

Estudo comparativo de diferentes métodos de análise p-delta em pórticos planos

Comparative study of different methods of p-delta analysis in 2D frames

RESUMO

Djonathan Weiss
djonathanweiss@alunos.utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil

Rodny Jesus Mendoza Fakhya
rodny@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil

No projeto de edifícios altos e com esbeltez elevada surgem efeitos que são desprezados em construções de menor altura, como os efeitos de segunda ordem, que afetam o equilíbrio da estrutura devido ao deslocamento lateral e promovem o surgimento de esforços adicionais. Desta maneira, a determinação dos efeitos de segunda ordem se torna indispensável. Esta análise pode ser realizada de diversas maneiras e uma das mais utilizadas por engenheiros de estruturas é o processo P-Delta. Neste trabalho três métodos iterativos que utilizam este processo são apresentados e exemplificados, afim de comparar seu desempenho. São estes: o método do pilar com rigidez equivalente, o método da carga lateral fictícia e o método da carga de gravidade iterativa. Para verificar a eficácia dos métodos foi utilizado um pórtico de seis pavimentos, submetido a cargas verticais e horizontais. Os deslocamentos iniciais foram obtidos usando o software *Ftool*. Após as análises foi verificado que o método do pilar equivalente apresentou os resultados mais discrepantes, além de exigir mais iterações e cálculos. Os dois últimos métodos convergiram rapidamente e apresentaram resultados semelhantes.

PALAVRAS-CHAVE: Efeitos de segunda ordem. Métodos aproximados. Estabilidade estrutural.

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autorial: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



ABSTRACT

In design of tall, slender buildings with multiple floors there are effects that are despised in smaller buildings. An example is the second order effects, which affect the balance of the structure due to lateral displacement and promote the appearance of additional efforts. In this way, the determination of the second order effects becomes indispensable. This analysis can be carried out in several ways and one of the most used by structural engineers is the P-Delta process. In this work, three iterative methods that use this process are presented and exemplified, in order to compare their performance. These are: the equivalent column method, the iterative method and the iterative gravity load method. To verify the effectiveness of the methods, a six-story gantry was used, subjected to vertical and horizontal loads. The initial displacements were obtained using the *Ftool* software. After the analysis, it was verified that the equivalent column method presented the most discrepant results, in addition to requiring more iterations and calculations. The last two methods converged quickly and presented similar results.

KEYWORDS: Second-order effects. Approximate methods. Structural stability.

INTRODUÇÃO

Com a fabricação de concretos de elevada resistência, que podem ultrapassar os 50MPa, permite-se a execução de estruturas mais esbeltas. Há poucas décadas, a resistência usual em estruturas de concreto era em torno de 15MPa a 20MPa (MONCAYO, 2011).

Essa esbeltez leva a deslocamentos horizontais maiores, e, conseqüentemente, a esforços maiores na estrutura (AZAMBUJA, 2015). Os esforços provenientes dos deslocamentos horizontais são chamados de esforços de segunda ordem.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) descreve dois processos para mensurar a importância dos efeitos de segunda ordem: o parâmetro de estabilidade α (alfa) e o coeficiente γ_z (gama-z). Que, de acordo com sua magnitude permite identificar se uma estrutura é de nós fixos ou nós móveis.

Por mais que, em edifícios altos, é muito comum usar-se o coeficiente γ_z como parâmetro de instabilidade ou coeficiente de majoração, por ser um método mais simples de determinar a influência dos efeitos de segunda ordem no edifício, existem situações em que este pode ser pouco confiável, o que torna o seu uso inviável nestes casos (IGLESIA, 2016). Faz-se então necessário o uso do P-Delta para o cálculo desses efeitos.

Há, no mercado, diversos softwares que desenvolvem os cálculos estruturais por meio do processo P-Delta. Existem, também, métodos iterativos que podem ser desenvolvidos manualmente. Dentre estes métodos existem os exatos e os aproximados, cuja precisão é bastante satisfatória. Três dos métodos aproximados são apresentados e exemplificados no presente trabalho, afim de comparar os resultados e avaliar o desempenho de cada método.

MATERIAL E MÉTODOS

Utilizou-se como exemplo base para comparativo entre os métodos, o pórtico plano da Figura 1. As características do mesmo são as seguintes: concreto com f_{ck} de 25MPa, vigas de 50 x 15 cm, pilares de 40 x 20 cm. O desenho do pórtico e suas características foram baseadas na monografia de Azambuja (2015).

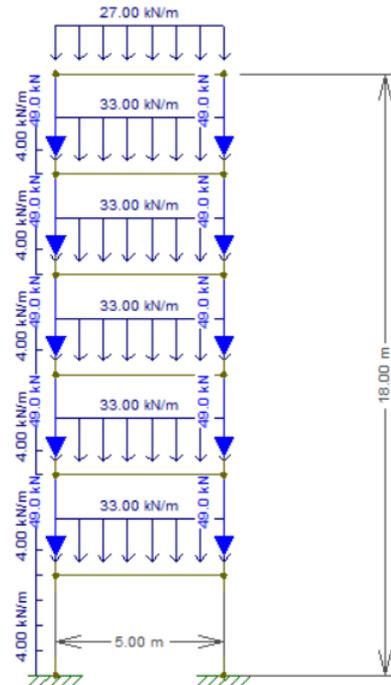
Seguindo as instruções da NBR 6118 (ABNT, 2014), foi calculado o módulo de elasticidade por meio da Eq. (1). Este valor, bem como as características do pórtico anteriormente citadas, foram fornecidos ao software Ftool (2018) para posterior análise.

$$E_{ci} = \alpha_E * 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (1)$$

O valor de α_E é definido de acordo com o tipo de agregado graúdo usado no concreto. Considerou-se a utilização do basalto como tal, pelo fato deste ser o mais comum na região oeste do Paraná, sendo $\alpha_E = 1,2$ segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

O cálculo dos efeitos de segunda ordem foi efetuado por meio dos três métodos descritos a seguir.

Figura 1 – Pórtico com carga de vento distribuída



Fonte: Elaborado pelo autor no Ftool (2018)

O método do pilar com rigidez equivalente, baseado em Carvalho (2014), difere-se um pouco dos demais por apresentar uma simplificação no processo. Inicialmente foi calculada a equação da linha elástica de um pilar com comprimento igual a altura do edifício em estudo, tendo uma extremidade engastada e outra livre. Obtendo-se a Eq. (2).

$$\Delta = \frac{qL^4}{8EI} = \frac{ML^2}{4EI} \quad (2)$$

sendo:

Δ : deslocamento no topo do pilar;

q: carga de vento distribuída;

L: altura total do pilar;

EI: rigidez do pilar;

M: momento atuante na base do pilar.

O deslocamento inicial (Δ_1) foi encontrado através de uma simulação do deslocamento no software Ftool (2018). A partir deste foi possível obter a rigidez equivalente (EI) do pórtico utilizando a Eq. (2).

Os próximos deslocamentos foram obtidos de forma iterativa. Para isto, a Eq. (2) foi reescrita dando origem a Eq. (3).

$$\Delta = \frac{ML^2}{4EI} = \frac{\left(\frac{qL^2}{2} + P\Delta\right) \times L^2}{4EI}$$

$$\Delta_i = \frac{\left(\frac{qL^2}{2} + P\Delta_{i-1}\right) \times L^2}{4EI} \quad (3)$$

sendo:

P: soma de todas as cargas verticais atuantes no pórtico;

L: altura total do pórtico;

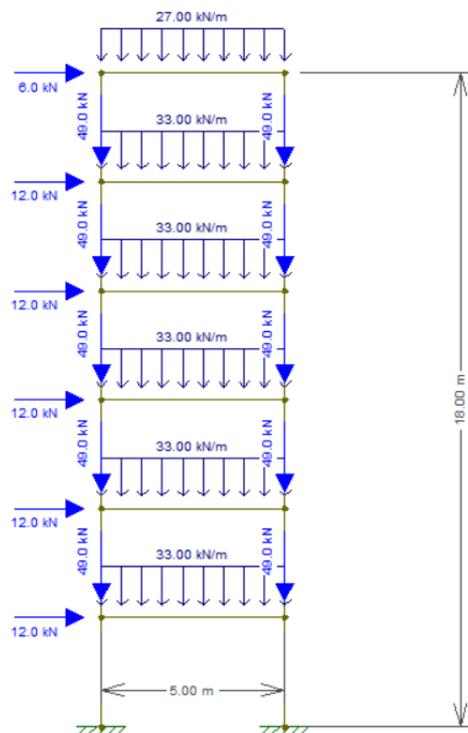
q: carga de vento distribuída.

O processo iterativo se deu até que $\Delta_i - \Delta_{i-1} < 0,000001$.

No método da carga lateral fictícia fez-se necessária uma alteração no carregamento de vento para possibilitar os cálculos. A carga de vento distribuída foi substituída por cargas de vento concentradas equivalentes nos nós da estrutura. A nova configuração dos carregamentos pode ser visualizada na Figura 2. O método foi executado de acordo com Gaiotti e Smith (1989) e Lopes (2005).

O pórtico da Figura 2 foi carregado no software Ftool (2018), e, então, foram obtidos os deslocamentos totais (D) de cada pavimento. A partir destes, foram calculados os deslocamentos relativos (Δ) de cada pavimento pela Eq. (4). Sendo que $i = 1$ corresponde ao primeiro pavimento. Todos os cálculos foram feitos utilizando o software Excel (2019).

Figura 2 – Pórtico com carga de vento concentrada



Fonte: Elaborado pelo autor no Ftool (2018)

$$\Delta_i = D_i - D_{i-1} \quad (4)$$

Segundo o método em análise, a força lateral fictícia pode ser calculada pela Eq. (5).

$$V'_i = \frac{\sum N_i \cdot \Delta_i}{h_i} \quad (5)$$

Onde:

V'_i é a força lateral fictícia do pavimento i ;

$\sum N_i$ é a soma de todas as forças verticais atuantes no pavimento i ;

Δ_i é o deslocamento horizontal relativo do pavimento i ;

h_i é a altura do pavimento i .

Em seguida calculou-se a força lateral fictícia relativa (H) em cada pavimento, pela Eq. (6).

$$H_i = V'_{i-1} - V'_i \quad (6)$$

Os incrementos de força foram somados à força de vento já atuante, e, então fez-se uma nova simulação no Ftool (2018), onde foram obtidos novos deslocamentos, e então os cálculos foram refeitos. Esse processo se repetiu até que a diferença entre os valores de deslocamento calculados em iterações sucessivas não ultrapassasse a tolerância especificada.

Pelo método da carga de gravidade iterativa, baseado em Smith e Gaiotti (1988), o pórtico da Figura 2 foi novamente carregado no software Ftool (2018), mas, desta vez, somente com os carregamentos de vento, conforme orienta o método. A partir disso, foram obtidos os deslocamentos iniciais em cada pavimento através da simulação no software.

Os pontos do pórtico foram então fixados nas coordenadas dos deslocamentos, de forma que o pórtico se mantivesse desalinhado verticalmente. A seguir, foram adicionados ao pórtico apenas os carregamentos verticais, obtendo-se assim novos deslocamentos. O processo descrito neste parágrafo se repetiu até convergir.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos com os métodos anteriormente descritos encontram-se no Quadro 1. Em todos os resultados foram consideradas seis casas decimais, e as iterações foram interrompidas quando não houve mais alteração na sexta casa.

Como indicado no Quadro 1, o método do pilar equivalente teve o maior número de iterações, enquanto o método da carga de gravidade iterativa foi o que apresentou convergência mais rápida.

Os três métodos para este tipo de problema são relativamente fáceis de implementar e permitem a realização deste tipo de análise sem grandes dificuldades. Pode-se observar que existe uma pequena discrepância com o resultado do Método do pilar com rigidez equivalente, mas que era esperada pois é o único método que não trabalha com o pórtico real de problema e sim com um modelo simplificado.

Quadro 1 – Deslocamentos no topo da estrutura

Iteração	Deslocamento no topo (cm)		
	Método do pilar com rigidez equivalente	Método da carga lateral fictícia	Método da carga de gravidade iterativa
1ª	2,049406	2,054947	2,052470
2ª	2,143389	2,072485	-
3ª	2,147699	2,072638	-
4ª	2,147897	-	-
5ª	2,147906	-	-

Fonte: Autoria própria (2020).

CONCLUSÃO

O processo P-Delta pode ser realizado por diversos métodos, exatos ou aproximados. Dentre os métodos aproximados, três foram expostos neste trabalho.

Analisando os resultados pode-se perceber uma diferença no número de iterações em cada método. Além disso há uma diferença nos valores finais do deslocamento no topo do edifício. Principalmente se comparado o método do pilar com rigidez equivalente com os demais.

Apesar de, no caso em questão, esta diferença não ser significativa, o primeiro método será descartado em análises posteriores pois em edifícios altos, essa discrepância pode se tornar maior. Tal método pode ser utilizado apenas como uma aproximação grosseira em uma primeira análise.

Contudo, os dois últimos métodos apresentaram resultados muito parecidos, conforme esperado, baseando-se na literatura. Sendo que o método da carga de gravidade iterativa se mostrou menos trabalhoso pois, além de requerer menos iterações, não exigiu cálculos adicionais.

Pretende-se, no futuro, aprofundar o estudo e considerar métodos mais robustos como o Método dos Elementos Finitos e outras ferramentas computacionais disponíveis.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da UTFPR para realização dessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento**. Rio de Janeiro, p. 238. 2014.

AZAMBUJA, Fernanda Peruzzo. **ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PÓRTICOS PLANOS**. Orientador: Evandro Paulo Folletto. 72 p. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Comunitária da Região de Chapecó, Chapecó, 2015.

CARVALHO, Roberto Chust.; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118: 2014**. Edufscar, 2014.

EXCEL for Windows. Microsoft Corporation, 2019. 1 CD-ROM.

FTOOL: Two-Dimensional Frame Analysis Tool. Versão 4.00. Tecgraf/PUC-Rio, 2018. Disponível em: <https://www.ftool.com.br/Ftool/user/download>. Acesso em: 10 ago. 2020.

GAIOTTI, Regina; SMITH, Bryan Stafford. P-Delta Analysis of Building Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 4, p. 755-770, 1 abr. 1989.

IGLESIA, Socrate Muñoz. Use P-Delta para calcular efeitos de segunda ordem em estruturas. **Mais Engenharia**, 19 jul. 2016. Disponível em: <https://maisengenharia.altoqi.com.br/estrutural/use-pdelta-para-calcular-efeitos-de-segunda-ordem-em-estruturas/>. Acesso em: 20 ago. 2020.

LOPES, Arlindo Pires; SANTOS, Gláucyo de Oliveira; SOUZA, André Luiz A. C. Estudo sobre diferentes métodos de análise p-delta. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, n. 7, p. 9-19, 1 set. 2005.

MONCAYO, Winston Junior Zumaeta. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. Orientador: Libânio Miranda Pinheiro. 221 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2011.

SMITH, Bryan Stafford; GAIOTTI, Regina. Iterative Gravity Load Method for P-Delta Analysis. **Structural Engineering**, Montreal, jun. 1988.