função que se quer otimizar.

O método de Evolução Diferencial (ED) foi criado por Storn (1996) e Storn e Price (1997), um método de otimização estocástica da computação evolucionária, uma metaheurística, para otimização global.

A opção pela utilização da ED em problemas deste tipo deve-se a alguns fatos importantes, já que utiliza mecanismos de seleção natural, opera por sobre valores reais e não requer diferenciabilidade da função a ser otimizada, visto que não utiliza o gradiente da função para guiar a otimização. Ainda, geralmente não é



# 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR



**CÂMPUS TOLEDO** 

necessária uma população numerosa para um funcionamento adequado da técnica.

Grosso modo, a ED evolui da seguinte forma: em cada iteração, para cada indivíduo da população (vetor atual), um indivíduo mutante é criado (vetor de diferenças) e este é recombinado com o indivíduo original para criar um novo indivíduo (vetor tentativa), se a função a ser otimizada tiver melhor valor para o novo indivíduo, este toma o lugar do atual e passa para a próxima iteração, senão, o atual permanece.

O problema de encontrar o melhor posicionamento de um roteador wireless pode ser traduzido como a busca pela posição em que a solução estática do sinal eletromagnético resulta na menor perda de sinal e na melhor distribuição. Primeiramente, o operador de convolução é utilizado para espalhar o sinal no espaço, através de uma média móvel. Em seguida, é procurado o menor valor dentro da média móvel no espaço. É realizada então uma busca pela solução com o maior valor possível dos mínimos das médias móveis.

Logo, a função objetivo do problema é dada por:

$$\max_{a \le x \le b} \min_{b \le x \le a} E(x) * g , \tag{13}$$

onde x é uma posição no espaço cartesiano limitada na faixa [b,a], determinada pelo tamanho de uma imagem com a topologia do espaço de simulação, e E é a solução do campo elétrico pela equação de Helmholtz considerando a fonte de sinal na posição x.

#### **RESULTADOS**

Ao analisar a imagem de solução estática da Figura 1, com eixos em centímetros, observa-se o regime permanente das Equações de Maxwell, obtido pela forma independente da Equação de Helmholtz. Graficamente alguns trechos da imagem estão mais fortes ou fracos dependendo das interferências construtivas e destrutivas do sinal da fonte irradiada.

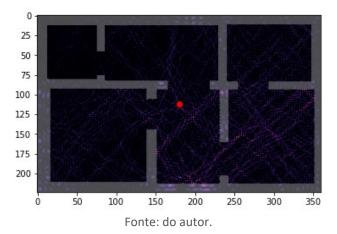
As linhas na Figura 1, são as chamadas interferências construtivas, nos vazios sem linhas não significa que não exista sinal mas que ele está mais atenuado, chama-se isso de interfêrencia destrutivas. Estes valores não são o sinal do roteador wi-fi no tempo mas sim as ondas estacionárias com suas interferências construtivas e destrutivas considerando um tempo infinito do roteador propagando o sinal constantemente. Observa-se que este formato não é adequado para visualização pois as baixas magnitudes de valores dificulta a percepção de distribuição do sinal.



# 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR

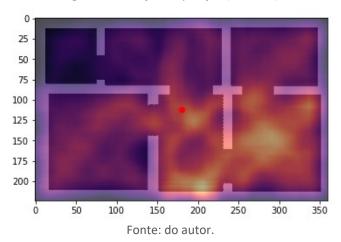


Figura 1 – solução na posição [112,180]



A solução estática anterior pode ser melhor visualizada na Figura 2 usando um operador de convolução em duas dimensões com janela 30x30. Esta janela foi escolhida para resultar na média de espaços de aproximadamente 1m².

Figura 2 – solução na posição [112,180]



Na posição central da imagem em x=1,12m e y=1,80m foram obtidos da intensidade de sinal do campo elétrico E um valor mínimo de 1.55e-10, máximo de 1.53e-08, média de 6.5e-09 e desvio padrão de 2.9e-09.

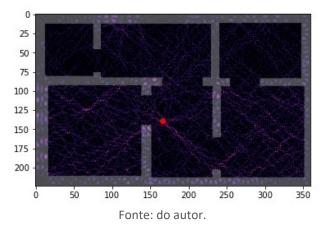
Após 200 iterações de otimização da posição do roteador wireless, buscando o objetivo de maximizar a mínima média movel da intensidade do campo elétrico por Evolução Diferencial com 20 indivíduos, portanto 4000 avaliações da função objetivo, foi encontrada a melhor solução [139, 166], apresentada na Figura 3



# 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR



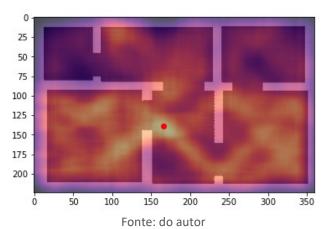
Figura 3 – solução na posição [139, 166]



Na posição ótima em x=1,39m e y=1,66m foram obtidos da intensidade de sinal do campo elétrico E um valor mínimo de 2.14e-10, máximo de 7.91e-08, média de 4.32e-09 e desvio padrão de 1.39e-09.

Na Figura 4 observa-se o sinal da solução ótima após a aplicação do operador de convolução com os mesmos parâmetros definidos anteriormente, possibilitando melhor interpretação da solução:

Figura 4 – solução na posição [139, 166]



#### **CONCLUSÃO**

O método proposto cumpriu com os objetivos almejados ao conseguir encontrar a melhor solução através de Evolução Diferencial, isto é, a posição em que o roteador teria melhor desempenho. Destaca-se que a solução proposta não é uma solução completa. Este método foi implementado para soluções em duas dimensões, ou seja, não é levada em conta a reflexão no eixo z, do teto ou do chão, por isso não é uma solução completa, mas sim uma aproximação do resultado real.

Em trabalhos futuros será realizada a busca por força bruta do espaço de busca visando encontrar o verdadeiro valor ótimo da função objetivo. Este resultado será comparado com diferentes métodos de busca estocástica.



# 23 a 27 de Novembro | Toledo - PR



#### **REFERÊNCIAS**

BUENO, SERGIO M. R. Caracterização e redução de exposição humana à campos eletromagnéticos em ambientes wi-fi. 2014. Tese (Mestre em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014. Disponível em: <a href="https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/101198">https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/101198</a>. Acesso em: 6 ago. 2020.

DARTORA, C.A; NOBREGA, K.Z; MATIELLI, MARINA H.K.; CAMPOS, FILLIPI K. R.; FILHO, H. TERTULIANO S. Conceitos básicos sobre difração e a dispersão de ondas eletromagnéticas. **Revista Brasileira de Ensino de Física,** São Paulo, v.33, n. 1,1307, jan./mar. 2011. Disponível em:

https://www.scielo.br/pdf/rbef/v33n1/07.pdf. Acesso em: 31 jul. 2020.

SOUZA, ANTONIO L; OLIVEIRA, JOSÉ C. Diferentes enfoques para o ensino de teoria eletromagnética nos cursos de graduação em engenharia elétrica. CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2003, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: ABENGE, 2003.

STORN, RAINER E PRICE, K. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 11, n. 4, 1997, p. 341.

STORN, R. On the usage of differential evolution for function optimization. Proceedings of North American Fuzzy Information Processing. BIENNIAL CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY, 1996, Berkeley, CA, USA. **Anais...** Berkeley: NAFIPS, 1996.