

## Aplicação de um modelo de otimização linear restrita no traço do concreto asfáltico misturado a quente

### Constrained optimization linear model application at the trace of hot mix asphalt concrete

#### RESUMO

Ao longo dos anos, muitos métodos de revestimentos de pavimentos asfálticos foram empregados na área da pavimentação, dentre os quais a aplicação do concreto asfáltico tomou destaque, sendo o principal material empregado nesta área, constituído por agregados graúdos, miúdos, filer e ligante asfáltico. Este trabalho apresenta como objetivo a otimização do traço do concreto asfáltico segundo as normas vigentes, o qual, atualmente, é determinado por meio de testes, modelo matemático, e implementando-o computacionalmente no software Julia, ou seja, almeja uma distribuição otimizada dentre as porcentagens de cada material presente em sua composição, de modo a contribuir em um material de melhor qualidade. O modelo conta com parâmetros definidos pela norma técnica, seguidos pelo DNIT e com os resultados obtidos no ensaio de peneiramento de agregados de uma indústria do interior do estado de São Paulo, a fim de aplicá-los no modelo matemático desenvolvido computacionalmente.

**PALAVRAS-CHAVE:** Concreto. Otimização. Agregados.

#### ABSTRACT

Over the years, many methods of asphalt pavements have been employed in the area of paving, among which the application of asphalt concrete has stood out, being the main material used in this area, consisting of coarse aggregates and giblets, filer and asphalt binder. This work aims to optimize the asphalt concrete mix according to current standards, which, currently, is determined through tests, mathematically modeling and implementing it computationally in the Julia software, that is, it object for an optimized distribution among the percentages of each material present in its composition, in order to contribute in a better quality material. The model has parameters defined by the technical standard, followed by DNIT and the result obtained in the aggregate screening test of an industry in the interior of the state of São Paulo, in order to apply them in the mathematical model developed computational

**KEYWORDS:** Concrete. Optimization. Aggregate.

**Ingrid Santos Almeida**  
[santosalmeida.ingrid@gmail.com](mailto:santosalmeida.ingrid@gmail.com)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, Paraná, Brasil

**Thalita Monteiro Obal**  
[thalitaobal@utfpr.edu.br](mailto:thalitaobal@utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, Paraná, Brasil

**Guilherme Santos da Silveira**  
[guilhermesilveira@alunos.utfpr.edu.br](mailto:guilhermesilveira@alunos.utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, Paraná, Brasil

**Flávia Konowalenko**  
[flavia.konowalenko@hotmail.com](mailto:flavia.konowalenko@hotmail.com)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, Paraná, Brasil

**Rodrigo Scoczynski Ribeiro**  
[rodrigossr@utfpr.edu.br](mailto:rodrigossr@utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, Paraná, Brasil.

**Recebido:** 19 ago. 2020.

**Aprovado:** 01 out. 2020.

**Direito autorial:** Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



## INTRODUÇÃO

O concreto asfáltico é um importante material empregado na área de pavimentação em diferentes etapas de sua execução, tais como: revestimento camada de ligação, base e regularização ou reforço; e em diversos tipos de revestimentos asfálticos. Suas propriedades, assim como sua resistência, são definidas por meio de sua microestrutura, composta por agregado graúdo, agregado miúdo, material de preenchimento filler e ligante asfáltico (NEVILLE, 2016).

O CBUQ (Concreto Betuminoso Usinado à Quente) é um dos tipos de revestimento mais utilizados no Brasil, o qual é espalhado e comprimido a quente. O cálculo da dosagem dos agregados presentes no CBUQ, é o que determina a porcentagem de cada um na mistura (DNIT 031/2006), a qual, atualmente é realizada por meio de tentativas e erros.

A dosagem dos agregados por meio de tentativa e erro pode trazer algumas consequências para o material final, assunto que é levantado por Vladimir Coelho (1996), e do ano de sua publicação até o presente momento, não houve avanço significativo no que diz respeito à determinação do traço do concreto asfáltico. Uma vez que a granulometria dos agregados seja encaixada nas faixas “B” e “C”, sendo a C a faixa ideal, do DNIT (031/2006), e a misturas asfálticas sejam corretamente projetadas, adequadamente preparadas e compactadas, a ocorrência de deformações permanentes prematuramente elevadas talvez não seja relacionada a problemas de granulometria dos agregados mas sim de dosagem dos mesmos.

Uma vez que é difícil chegar a um traço que atenda as definições dadas por normas, na maioria das vezes é adotado um traço cuja curva é a mais próxima possível do centro da faixa de trabalho, para o CBUQ é utilizada a faixa “C”, definida pelo DNIT (2016).

Neste cenário, o foco do presente trabalho está no estudo e desenvolvimento de modelo matemático de otimização (MOREIRA, 2010) capaz de auxiliar na determinação da dosagem dos agregados que compõem o CBUQ, possibilitando a quantificação ideal de suas porcentagens, de modo a otimizar a composição e melhorar o desempenho.

## MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático desenvolvido consiste na otimização da dosagem do concreto, levando em consideração a norma DNIT-031/2006-ES, que trata de concreto asfáltico, e considera ensaios de peneiramento para classificação granulométrica do material. Os conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão e modelo para aplicação ao problema estão descritos respectivamente nos itens A, B, C e D a seguir:

A. Conjuntos:

$i$  : conjunto dos materiais constituintes da mistura;

$j$ : conjunto das peneiras utilizadas para o ensaio.

B. Parâmetros:

$n$  : total de agregados;

$m$  : total de peneiras;

$P_j$ : porcentagem máxima de material que passa em cada peneira;

$M_i$ : porcentagem máxima de material que deve compor a mistura;

$c_{ij}$  : porcentagem do material que passou na peneira.

C. Variável de decisão:

$x_i$ : porção ideal em massa do material  $i$ .

D. Modelo matemático:

$$\text{máx} \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=1}^n c_{ij}x_i - c_{i(j+1)}x_i \quad (1)$$

E. Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n c_{ij}x_i = 1 \quad \text{para } j = 1 \quad (3)$$

$$P_j^- \leq \sum_{i=1}^n c_{ij}x_i \leq P_j^+ \quad \text{para } j = 2 \dots 8 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n (c_{ij}x_i - c_{i(j+1)}x_i) \geq 0,04 \quad \text{para } \forall i, j = 1 \dots 7 \quad (5)$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad \text{para } i = 1 \dots 4 \quad (6)$$

A função objetivo (1) busca maximizar a diferença dos materiais passantes entre peneiras consecutiva na fase de mistura. A restrição (2) garante que a soma da massa ótima de cada material na mistura seja 100%. A restrição (3) estabelece que deve passar 100% dos materiais na primeira peneira. A restrição (4) fixa os valores máximos e mínimos de material passante a partir da segunda até a oitava peneira. A restrição (5) determina que a fração retida entre duas peneiras consecutivas seja maior que 4%. Por fim, a restrição (6) implica que a porcentagem de cada material deve estar entre 0% e 100%.

### PARÂMETROS DE ENTRADA

Os valores utilizados na entrada do modelo, resultados do ensaio de peneiramento dos materiais utilizados na mistura, foram obtidos em uma indústria de concreto asfáltico do interior do estado de São Paulo. Os valores são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 1 – Porcentagem de agregado passante nas peneiras

Peneira Abertura (mm)	Agregado (%)			
	Areia	Cal	Pedrisco	Brita
19,10	1	1	1	1
12,70	1	1	0,9950	0,4130
9,50	1	1	0,6460	0,0960
4,80	1	1	0,0860	0,0150
2,00	0,6860	1	0,0190	0,005
0,42	0,2120	1	0,0140	0,003
0,18	0,1200	0,9990	0,0120	0,002
0,08	0,080	0,8800	0,010	0,002

Fonte: Autoria própria (2020).

## IMPLEMENTAÇÃO

O modelo foi implementado no software Júlia, que utiliza uma linguagem fácil e se mostra eficiente na resolução de problemas com as citadas características, e resolvido pelo solver GLPK, com os seguintes parâmetros:

$$n = 4$$

$$m = 8$$

$$P_j^- = [0,80; 0,70; 0,44; 0,22; 0,08; 0,04; 0,02]$$

$$P_j^+ = [1; 0,90; 0,72; 0,50; 0,26; 0,16; 0,10]$$

$$x_2 = 0,03$$

O valor de  $x_2$  foi definido em 3% por especialista, visando melhor desempenho da mistura e menor custo. Enquanto os valores de  $P_j^-$ ,  $P_j^+$  foram definidos a partir da norma DNIT 031/2006- ES.

O solver utilizado foi o GLPK, por ser adequado para um modelo de otimização linear, como o proposto na presente pesquisa.

## RESULTADOS

Os valores obtidos na implementação são apresentados na tabela a seguir:

Quadro 1 – Valores obtidos na implementação do modelo no software Júlia

Agregado	Variável	Fração constituinte da mistura (%)
Areia	$x_1$	68,20
Cal	$x_2$	3,00
Pedrisco	$x_3$	5,23
Brita	$x_4$	23,57
Porcentagem final		100

Fonte: Autoria própria (2020).

Os resultados obtidos são satisfatórios, apresentando na mistura final a seguinte composição: 68,20% de areia, 3% de cal, 5,23% de pedrisco e 23,57% de

brita. Os valores estão obedecendo a restrição definida pelo Dnit de porcentagem de material passante pelas peneiras de ensaio.

## CONSIDERAÇÕES

O problema apresentado no trabalho trata da dosagem do concreto asfáltico, o qual atualmente é determinada por tentativa e erro, e por ser responsável por grande parte do desempenho do material é de relevante importância seu estudo. Nesse cenário, foi proposto um modelo linear para cálculo da dosagem com base em dados adquiridos em ensaio de peneiramento dos agregados constituintes da mistura asfáltica, atendendo aos parâmetros do Departamento Nacional de Infraestrutura e transporte (DNIT).

O modelo proposto se mostrou eficiente, com os resultados de uma dosagem teoricamente coerente a esperada para produção de um concreto asfáltico, seguindo a norma DNIT 031/2006. Porém, quando apresentados os percentuais obtidos pelo modelo matemático desenvolvido à indústria, esta fez uma observação de que estes resultados não se encaixam no traço adotado por ela. Como futura investigação, pretende-se avaliar os motivos desta divergência.

Outra questão importante de investigação futura envolve o custo monetário do material. Considerando que a norma padrão utilizada tem referência nacional, porém o custo do material varia regionalmente, o traço pode variar entre as empresas, dependendo das ferramentas utilizadas e da granulometria dos materiais disponíveis. Assim, a proposta de investigação futura envolve a modificação da função objetivo do modelo proposto visando minimizar o custo monetário dos materiais de forma a tornar o problema viável à comercialização.

## AGRADECIMENTOS

Ingrid Santos de Almeida agradece a Universidade Tecnológica Federal do Paraná pela bolsa de Iniciação Científica concedida. O grupo agradece a indústria de concreto asfáltico, situada no interior do estado de São Paulo, por disponibilizar os resultados do ensaio de peneiramento para utilização na implementação do modelo matemático apresentado no presente trabalho.

## REFERÊNCIAS

A.M. NEVILLE. Propriedades do concreto. 5. edição. Bookmam, 2016.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA E TRANSPORTE. DNIT 031/2006-ES:Pavimentos flexíveis- Concreto asfáltico- Especificação de serviço. Rio de Janeiro: IPR, 2016.

COELHO, V. Contribuição ao estudo das informações permanentes, nas condições do Brasil, em camadas de concreto asfáltico de pavimentação. 1996. Dissertação

(Doutorado em Transportes) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1996. [Orientador: Prof. Dr. Manoel Henrique A. Sória].

D.A. MOREIRA. Pesquisa operacional: curso introdutório. 2. edição. São Paulo: Cengage Learning. 2010, 356 p