

Efeito da contribuição inicial nos processos de difusão e adsorção de partículas neutras em sistemas confinados

Effect of the initial contribution in the diffusion and adsorption processes of neutral particles in confined systems

RESUMO

O foco desse trabalho é contribuir para a interpretação de um cenário líquido isotrópico com partículas neutras dispersas, de paredes limitantes com sítios ativos para a adsorção desses elementos. Para tanto, contextualizou-se os conhecimentos partindo de estudos anteriores, que é de simultâneo interesse da área de matéria condensada com enfoque nas propriedades de superfície de cristais líquidos. Detalha-se um modelo que parte de equações fenomenológicas, com alterações significativas na propriedade de condição inicial de partículas: distancia-se da homogeneidade e admite-se uma disposição espacial linear ou quadrática a essas, concluindo o impacto dessas alterações na progressão temporal do volume e na curva de adsorção relacionada às paredes do sistema. As equações tem solução analítica pelo emprego da transformada de Laplace e sua inversa, concluindo-as por meio de séries infinitas.

PALAVRAS-CHAVE: Adsorção. Superfícies (Física). Cristais Líquidos.

ABSTRACT

The interest of this paper is to contribute to the interpretation of an isotropic liquid scenario with neutral particles scattered in it, in which the boundaries provides active sites for the adsorption of these elements. Therefore, knowledge was contextualized based on previous studies, which is of simultaneous interest of the soft matter subject with focus in the superficial properties of liquid crystals. A model is detailed from the starting point of phenomenological equations with significant changes to the initial particle condition: it details from homogeneity by admitting a linear or quadratic particle spatial configuration, concluding the impact of these alterations in the temporal progression of volume and adsorption curve related to the system boundaries. The equations have analytic solutions by employing Laplace Transform and its reversal, punctuating those through infinite series.

KEYWORDS: Adsorption. Surfaces (Physics). Liquid Crystals.

Marllon Wadson Ricardo de
Araujo Vicente Recanello
marllon@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Apucarana, Paraná,
Brasil

Rafael Soares Zola
rzola1@kent.edu
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Apucarana, Paraná,
Brasil

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



INTRODUÇÃO

Há interesse nos processos de adsorção pelas diversas áreas da ciência, mas podemos relatar algumas com proeminente e essencial avanço para a construção de tecnologias, tal como a fotocatalise-heterogênea, um processo oxidativo avançado que promove a desconstrução de moléculas complexas por meio de um catalisador sólido disperso (NOGUEIRA, 1997). No cenário das ciências aplicadas, sistemas líquidos-cristalino, presentes nos essenciais *displays* de telas, tem interação com as superfícies limitantes, causando deformações na amostra pela presença de uma energia de ancoramento associada (ZOLA, 2012), portanto, estes estudos são beneficiados com descrições de seus fenômenos de superfícies em totalidade.

Encontra-se na literatura descrições matemáticas que pontuam a dinâmica de sistemas líquidos confinados e isotrópicos com capacidade de adsorção, estes partem de considerações fenomenológicas, gerando equações cinéticas para a adição da capacidade de adsorção às paredes, aliado com uma equação de difusão apropriada para o sistema (ZOLA, 2020).

O trabalho que segue tem como objetivo partir de estudos anteriores que também concluem regimes transientes em um meio líquido confinado (RECANELLO, 2020), com a modificação na condição inicial, inserindo o conceito de disposição espacial inicial de partículas, distanciando-se da homogeneidade integrada em trabalhos similares. Adere-se duas configurações iniciais de partículas: linear e quadrática. Soluciona-se as equações de difusão e cinética do sistema, considerando regime transiente, apresentando um modelo configurável de interações adsorvato-adsorvente, bem como o ajuste livre da resistência que o meio propõe para a difusão de partículas.

MATERIAIS E MÉTODOS

Admite-se nos estágios iniciais as amostras dispostas em um volume do tipo *slab*, com grandeza dimensional relevante única, adotada como a direção *z* em referencial cartesiano, com limitações a se adequar.

Partindo de ρ , densidade de partículas no volume da amostra, o processo de transferência de massa deve ser conceitualizado com a inserção de um regime difusivo. A difusão usual é dada pela associação da equação da continuidade, $\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot \vec{j} = 0$, com a Lei de Fick, que assume que a corrente de partículas é dada por $\vec{j} = -D\nabla \cdot \rho(z, t)$, onde D é o coeficiente de difusão de partículas no meio. Esta difusão é descrita unicamente em função dos gradientes de concentração dispostos no volume, que são uma consequência direta da energia térmica do sistema (BUTKOV, 1973). Em descrição matemática, a equação da difusão de partículas para o sistema aqui referenciado dispõe-se na Eq. (1):

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = D \frac{\partial^2\rho}{\partial z^2} \quad (1)$$

Em segundo passo, adapta-se os limites de forma que estes admitam a adsorção/dessorção de partículas. Esse processo é modelado por análises fenomenológicas. Em suma, a corrente de partículas imediatamente a frente das paredes é condizente com a variação de partículas inseridas nos sítios ativos dispostos, de forma que $d\sigma/dt = D \partial\rho(z = L, t)/\partial z$, onde $\sigma(t)$ é a densidade

de partículas adsorvidas na parede $z = L$. Verifica-se então que a equação cinética é dada por um balanço de massa, onde a variação de elementos adsorvidos é dada por um contrapeso das partículas dispostas imediatamente a frente da parede, em relação às partículas que são desorvidas e/ou que já estão alocadas nos sítios ativos, indicando que o sistema vem a sofrer saturação (ZOLA, 2007). A equação cinética fica disposta na Eq. (2).

$$\frac{d\sigma}{dt} = \kappa\rho(L,t) - \frac{1}{\tau}\sigma(t) \quad (2)$$

Tanger as soluções com as equações de difusão e cinética explícitas carecem da inserção de condições iniciais específicas na densidade de partículas do volume, bem como da conservação de partículas do sistema, dada por $\sum_i \sigma_i(t) + \int \rho(z,t)dz = \rho_0 d$. Para tanto, a metodologia indica a tomada da Transformada de Laplace na variável temporal das funções afim de solucionar o problema de maneira conveniente (ZOLA, 2007), com as atribuições de $F(z,s) = \mathcal{L}\{\rho(z,t)\}$ e $G(s) = \mathcal{L}\{\sigma(t)\}$. O trabalho progride na solução das equações que permeiam o processo no espaço de Laplace, obtendo a menção da variável temporal ao aplicar a Integral de Bromwich, resolucionaada com o auxílio do Teorema dos Resíduos.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

DENSIDADE INICIAL LINEAR

Um primeiro modelo admite que as partículas inicialmente estejam dispostas em um aspecto linear. Para a amostra do tipo *slab*, neste cenário, as paredes situam-se em $z = 0$ e em $z = d$, adotando $\rho(z,0) = \rho_0(1 - 2z/d)$. Observa-se assim um meio assimétrico, o que implica que cada parede se comportará de maneira distinta, $\sigma_0(t)$ e $\sigma_1(t)$ representam respectivamente as densidade de partículas adsorvidas em $z = 0$ e $z = d$, retratadas no espaço de Laplace como $G_0(s)$ e $G_1(s)$.

As soluções no espaço de Laplace são compostas nas equações abaixo:

$$G_0(s) = \frac{\sqrt{D}\kappa\rho_0\tau \cdot g_a \cdot \text{Cosh}[\alpha] + \sqrt{sD}(d + ds\tau - 2\kappa\tau) \cdot \text{Sinh}[\alpha] \cdot \text{Sech}[\alpha]}{s^2(2d\sqrt{D} \cdot \kappa\tau(1+s\tau) + d/\sqrt{s} \cdot (s\kappa^2\tau^2 + D(1+s\tau)^2) \cdot \text{Tanh}[\alpha]} \quad (3)$$

$$g_a = 2D(1+s\tau) + ds(d + ds\tau + \kappa\tau) + (ds\kappa\tau - 2D(1+s\tau)) \quad (4)$$

$$G_1(s) = \frac{\kappa\rho_0\tau \cdot g_b \cdot \text{Cosh}[\alpha] + \sqrt{s}(2D\kappa\tau + d^2s\kappa\tau - d(D + Ds\tau)) \cdot \text{Sinh}[\alpha] \cdot \text{Sech}[\alpha]}{s^2(2d\sqrt{D} \cdot \kappa\tau(1+s\tau) + d/\sqrt{s} \cdot (s\kappa^2\tau^2 + D(1+s\tau)^2) \cdot \text{Tanh}[\alpha]} \quad (5)$$

$$g_b = -\sqrt{D}(ds\kappa\tau + 2D(1+s\tau)) + \sqrt{D}(2D(1+s\tau) + ds(d + ds\tau - \kappa\tau)) \quad (6)$$

$$F(z,s) = \frac{s(d-2z)}{ds^2} + A(s) \cdot \text{Cosh}[\alpha z] + B(s) \cdot \text{Sinh}[\alpha z] \quad (7)$$

$$A(s) = \frac{a_0 \cdot \text{Sech}[\alpha]\sqrt{s} + (2D(1+s) + ds\kappa)(-\sqrt{D}(1+s) \cdot \text{Cosh}[\alpha] - \sqrt{s\kappa} \cdot \text{Sinh}[\alpha])}{s^2(2d\sqrt{D} \cdot \kappa\tau(1+s\tau) + d/\sqrt{s} \cdot (s\kappa^2\tau^2 + D(1+s\tau)^2) \cdot \text{Tanh}[\alpha]} \quad (8)$$

$$a_0 = \sqrt{D}(1+s)(2D(1+s) + ds(d + ds + \kappa)) \quad (9)$$

$$B(s) = \frac{b_0 \cdot \text{Sech}[\alpha] \sqrt{s} + (2D(1+s) + ds\kappa)(\sqrt{s\kappa} \cdot \text{Cosh}[\alpha] + \sqrt{D}(1+s) \cdot \text{Sinh}[\alpha])}{s^2 (2d\sqrt{D} \cdot \kappa\tau(1+s\tau) + d / \sqrt{s} \cdot (s\kappa^2\tau^2 + D(1+s\tau)^2 \cdot \text{Tanh}[\alpha])} \quad (10)$$

$$b_0 = \sqrt{s\kappa}(2D(1+s) + ds(d + ds + \kappa)) \quad (11)$$

Observa-se as singularidades das funções ao igualar seus denominadores a zero, e em análise, todos os polos são de primeira ordem. Há unicamente um polo em comum às funções em $s = 0$, e estipulou-se que os polos restantes estejam em $s = -\beta_n^2$. Esta segunda consideração advém da informação de que há infinitos polos, uma vez visualizado elementos de periodicidade no processo. Vê-se a necessidade da construção de uma igualdade de reincidência, para que seja possível pontuar numericamente estes polos de maneira única. A igualdade encontrada neste cenário escreve-se em:

$$\text{Tan}[2X] = \frac{2X\tau(4X^2\tau - \tau D)\tau D \tau \kappa}{-X^2\tau^2\tau D^2 + (-4X^2\tau + \tau D)^2\tau \kappa^2} \quad (12)$$

Distingue-se o aparecimento de parâmetros característicos em processos difusivos e em sistemas capacitados com propriedades adsorptivas ao longo da inversão das soluções: o tempo de difusão $\tau D = d^2/D$ e o tempo de adsorção $\tau \kappa = d/2\kappa$. Adotou-se também $X = d\beta_n/2\sqrt{D}$ por motivos de simplificação.

As inversas são concluídas ao somar todos os resíduos calculados. Como há infinitos resíduos, a solução final para as densidades de partículas adsorvidas em $z = 0$ e $z = d$, e partículas dispostas no volume será em termo de séries infinitas, estas dispostas nas Eqs. (13), (14) e (19), $z = Zd/2$.

$$\sigma_0(t) = \frac{\tau}{\tau + \tau \kappa} + \sum_i \frac{2e^{-\frac{4iX_i^2}{\tau D}} \tau \cdot \tau D(\eta_0 + X_i(\tau D \tau \kappa - \tau(\tau D + 4X_i^2\tau \kappa)) \cdot \text{Tan}[2X_i])}{X_i(8X_i\tau \cdot \tau D(-6X_i^2\tau + \tau D)\tau \kappa + \theta_a + \theta_b \cdot \text{Tan}[2X_i])} \quad (13)$$

$$\sigma_1(t) = \frac{\tau}{\tau + \tau \kappa} + \sum_i \frac{2e^{-\frac{4iX_i^2}{\tau D}} \tau \cdot \tau D(\eta_1 + X_i(-\tau D \tau \kappa + \tau(\tau D - 2X_i^2\tau D + 4X_i^2\tau \kappa)) \cdot \text{Tan}[2X_i])}{X_i(8X_i\tau \cdot \tau D(-6X_i^2\tau + \tau D)\tau \kappa + \theta_a + \theta_b \cdot \text{Tan}[2X_i])} \quad (14)$$

$$\eta_0 = X_i^2\tau(\tau D - 4\tau \kappa) + \tau D \tau \kappa + (-8X_i^4\tau \cdot \tau \kappa - \tau D \tau \kappa + X_i^2(\tau \cdot \tau D + 4\tau \cdot \tau \kappa + 2\tau D \tau \kappa)) \cdot \text{Sec}[2X_i] \quad (15)$$

$$\eta_1 = -X_i^2\tau \cdot \tau D - (-1 + 2X_i^2)(4X_i^2\tau - \tau D)\tau \kappa + (\tau D \tau \kappa - X_i^2\tau(\tau D + 4\tau \kappa)) \cdot \text{Sec}[2X_i] \quad (16)$$

$$\theta_a = 2X_i(-X_i\tau \cdot \tau D + 4X_i^2\tau \cdot \tau \kappa - \tau D \tau \kappa)(X_i\tau \cdot \tau D + 4X_i^2\tau \cdot \tau \kappa - \tau D \tau \kappa) \quad (17)$$

$$\theta_b = 112X_i^4\tau^2\tau \kappa^2 + 3\tau D^2\tau \kappa^2 - 5X_i^2\tau \cdot \tau D(\tau \cdot \tau D + 8\tau \kappa^2) \quad (18)$$

$$\rho(Z,t) = 1 - \frac{1}{1 + \tau \kappa} + \sum_i \alpha_i \cdot e^{-\frac{4iX_i^2}{\tau D}} \text{Cos}[X_i Z] + \sum_i \beta_i \cdot e^{-\frac{4iX_i^2}{\tau D}} \text{Sen}[X_i Z] \quad (19)$$

$$\alpha_i = \frac{2\lambda_{0,i} \text{Cos}[2X_i] + \lambda_{1,i}(-X_i\tau D \cdot \text{Cos}[2X_i] + (4X_i^2 - \tau D)\tau \kappa \cdot \text{Sin}[2X_i])}{X_i(c_{0,i} + X_i\tau D(-28X_i^2 + 5\tau D)\tau \kappa \cdot \text{Cos}[4X_i] + c_{1,i} \cdot \text{Sin}[4X_i])} \quad (20)$$

$$\lambda_{0,i} = (4X_i^2 - \tau D)\tau \kappa(8X_i^4\tau \kappa + \tau D \tau \kappa - X_i^2(\tau D + 2(2 + \tau D)\tau \kappa)) \quad (21)$$

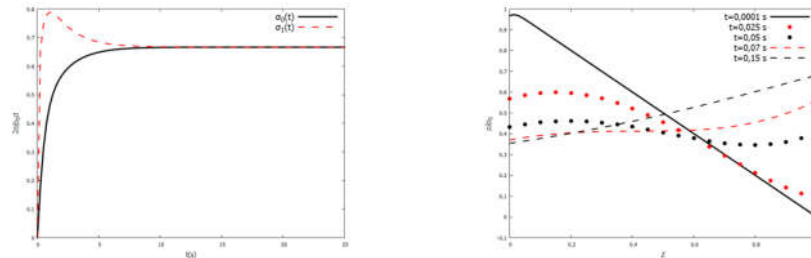
$$\lambda_{1,i} = -\tau D \tau \kappa + X_i^2(\tau D + 4\tau \kappa) \quad (22)$$

$$c_{0,i} = 32X_i^5\tau \kappa^2 + X_i\tau D^2\tau \kappa(5 + 2\tau \kappa) - 2X_i^3\tau D(\tau D + 2\tau \kappa(7 + 4\tau \kappa)) \quad (23)$$

$$c_{1,i} = 64X_i^4 \tau k^2 + 2\tau D^2 \tau k^2 - 3X_i^2 \tau D(\tau D) + 8\tau k^2 \quad (24)$$

Retratações gráficas do volume e o regime transiente na parede agora são possíveis neste modelo. A explanar, aplicou-se os parâmetros $\tau D = 1,5$, $\tau k = 0,5$, $\tau = 1$ para a criação dos gráficos de $\sigma_0(t)$ e $\sigma_1(t)$ e a progressão temporal de $\rho(Z, t)$ nas figuras 1 e 2, respectivamente.

Figuras 1 e 2 – $2\sigma/\rho_0 d$ em função do tempo em $z = 0$ e $z = d$; progressão temporal de $\rho(Z, t)/\rho_0$. ($\tau D = 1,5$, $\tau k = 0,5$, $\tau = 1$)



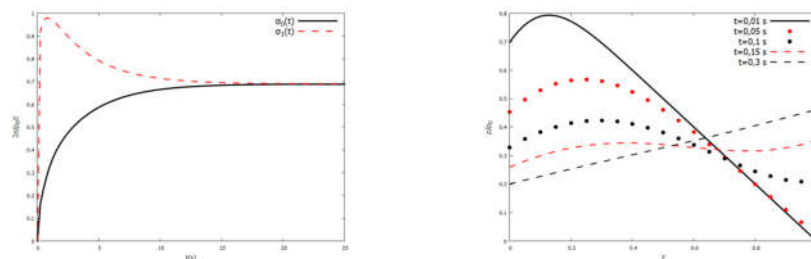
Fonte: autoria própria (2020).

Em decorrência da proximidade, há uma rápida adsorção de partículas na parede $z = 0$, que desorve o excesso ao tender para o equilíbrio, e uma gradual adsorção de partículas em $z = d$, sem desorções. Verifica-se uma interação positiva entre adsorvato-adsorvente para estes parâmetros.

Na densidade de partículas do volume o ponto inicial é propriamente a densidade linear de elementos aplicada nesta seção, com gradual alteração. A adsorção presente no sistema remove uma quantidade considerável de partículas do meio, e a progressão atinge o equilíbrio em $t \approx 0,15$ s. Neste ponto, a densidade toma caráter linear de inclinação positiva, contrário ao estipulado na introdução do problema.

Em complemento, um segundo conjunto de parâmetros foi inserido, $\tau D = 4$, $\tau k = 0,45$ e $\tau = 1$, que reproduziram os gráficos das figuras 3 e 4.

Figuras 3 e 4 – $2\sigma/\rho_0 d$ em função do tempo em $z = 0$ e $z = d$; progressão temporal de $\rho(Z, t)/\rho_0$. ($\tau D = 4$, $\tau k = 0,45$ e $\tau = 1$)



Fonte: autoria própria (2020).

Vê-se um aumento abrupto nas densidade de partículas em $z = 0$ em estágios iniciais, mas novamente há desorção de partículas até atingir o equilíbrio e adsorção gradual em $z = d$. Atinge-se o estado de mínima energia em tempos similares nos dois casos. Menos partículas estão dispostas no meio neste de tempo de difusão elevado, e o equilíbrio é atingido em tempos posteriores.

DENSIDADE INICIAL QUADRÁTICA

Uma segunda distribuição inicial de partículas foi admitida, conceituando partículas próximas às paredes, com meio rarefeito. Tal cenário é aplicado adequadamente ao considerarmos $\rho(z, 0) = 4\rho_0 z^2/d^2$.

As conclusões para este cenário tornam acessível $G(s)$ e $F(z, s)$:

$$G(s) = \frac{\kappa\rho_0\tau(-d\sqrt{s/D}(12D-d^2s) \cdot \text{Cosh}[\alpha/2] + 3(8D+d^2s) \cdot \text{Sinh}[\alpha/2])}{3d^2s^2(\sqrt{s/D}\kappa\tau \cdot \text{Cosh}[\alpha/2] + (1+s\tau) \cdot \text{Sinh}[\alpha/2])} \quad (25)$$

$$F(z, s) = \frac{12\rho_0(2D+sz^2)}{3d^2s^2} + \frac{\sqrt{s/D}(\theta(s) - 12d(D+Ds\tau)) \cdot \text{Cosh}[\alpha z/d]}{3d^2s^2(\sqrt{s/D}\kappa\tau \cdot \text{Cosh}[\alpha/2] + (1+s\tau) \cdot \text{Sinh}[\alpha/2])} \quad (26)$$

$$\theta(s) = -24D\kappa\tau - 3d^2s\kappa\tau + d^3s(1+s\tau) \quad (27)$$

Os polos identificados foram $s = 0$ e $s = -\beta_n^2$, como na seção anterior. A igualdade periódica que rege a pontuação numérica é a seguinte:

$$\text{Tan}[X] = \frac{X\tau \cdot \tau D}{4X^2\tau \cdot \tau k - \tau D \tau k} \quad (28)$$

A densidade de partículas dispostas no meio e alocadas nas paredes do sistema, com $z = Zd$ são identificadas pelas séries infinitas:

$$\sigma(t) = \frac{\tau}{\tau + \tau k} - \sum_i \frac{\delta_i(t) \text{Cos}[X_i]^2 (2X_i(3 + X_i^2) + 3(-2 + X_i^2) \cdot \text{Tan}[X_i])}{3X_i^2(X_i\eta_i + 4(6X_i^2\tau - \tau D)\tau k \cdot \text{Sin}[2X_i])} \quad (29)$$

$$\rho(Z, t) = A(Z, t) + \sum_i \frac{\delta_i(t)(3(-2 + X_i^2) - 2(3 + X_i^2)(-4X_i^2\tau + \tau D)\tau k) \text{Cos}[X_i] \cdot \text{Cos}[X_i Z]}{3X_i(X_i\eta_i + 4(6X_i^2\tau - \tau D)\tau k \cdot \text{Sin}[2X_i])} \quad (30)$$

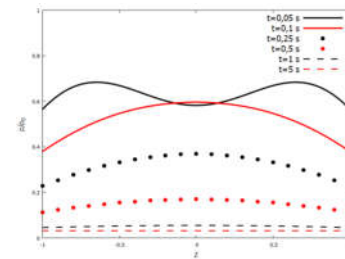
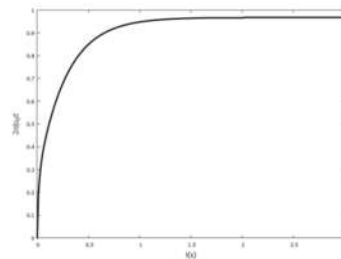
$$\eta_i = -5\tau \cdot \tau D + 8X_i^2\tau \cdot \tau k - 2\tau D \tau k - 5\tau \cdot \tau D \cdot \text{Cos}[2X_i] \quad (31)$$

$$\delta_i(t) = 4e^{-\frac{4X_i^2}{\tau D} t} \tau \cdot \tau D \quad (32)$$

$$A(Z, t) = Z^2 + \frac{8}{\tau D}(t-1) \quad (33)$$

Pode-se com isso projetar a dinâmica do processo cujas partículas estão inicialmente dispostas em aspecto parabólico. Para os tempos de difusão, adsorção e dessorção $\tau D = 1$, $\tau k = 0,2$, $\tau = 6$, obtemos os seguintes gráficos:

Figuras 5 e 6 – $2\sigma/\rho_0 d$ em função do tempo; progressão temporal de $\rho(Z, t)/\rho_0$. ($\tau D = 1$, $\tau k = 0,2$, $\tau = 6$)



Fonte: autoria própria (2020).

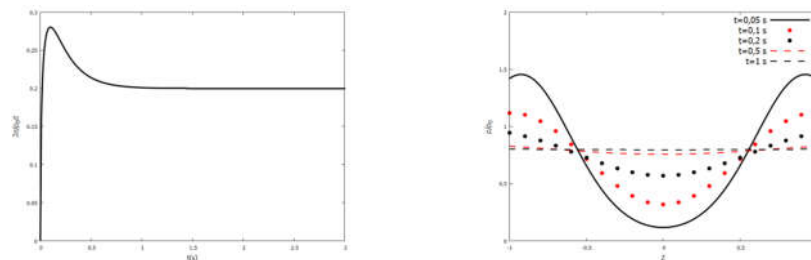
Em σ observamos um comportamento similar à quimissorções, pelo fato de que partículas não são retornadas ao meio uma vez que alocam-se nos sítios

ativos disponíveis. A curva de adsorção portanto se comporta de maneira suave seguindo ao equilíbrio de saturação de partículas.

O volume responde com informações características ao atribuído em $t = 0$: partículas estão inicialmente dispostas próximas às paredes, rarefazendo a medida que os elementos são adsorvidos, até o ponto de homogeneidade completa no meio, um fato característico de sistemas simétricos. A condição inicial tem como funcionalidade dispor mais acessibilidade de partículas às paredes, de modo que haja uma considerável independência do tempo de difusão de partículas estipulado pela resistência do meio. O tempo de desorção alto e tempo de adsorção baixorevela uma interação benéfica entre adsorvato-adsorvente.

Para os tempos $\tau D = 4$, $\tau k = 0,4$, $\tau = 1$, um segundo exemplo foi gerado:

Figuras 7 e 8 – $2\sigma/\rho_0 d$ em função do tempo; progressão temporal de $\rho(Z, t)/\rho_0$ ($\tau D = 4$, $\tau k = 0,4$, $\tau = 1$)



Fonte: autoria própria (2020).

Neste caso há uma má interação entre adsorvato-adsorvente, visto que no equilíbrio a maioria das partículas está ainda disposta no volume, de maneira homogênea. Temos nas paredes uma curva de adsorção que a priori excede a saturação encontrada no equilíbrio, mas que gradualmente desorve partículas ao passar do tempo. O volume tem características similares ao caso anterior, partindo da densidade inicial quadrática e atingindo homogeneidade em tempos grandes.

CONCLUSÃO

As condições iniciais impactaram significativamente a transição entre o tempo inicial e o estado de equilíbrio das amostras, tendo a adsorção de partículas induzida pela proximidade destas em alguns cenários, anulando parcialmente o efeito da resistência do meio na difusão destas partículas, uma vez que leva menos tempo para a corrente de elementos interagir com a parede. A homogeneidade do sistema é atingida para casos simétricos, de acordo com o esperado.

AGRADECIMENTOS

Imensa gratidão ao CNPq pela bolsa e incentivo à pesquisa. A meu orientador pela fonte infindável de conhecimento. Minha família, mãe, padrasto e namorada pelo apoio emocional.

REFERÊNCIAS

BUTKOV, Eugene. **Mathematical Physics**, New York (EUA): Addison-Wesley, 1973.

NOGUEIRA, Raquel F. P.; JARDIM, Wilson F. **A fotocatalise heterogênea e sua aplicação ambiental**. Química Nova, Campinas - SP, v. 21, n. 1, 4 jul. 1997.
Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-40421998000100011&script=sci_arttext. Acesso em: 10 jul. 2020.

RECANELLO, M. V.; LENZI, E. K.; MARTINS, A. F.; LI, Q.; ZOLA, R. S. **Extended adsorbing surface reach and memory effects on the diffusive behavior of particles in confined systems**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 151, 2020. DOI <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119433>.
Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0017931019356467?via%3Dihub>. Acesso em: 10 jul. 2020.

ZOLA, R. S.; LENZI, E. K.; EVANGELISTA, L. R.; BARBERO, G. **Memory effect in the adsorption phenomena of neutral particles**. Physical review E, [S. l.], p. 1-4, 10 jul. 2020. DOI <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.042601>. Disponível em: <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.75.042601>. Acesso em: 10 jul. 2020.

ZOLA, Rafael Soares. **Estudo de Adsorção-Dessorção: Equação Cinética e Efeito Memória**. Orientador: Luisa Roberto Evangelista. 2007. Tese (Mestrado em Física) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2007.

ZOLA, Rafael Soares. **Effect of Electric Field, Surface Alignment and Guest Materials in Cholesteric Liquid Crystals**. 2012. Tese (Doctor of Philosophy, Physics) - Kent State University, [S. l.], 2012.