

## Impacto dos pesos das medidas no estimador de estado de mínimos quadrados ponderado

## Impact of the measure weights on the weighted least squares state estimator

### RESUMO

Rafael Ramos Nunes Queiroz  
[Rafael.1994@alunos.utfpr.edu.br](mailto:Rafael.1994@alunos.utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, Paraná, Brasil

Hugo Andrés Ruiz Flórez  
[hugoflores@utfpr.edu.br](mailto:hugoflores@utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, Paraná, Brasil

Objetivo: Este artigo propõe a resolução do modelo matemático do estimador de estado dos mínimos quadrados ponderados através da metodologia clássica e também é proposto uma abordagem alternativa com fator de ponderação dinâmico. Métodos: Os resultados foram testados e analisados através de um sistema-teste de cinco barras disponível na literatura, através deste foi feita uma análise comparativa entre os erros relativos percentuais entre os resultados do fluxo de potência e os resultados da estimação de estado. Resultados: Para cada método desenvolvido foram encontrados os resultados dos módulo e ângulo da tensão para cada barra que compõe o sistema. Conclusões: Os resultados obtidos pelos estimadores de estado com fatores de ponderação dinâmico apresentaram um erro menor na estimação de estado quando comparado com a metodologia clássica.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistemas elétricos de potência. Estimação de estado. Mínimos Quadrados Pesados.

**Recebido:** 19 ago. 2020.

**Aprovado:** 01 out. 2020.

**Direito autoral:** Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



### ABSTRACT

Objective: This article proposes the resolution of the mathematical model of the weighted least squares state estimator through the classical methodology and also proposes an alternative resolution where the weighting factor is dynamic. Methods: The results were tested and analyzed using a five-bar test system available in the literature, through which a comparative analysis was made between the results of the power flow and the results of the state estimation. Results: For each method developed, data were obtained from the voltage angle module for each bar that makes up the system. Conclusions: The result obtained by the state estimator with dynamic weighting factor presented a smaller error in the state estimation when compared with the classical methodology

**.KEYWORDS:** Electric power systems. State Estimation. Weighted Least Square.



## INTRODUÇÃO

A teoria de estimação de estado passou a ser utilizada em sistemas elétricos de potência a partir de 1970 e é utilizada atualmente nos centros operacionais para diversas aplicações nas quais se estuda a operação dos sistemas elétricos em tempo real. O estimador de estado tem o objetivo de determinar o estado correto de operação do sistema. fundamentado nos resultados do estimador toma-se ações de controle para otimizar o fluxo de potencia nas linhas de transmissão. Para que se cumpra esse objetivo é necessária uma base de dados relacionada aos elementos da rede e um sistema de supervisão e aquisição de dados (SCADA) ou um sistema de gestão de energia.

Nas análises em tempos real dos sistemas de potencias existem erros de medição, esse é um dos maiores problemas na determinação do estado atual da rede. Por esse motivo, antes de realizar uma ação de controle se deve identificar e tratar os erros. Para atingir esse pressuposto se utiliza a metodologia clássica de estimação denominada mínimo quadrados ponderados, porém, nessa existem erros de difícil detecção que levam os sistemas a não convergir para uma resposta correta.

Diante do exposto, neste trabalho o problema de estimação de estado com múltiplas medidas aplica um fator de ponderação dinâmico em função dos resíduos calculados em cada interação afim de dar um peso mais adequado para os erros de medição, e assim encontrar um ponto de convergência, em outas palavras, se elimina o processo estatísticos de determinação dos fatores de ponderação e nos lugar desse introduz um fator de ponderação que mudar a cada interação do estimador de estado. Para formulação do problema de estimação de estado clássico Expósito (2018 p. 108) diz “está baseado no conceito de estimativa máxima de verossimilhança (EMV)”. Matematicamente se considerara uma função de  $f(z)$  baseada em hipóteses advinda de propriedades estatísticas, são elas: Os erros estão distribuídos de acordo com a distribuição normal; os valores requeridos dos erros são iguais a zero; os erros tem naturezas independentes. A função de verossimilhança do conjunto de medida sofre simplificações, obtendo assim o seguinte problema de otimização:

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } z_i = h_i(x) + r_i, \quad i = 1, \dots, m$$

Onde:  $W_{ii}$  é a distribuição de pesos para medidas;  $r_i$  é o resíduo da medida  $i$ ;  $m$  é o número de medições;  $h(x)$  é uma função não linear que relaciona o vetor de estado do sistema  $x$  com a  $i$  – ésima medida.

“A solução do problema de otimização do problema anterior é denominada estimador de mínimos quadrados ponderados pra  $x$ ” (ABUR, 2004, p. 20). O qual é formulado como um problema de otimização matemática com uma função objetivo quadrática e sujeito a condições de igualdade e/ou desigualdade (MONTICELLI, 2000 p 97). Essa função objetivo está diretamente relacionada com a função densidade de probabilidade, Expósito (2011, p 109) afirma que “variações na escolha das hipóteses relacionadas com as propriedades estatísticas dos erros de medida devem levar para diferentes formulações no estimador de máxima verossimilhança”.

Desta forma, o presente projeto de iniciação científica propõe-se a abordar o fator de ponderação de um novo ponto de vista, testando o sistema elétrico onde contenha erros gaussianos que são aqueles que estão distribuídos de acordo com uma distribuição normal. As simulações serão feitas através do algoritmo em linguagem C no matlab, onde os algoritmos implementados foram validados por meio de um sistema-teste encontrado na literatura clássica acerca do tema e estimação de estado.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Foi definido na equação (1) a função objetivo, a mesma pode ser reescrita como:

$$J(x) = [z - h(x)]^T \cdot W \cdot [z - h(x)] \quad (2)$$

As seguintes condições de otimização devem ser satisfeitas:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H(x)^T \cdot W \cdot [z - h(x)] = 0 \quad (3)$$

Onde

$$H(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} \quad (4)$$

A equação (4) é a matriz jacobiana  $m \times n$  do vetor  $h(x)$ , o objetivo é encontrar o vetor  $\hat{x}$  que satisfaça a equação não linear (3). A forma recomendada para resolver essa equação é utilizar o método de Newton-Raphson. A cada interação, o algoritmo resolve um sistema linear de  $n$  equações da seguinte forma:

$$x^{k+1} = x^k - \frac{g(x^k)}{G(x^k)} = x^k - \Delta x^{k+1} \quad (5)$$

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = H(x)^T \cdot W \cdot H(x) \quad (6)$$

$$\Delta x^{k+1} = [G(x^k)]^{-1} \cdot H(x)^T \cdot W \cdot [z - h(x)] \quad (7)$$

O procedimento de estimativa de estado clássico fornece resultados confiáveis em muitas das implementações. Porém, foi demonstrado que quando há erros de difícil detecção, a metodologia convencional apresenta problemas na identificação correta dos erros, afetando consideravelmente a qualidade dos resultados, por vezes incorrendo em problemas de observabilidade apesar de possuir um grande número de medidas no início da estimativa. A proposta desta iniciação científica é implementar a metodologia clássica acrescentando quatro testes no fator de ponderação:

Na metodologia clássica os fatores de ponderação são dados pelo inverso dos desvios padrão, este não se altera ao longo do processo iterativo. Como mostra a equação (8)

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{1}{\sigma_2^2} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Já para um fator de ponderação dinâmicas considere que a cada interação do algoritmo se obtém um novo resíduo. Se o resíduo de uma medida nulo, significa que o sistema atingiu a convergência, enquanto que se o resíduo crescer a cada interação significa que o erro não está diminuindo ao longo do processo iterativo.

Baseado nisso para o primeiro teste determina o fator de ponderação em função dos resíduos a cada interação. Para isso, verifica se o inverso do resíduo é menor ou igual o fator de ponderação, se sim o novo fator de ponderação será o inverso do resíduo, se não o fator de ponderação será um valor limitante preestabelecido.

$$W(r_i) = \frac{1}{r_i}$$

Para o segundo teste usaremos a mesma lógica, porém o fator de ponderação será igual ao inverso do quadrado dos resíduos ao longo do processo iterativo

$$W(r_i) = \frac{1}{r_i^2}$$

E no terceiro teste também implementaremos a mesma lógica, mas o fator de ponderação será igual ao inverso do módulo dos resíduos.

$$W(r_i) = \frac{1}{\sqrt{r_i^2}} = \frac{1}{|r_i|}$$

Vale ressaltar que os dois últimos teste foram idealizados afim de eliminar os valores negativos dos resíduos que aparecem a cada interação do algoritmo. Por fim, e não menos importante, é feito o teste do fator de ponderação estático, isto é, com um valor fixo e igual para todas as medidas e interações do algoritmo.

$$W_{ii} = 10000$$

Para avaliar os resultados desses ajustes no algoritmo clássico, foram obtidas as soluções para o sistema-teste de 5 barras, o qual é apresentado por Stagg e El-Abiad (1968). Os resultados para o método de estimação de estado dos mínimos quadrados ponderados foram validados com a comparação em relação aos resultados do método de fluxo de potência, com o intuito de evidenciar a aplicabilidade de um fator de ponderação dinâmico.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados de entrada do sistema-teste são mostrados nas Tabelas 1 e 2, sendo que na Tabela 1 são mostrados os dados de barra e na Tabela 2 são mostrados os dados das Linhas de Transmissão.

1 -Dados de barras do sistema-teste em p.u.

Barra	Tipo	$P_i^G$ [p.u.]	$Q_i^G$ [p.u.]	$P_i^D$ [p.u.]	$Q_i^D$ [p.u.]	$V_i^{esp}$ [p.u.]	$\theta_i^{esp}$ [p.u.]
1	V $\theta$	0,00	0,00	0,00	0,00	1,06	0,00
2	PQ	0,40	0,30	0,20	0,10	1,04	0,00
3	PQ	0,00	0,00	0,45	0,15	1,00	0,00
4	PQ	0,00	0,00	0,40	0,05	1,00	0,00
5	PQ	0,00	0,00	0,60	0,10	1,00	0,00

Fonte: Stagg e El-Abiad (1968)

Tabela 2 - Dados das Linhas do sistema-teste p.u.

Linha	i	j	$R_{ij}$ [p.u.]	$X_{ij}$ [p.u.]	$Y_{ijsh}$ [p.u.]
1	1	2	0,020	0,060	0,030
2	1	3	0,080	0,240	0,025
3	2	3	0,060	0,180	0,020
4	2	4	0,060	0,180	0,020
5	2	5	0,040	0,120	0,015
6	3	4	0,010	0,030	0,010
7	4	5	0,080	0,030	0,025

Fonte: Stagg e El-Abiad (1968)

A Tabela 3 mostra os dados de entrada para o estimador de estado dos MQP.

Tabela 3 - Dados de entrada em p.u. para o estimador de estado para o sistema-teste

TM	i	j	$Z_{mij}$	$V_{mij}$	TM	i	j	$Z_{mij}$	$W_{mij}$
1	1	1	1,2962	0,01	1	2	2	0,2000	0,01
1	3	3	-0,4500	0,01	1	4	4	0,4000	0,01
1	5	5	-0,6000	0,01	2	1	1	-0,0755	0,01
2	2	2	0,2000	0,01	2	3	3	-0,1500	0,01
2	4	4	-0,0500	0,01	2	5	5	-0,1000	0,01
3	5	4	-0,1051	0,08	3	1	3	0,4168	0,08
3	2	5	0,5046	0,08	3	3	4	0,2127	0,08
4	1	3	0,0070	0,08	4	5	4	-0,0019	0,08
4	2	5	0,0953	0,08	4	3	4	-0,0670	0,08
5	2	2	1,0474	0,04	5	3	3	1,0247	0,04
5	4	4	1,0243	0,04	5	5	4	1,0167	0,04

Fonte: Stagg e El-Abiad (1968)

Essa base de dados contém múltiplos erros gaussiano nas medidas. A seguir, na tabela 4, os resultados relativos as simulações do fluxo de potência (a), do estimador de estado clássico (b), estimador de estado com o fator de ponderação variando em função dos resíduos (c e d), e com o fator de ponderação com pesos iguais (e).

Tabela 4 - Resultado do sistemas-teste

	Fluxo de potência	EE clássico	EE com $W( r )$ dinâmico	EE com $W(r^2)$ dinâmico	EE com $W(r)$ dinâmico	EE com $W_{ii} = 1000$
Barra	$V_a$	$V_b$	$V_c$	$V_d$	$V_e$	$V_f$
1	1,060	1,0604	1,0604	1,0600	1,0600	1,0597
2	1,0474	1,0479	1,0479	1,0475	1,0474	1,0472
3	1,0242	1,0247	1,0246	1,0242	1,0247	1,0239
4	1,0236	1,0241	1,0240	1,0237	1,0248	1,0233
5	1,0179	1,0185	1,0184	1,0180	1,0167	1,0177
	$\theta_a$	$\theta_b$	$\theta_c$	$\theta_d$	$\theta_e$	$\theta_f$
1	0	0	0	0	0	0
2	-2,8064	-2,8052	-2,8058	-2,8128	-2,8437	-2,8077
3	-4,997	-4,9939	-4,9955	-5,0069	-4,8506	-4,9716
4	-5,3291	-5,326	-5,3278	-5,3437	-5,1439	-5,3137
5	-6,1503	-6,1461	-6,1476	-6,1604	-6,5404	-6,1228

Fonte: Autoria Própria (2020)

E para fazer uma análise comparativa dos EE a tabela 5 mostra os erros relativos percentuais para dos estimadores de estado frente aos resultados do fluxo de carga.

Tabela 5 - Erros relativos percentuais

Barra	Erro% $V_b$	Erro% $V_c$	Erro% $V_d$	Erro% $V_e$	Erro% $V_f$
1	0,038%	0,038%	0,000%	0,000%	0,028%
2	0,048%	0,048%	0,010%	0,000%	0,019%
3	0,049%	0,039%	0,000%	0,049%	0,029%
4	0,049%	0,039%	0,010%	0,117%	0,029%
5	0,059%	0,049%	0,010%	0,118%	0,020%
$\Sigma$ erro%	0,242%	0,213%	0,029%	0,284%	0,126%
	Erro% $\theta_b$	Erro% $\theta_c$	Erro% $\theta_d$	Erro% $\theta_e$	Erro% $\theta_f$
1	0,00%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
2	0,04%	0,021%	0,228%	1,329%	0,046%
3	0,06%	0,030%	0,198%	2,930%	0,508%
4	0,06%	0,024%	0,274%	3,475%	0,289%
5	0,07%	0,044%	0,164%	6,343%	0,447%
$\Sigma$ erro%	0,23%	0,120%	0,864%	14,077%	1,291%

Fonte: Autoria Própria (2020)

O EE que apresentou menor soma de erro para o módulo das tensões foi o que atualizar o fator de ponderação a cada interação em função do inverso dos resíduos. No entanto, para os ângulos das tensões, a menor soma dos erros foi para o método onde o fator é atualizado como o inverso do módulo dos resíduos.

Esse resultado mostra que é possível usar o fator de ponderação para ter mais precisão na estimação de estado de sistemas de potência.

## CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo comparar o impacto dos pesos das medidas nos resultados obtidos pelo estimador de estado dos mínimos quadrados. Os resultados obtidos nas análises de estimação de estado foram validados com os resultados obtidos através das análises de fluxo de carga.

Através dos resultados obtidos é possível concluir o bom desempenho do método de estimação de estado dos MQP e que cabe mais aprofundamento no estudo do fator de ponderação do MQP. Este trabalho serve como ponto de partida para escolher a estratégia mais adequada para resolver futuramente o problema de estimação de estado através dos Algoritmos Genéticos. É importante salientar que, será necessário incorporar um método de observabilidade com o intuito de evitar problemas de convergência.

Espera-se que desta forma o estimador de estado obtenha melhores valores estimados diante da presença de erros de difícil detecção.

## REFERÊNCIAS

- EXPOSITO, A. G.; ABUR, A. **Power System State Estimation: Theory and Implementation**. Nova York: Marcel Dekker, 2004.
- MONTICELLI, A.; **Electric Power System State Estimation**. PROCEEDINGS OF THE IEEE, v. 88, n. 2, p. 262-282, 2000.
- STAGG, G. W.; EL-ABIAD, A. H. **Computer Methods in Power System Analysis**. McGraw-Hill Kogakusha, 1968. p. 283-285.
- STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill, 1986. p. 206-216.