

Análise e controle de um sistema de amortecimento ativo

Analysis and control of an active damping system

RESUMO

Pablo Augusto da Costa
pablocosta@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Cornélio Procópio,
Paraná, Brasil

Cristiano Marcos Agulhari
agulhari@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Cornélio Procópio,
Paraná, Brasil

Este trabalho apresenta uma análise do comportamento de uma suspensão automotiva, representada através do modelo *quarter-car*, passiva e em seguida é feita a implementação de um controle por realimentação de estados, com o objetivo de atuar sob o coeficiente de amortecimento dos amortecedores e garantir uma diminuição na velocidade máxima vertical da massa suspensa. O sistema em malha fechada tem como base o uso de um controlador LQR, onde se definiu uma matriz de prioridade para cada estado do sistema, dando maior importância a velocidade e deslocamento da massa suspensa. Por fim, faz-se uma comparação entre os comportamentos passivo e ativo, buscando entender a influência do controlador e percebe-se que se tem uma redução na velocidade atingida pela massa suspensa e o objetivo do trabalho foi concluído.

PALAVRAS-CHAVE: Suspensão Ativa. LQR. Controle.

ABSTRACT

This work presents an analysis of the behavior of an automotive suspension, represented by the passive quarter-car model and then a control is implemented by state feedback, with the objective of acting under the damping coefficient of the shock absorbers and ensuring a decrease in the maximum vertical speed of the suspended mass. The closed loop system is based on the use of an LQR controller, where a priority matrix has been defined for each state of the system, giving greater importance to the speed and displacement of the suspended mass. Finally, a comparison is made between passive and active behaviors, seeking to understand the influence of the controller and it is noticed that there is a reduction in the speed reached by the suspended mass and the objective of the work has been completed.

KEYWORDS: active suspension. LQR. Control.

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



INTRODUÇÃO

A maioria das suspensões em veículos convencionais se dá através de modo passivo, ou seja, amortece as vibrações vindas da pista sem nenhuma influência de atuadores ou sensores. Existem estudos e análises de implementação de suspensões controladas, que são capazes de se adaptar a possíveis perturbações, tornando a experiência de direção mais suave, com menos variações verticais do sistema. (SAVARESI *et al*, 2010).

Suspensões ativas são capazes atenuar as vibrações do sistema e, com isso, tornam-se mais eficientes e confortáveis que os amortecedores convencionais. (MILLER, 1988). Logo, é possível se utilizar técnicas de controle para representar e atuar, por realimentação de estados, em suspensões automotivas. (ESMAILZADEH; BATENI, 1992).

Inicialmente se faz necessário a representação do sistema utilizando um modelo matemático. Uma das formas muito consolidada para representação de suspensões são através do modelo *quarter-car*, onde se tem a modelagem de um quarto do veículo (JAZAR, 2008).

Este trabalho tem como principais objetivos: análise da influência do coeficiente de amortecimento na dinâmica do sistema, diminuir o deslocamento e da velocidade vertical da massa suspensa.

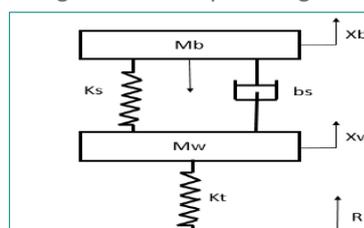
MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho foi dividido em 5 diferentes etapas, sendo a primeira a modelagem matemática do sistema massa mola utilizando equações estados, seguido pela representação no Simulink em malha aberta, escolha do tipo do controlador, representação matemática com o controle e, por fim, representação da planta em malha fechada.

MODELAGEM DO SISTEMA UTILIZANDO EQUAÇÕES DE ESTADOS

Nessa primeira etapa foi realizada a representação matemática através de equações de estados, que segundo (MOORE, 1976) é a maneira para se projetar um controlador por realimentação estados, de $\frac{1}{4}$ de suspensão (figura 1).

Figura 1 – Exemplo de figura



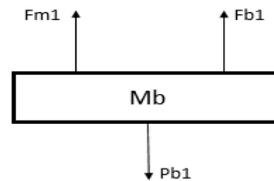
Fonte: Autoria Própria (2020)

Considerando que na figura 1 x_b e x_w representam, de forma respectiva, o deslocamento vertical da massa suspensa e o da roda, chegou-se a um sistema de 4ª ordem e com isso estabeleceu-se as seguintes variáveis de estado:

- a) \dot{x}_1 : Velocidade vertical da massa suspensa;
- b) \dot{x}_2 : Aceleração vertical da massa suspensa;
- c) \dot{x}_3 : Velocidade vertical da roda;
- d) \dot{x}_4 : Aceleração vertical da roda.

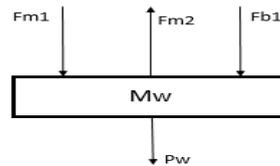
A partir disso, conclui-se que $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$ e $\dot{x}_3 = \dot{x}_4$. Aplicando a análise do diagrama de corpo livre, apresentados nas figuras 2 e 3, pode-se encontrar as equações 1 e 2.

Figura 2. Diagrama de corpo livre da massa suspensa



Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 3: Diagrama de corpo livre da roda



Fonte: Autoria Própria (2020)

$$m_b * \dot{x}_2 + k_s * (x_1 - x_3) + b_s * (x_2 - x_4) = 0 \quad (1)$$

$$-m_w * \dot{x}_4 + k_s * (x_1 - x_3) + b_s * (x_2 - x_4) + k_t * (R - x_3) = 0 \quad (2)$$

Sendo m_b e m_w , respectivamente, massa do corpo suspenso e massa da roda. Além disso, k_s e b_s trata-se da rigidez da mola e coeficiente de amortecimento dos amortecedores. Por fim, k_t representa a rigidez do pneu.

Com isso, tem-se as equações 3, 4, 5 e 6 representando, respectivamente, \dot{x}_1 , \dot{x}_2 , \dot{x}_3 e \dot{x}_4 .

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 \quad (3)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{-k_s(x_1 - x_3) - b_s(x_2 - x_4)}{m_b} \quad (4)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_4 \quad (5)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{k_s(x_1 - x_3) + b_s(x_2 - x_4) + k_t(R - x_3)}{m_w} \quad (6)$$

A velocidade de deslocamento linear do corpo suspenso e da roda foram consideradas as saídas à serem analisadas no sistema. Com isso encontrou-se a representação do sistema no espaço de estados e a mesma pode ser vista na equação 7, onde R, influência da pista no pneu, se trata de uma entrada ruidosa no sistema.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_b} & -\frac{b_s}{m_b} & \frac{k_s}{m_b} & \frac{b_s}{m_b} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_w} & \frac{b_s}{m_w} & -\frac{k_s + k_t}{m_w} & -\frac{b_s}{m_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_w} \end{bmatrix} R \quad (7)$$

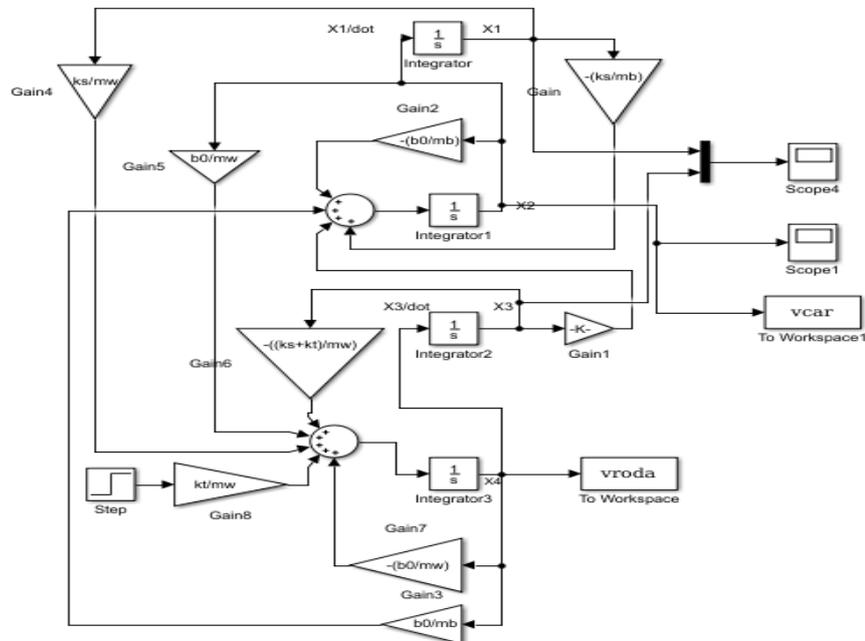
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

SIMULAÇÃO DO SISTEMA EM MALHA ABERTA

A segunda etapa do processo foi realizar a simulação em malha aberta da planta encontrada. Para tal tarefa se fez necessário adotar valores para os parâmetros de rigidez da mola e do pneu, além do coeficiente de amortecimento do amortecedor. Como estudo de caso adotou-se os parâmetros de um veículo de competições Baja SAE da Equipe Procobaja. Com isso adotou-se que $k_s = 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $b_s = 1400 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$, $k_t = 113 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $m_b = 70 \text{ kg}$ e $m_w = 18 \text{ kg}$.

O princípio da análise se baseia na variação do coeficiente b_s , com isso o sistema deve ser considerado como não linear, fez-se então necessário a implementação no *Matlab* sem o uso do bloco *State-Space* e para isso foi feita a modelagem do sistema, ainda em malha aberta, conforme a figura 4.

Figura 4: Representação do sistema no Simulink



Fonte: Autoria Própria (2020)

ESCOLHA DO CONTROLADOR

Neste trabalho optou-se pela utilização do controlador *Linear Quadratic Regulator* (LQR), visto que se trata de um controlador mais fácil para encontrar os coeficientes das matrizes utilizadas para determinação dos ganhos K.

Para se determinar os ganhos K, utilizando o controlador LQR, é preciso determinar as matrizes Q e R. Entretanto, é necessário priorizar os ganhos nos estados que geram uma maior influência na diminuição das variáveis avaliadas.

O primeiro elemento da matriz Q gera uma influência no deslocamento vertical da massa suspensa, que é um fator importante dentro do objetivo do trabalho, visto que o intuito é que esse deslocamento permaneça nulo. A mesma interpretação pode ser vista sob a segunda variável de $x(t)$, a velocidade vertical da massa suspensa, que também se tem o objetivo de mantê-la igual a zero.

Já o terceiro e quarto estado da matriz $x(t)$ não devem ter a mesma priorização pois se tratam do deslocamento e velocidade da roda, que conseqüentemente terão um aumento para compensar a diminuição na massa suspensa.

Logo uma boa escolha para a matriz Q, vem através de uma matriz diagonal que tenha uma prioridade sob o primeiro e segundo elemento, já o terceiro e o quarto com um valor abaixo dos dois primeiros.

Para a matriz R, que está ligada a prioridade sob o esforço de controle, optou-se em deixar um valor bem abaixo dos valores de Q, visto que o objetivo é atenuar as influências das entradas ruidosas e o mais rápido possível.

Para se definir os valores das matrizes Q e R, foram testadas várias combinações até que se encontrasse a que mais se adequasse ao objetivo final. Os valores estabelecidos em Q e R são apresentadas nas equações 8 e 9.

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$R = [0.1] \quad (9)$$

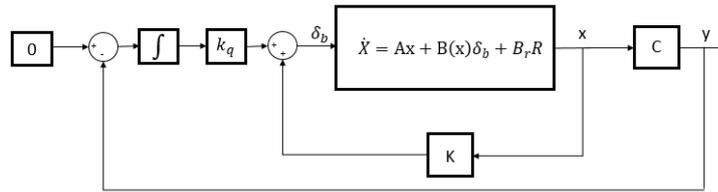
REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA COM O CONTROLADOR

Como alguns amortecedores possuem um amortecimento padrão, mas é possível realizar um aumento ou diminuição desse valor, com um limite superior e inferior. Foi adotado um coeficiente de amortecimento b_s , apresentado na equação 10, como a soma entre um valor b_0 com uma variação controlável delta, com o objetivo de controlar a velocidade vertical da massa suspensa.

$$b_s = b_0 + \delta_b \quad (10)$$

Visando atingir o objetivo do trabalho, foi implementado um controle com entrada de referência para que a velocidade da massa suspensa possa ser levada sempre a zero. A figura 5 apresenta a representação do sistema com a implementação do controle para seguidor de referência.

Figura 5: Representação do sistema com controle para seguidor de referência



Fonte: Autoria Própria (2020)

A partir da análise do sistema representado na Figura 5, tem-se a nova equação de estados, representada na equação 11.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \hat{A} \begin{bmatrix} x \\ q \end{bmatrix} + \hat{B} \delta_b + \begin{bmatrix} B_r \\ 0 \end{bmatrix} R \quad (11)$$

Com \hat{A} e \hat{B} sendo representados pelas equações 12 e 13, respectivamente.

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} B(x) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

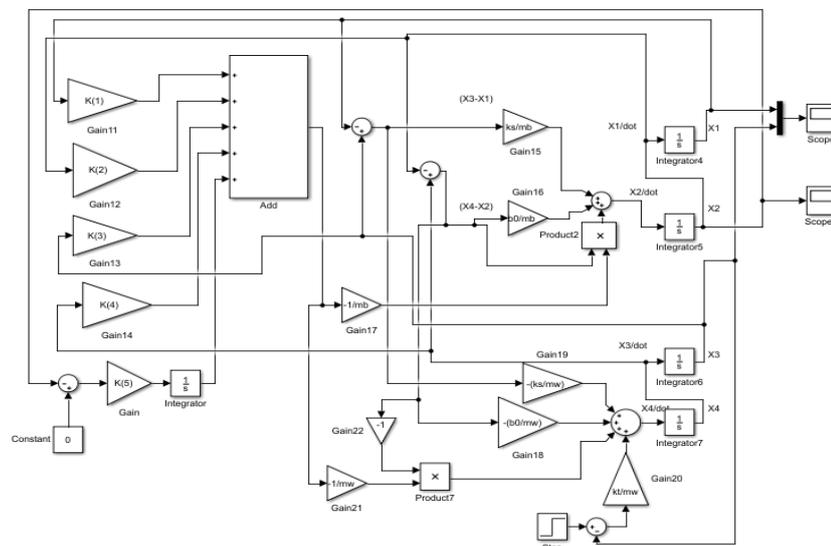
Além disso, δ_b é representado por $\delta_b = -Kx + K_q q$ e $\hat{K} = [K \quad K_q]$, sendo $\hat{K} = LQR(\hat{A}, \hat{B}, Q, R)$.

SIMULAÇÃO DO SISTEMA APLICANDO O CONTROLADOR LQR

Como \hat{B} depende dos parâmetros da matriz $x(t)$, para realizar a simulação do sistema aplicando o controlador LQR se fez necessário a execução da planta em malha aberta, de onde se retirou as médias dos termos x_1 e x_2 . Tais parâmetros foram utilizados como condição inicial para a simulação em malha fechada.

Em seguida foi realizada a implementação do controlador no Simulink, a partir da base apresentada na Figura 5 (malha aberta). A representação da planta em malha fechada é mostrada na Figura 6.

Figura 6: Representação do sistema aplicando o controlador LQR no Simulink

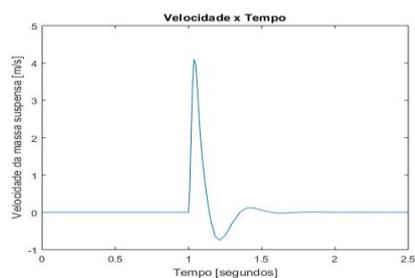


Fonte: Autoria Própria (2020)

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com base nas simulações realizadas, foi implementado o sinal ruidoso, considerando a pista, de um degrau com valor final de 0.2 e tempo de início de 1 segundo. Com isso obteve-se o comportamento, da velocidade vertical da massa suspensa, apresentado na figura 7.

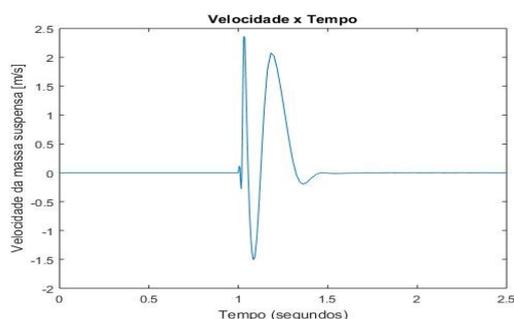
Figura 7: Velocidade da massa suspensa do sistema em malha aberta, dada uma entrada degrau, em relação ao tempo



Fonte: Autoria Própria (2020)

Com a implementação da planta em malha fechada, considerando ganhos K do controlador, tem-se uma nova resposta do sistema e a figura 8 apresenta a velocidade da massa suspensa, dada a mesma entrada degrau anterior.

Figura 8: Velocidade da massa suspensa do sistema em malha fechada, dada uma entrada degrau, em relação ao tempo



Fonte: Autoria Própria (2020)

Comparando as figuras 7 e 18 pode-se perceber que a velocidade máxima alcançada foi diminuída em aproximadamente 50% e o tempo de assentamento se manteve igual.

CONCLUSÕES

A partir da análise dos gráficos das velocidades, com e sem controlador, percebe-se que houve uma diminuição no pico de velocidade obtida e se manteve o tempo de assentamento.

Portando, percebe-se que a variação do coeficiente de amortecimento, de acordo com o obstáculo a ser enfrentado, tem-se uma influência direta no comportamento da suspensão. Diminuindo os esforços que chegam até o piloto do veículo e melhorando a ergonomia do condutor.

REFERÊNCIAS

ESMAILZADEH, E.; BATENI, H. Optimal active vehicle suspensions with full state feedback control. **Society of Automotive Engineers**, v. 101, n. 1, p. 781–795, 1992.

JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics: theory and application**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008.

MILLER, L. R. Tuning passive, semiactive, and sully active suspension systems. *In*: IEEE Conference on Decision and Control, 27., v. 3, p. 2047–2053, 1988, Austin. **Anais...** Austin: IEEE, 1988.

MOORE, B. On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed loop eigenvalue assignment. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 21, n. 5, p. 689–692, 1976.

SAVARESI, S. M. *et al.* **Semi-active suspension control design for vehicles**. [S.l.]: Elsevier Ltd, 2010.