

## Estudo da influência da geometria das barras no fator de concentração de tensão

## Study of the influence of the geometry of the bars on the stress concentration factor

### RESUMO

**Maiara Natiele Alves**  
[maiaraalves@alunos.utfpr.edu.br](mailto:maiaraalves@alunos.utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Pato Branco, Paraná, Brasil

**Marina Rocha**  
[marinar@utfpr.edu.br](mailto:marinar@utfpr.edu.br)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Pato Branco, Paraná, Brasil

As barras de aço apresentam nervuras para permitir uma boa aderência entre o aço e o concreto. Entretanto, o raio de transição entre a superfície livre e a nervura transversal das barras é uma zona de descontinuidade geométrica que leva a um aumento da magnitude das tensões locais e pode afetar o desempenho dessas barras na estrutura. Neste trabalho, o efeito da geometria nessas tensões locais foi quantificado por meio do fator de concentração de tensão que foi obtido utilizando o software livre de elementos finitos, FreeCAD. Constatou-se que o ângulo da nervura transversal oblíqua e o tamanho do raio da nervura influenciam no valor do fator de concentração de tensão.

**PALAVRAS-CHAVE:** Barras de aço. Método dos Elementos Finitos. Tensão – Concentração.

### ABSTRACT

Steel reinforcement bars have ribs to allow good adhesion between steel and concrete. However, the transition radius between the free surface and the transverse rib of the bars is an area of geometric discontinuity that leads to an increase in the magnitude of local stresses and can affect the performance of these bars in the structure. In this work, the effect of geometry on these local stresses was quantified by means of the stress concentration factor that was obtained using the free finite element software, FreeCAD. It was found that the angle of the oblique transverse rib and the size of the rib radius influence the value of the stress concentration factor.

**KEYWORDS:** Steel reinforcement bars. Finite Element Method. Stress – Concentration.

**Recebido:** 19 ago. 2020.

**Aprovado:** 01 out. 2020.

**Direito autoral:** Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



## INTRODUÇÃO

As pontes são uma das estruturas civis mais susceptíveis a danos por fadiga. Nas pontes de concreto armado, as barras de aço são elementos determinantes na sua resistência à fadiga. Nessas barras, as trincas por fadiga frequentemente ocorrem nas zonas de descontinuidade na geometria ou próximo a essas zonas (Rocha, 2016; Zheng e Abel, 1999) e sem qualquer sinal externo no concreto, exceto fissuração local (Tilly, 1979).

Nas barras de aço, a zona de descontinuidade da geometria é o raio de transição entre a superfície livre da barra e a nervura transversal. Essa zona leva a uma alteração da distribuição das tensões na região e são denominadas como zona de concentração de tensão (Budynas, 2011).

A concentração de tensão é expressa por um fator de concentração de tensão teórico  $K_t$  (Budynas, 2011). Geralmente  $K_t$  é descrito como a razão da tensão máxima na descontinuidade geométrica pela tensão nominal com base na seção transversal líquida (equação 1). Alguns autores consideram o valor da tensão aplicada no cálculo do  $K_t$  (equação 2) (Dieter, 1988).

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nominal}} \quad (1)$$

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{aplicada}} \quad (2)$$

Os valores de tensões na descontinuidade em geometrias complexas podem ser obtidos utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), que é uma técnica numérica que discretiza uma estrutura elástica continua em subestruturas elásticas pequenas, finitas e definidas, chamadas de elementos (Budynas, 2011). Para integrar a análise de elementos finitos em ferramentas de projeto CAD convencionais, é utilizada a análise isogeométrica. Para esta análise, existem algumas possibilidades de representações geométricas que podem ser utilizadas, como Curva de Bézier, B-splines e NURBS (Gonçalves, 2016).

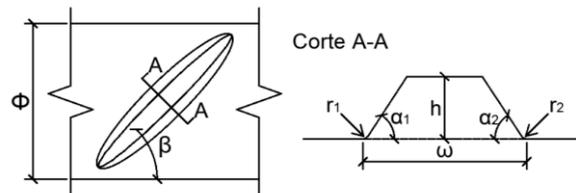
As curvas Bézier e B-spline são curvas paramétricas polinomiais e não podem representar de forma precisa curvas simples como o círculo, que é a geometria base da barra de aço (Minetto, 2003). O mais amplamente utilizado em projetos de engenharia são as NURBS (Curvas B-Splines racionais não uniformes). Além de existir vários algoritmos numéricos para geração de objetos NURBS, este é conveniente para representação de forma exata de todas as seções cônicas, e também para modelagem de superfícies de forma livre (Gonçalves, 2016), como cascos de navio e carenagens de automóveis e aeronaves por exemplo, as quais são de difícil equacionamento matemático, pois não podem ser representadas com boa fidelidade por elementos geométricos simples (Pinto, 2010).

O objetivo do trabalho é analisar a influência do ângulo da nervura transversal oblíqua e do raio da nervura presentes nas barras de aço no fator de concentração de tensão ( $K_t$ ). Os parâmetros geométricos foram obtidos da literatura. A modelagem computacional foi feita utilizando o FreeCAD versão 0.19.22198, que é um modelador 3D paramétrico de código aberto utilizado para análises estruturais (FreeCAD, 2020) que fornece ferramentas para criar superfícies utilizando NURBS. Este trabalho é parte integrante do projeto de pesquisa “Desenvolvimento de Modelos para a Previsão da Vida à Fadiga das Barras de Aço e do Concreto”.

## MATERIAL E MÉTODOS

Para a determinação do fator de concentração de tensão foi utilizada a solução numérica. Inicialmente foi modelado um cilindro de diâmetro de 16mm com uma nervura transversal, como pode ser observado na Figura 1.

Figura 1 – Ilustração da nervura



Fonte: Autoria própria (2020)

Os valores utilizados como parâmetros geométricos para a modelagem foram obtidos de Zheng e Abel (1999) para barra de aço com diâmetro de 16mm. Esses valores estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores geométricos referente a nervura transversal

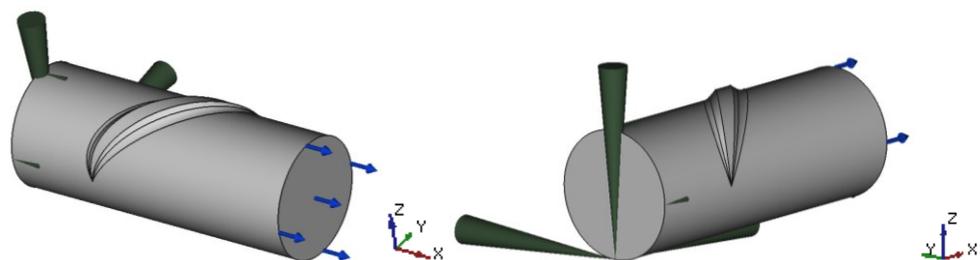
Φ (mm)	r <sub>1</sub> (mm)	r <sub>2</sub> (mm)	α <sub>1</sub> (graus)	α <sub>2</sub> (graus)	h (mm)	ω (mm)
16	1,10	1,87	40,8	42,0	1,02	4,28

Fonte: Zheng e Abel (1999).

Como não é fornecida a inclinação das nervuras (β) em Zheng e Abel (1999), foram utilizados no modelo os dados obtidos da NBR 7480 (2007), que define que as barras devem possuir nervuras transversais oblíquas, cujo eixo devem formar um ângulo entre 45° e 75° com a direção do eixo da barra. Foram modeladas então 2 geometrias, cada uma com um β e os parâmetros da Tabela 1.

As condições de contorno consideradas para o modelo podem ser observadas na Figura 2. Foi definida uma restrição de deslocamento na direção x na face esquerda do cilindro e uma restrição de deslocamento nas três direções em um ponto da face esquerda, localizado na parte central da borda inferior. Foi aplicada uma tensão uniformemente distribuída de 1MPa na face direita. As propriedades mecânicas do material aço foram consideradas segundo a NBR 8800 (2008) sendo o Módulo de Young (E) de 200GPa e o Coeficiente de Poisson igual a 0,30.

Figura 2 – Condições de contorno do modelo

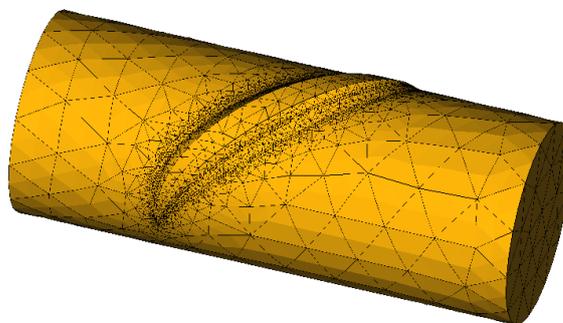


Fonte: Autoria própria (2020)

O software FreeCAD encapsula dois softwares para a geração de malhas automáticas, o Gmsh e o Netgen. A malha dos modelos foi gerada utilizando o Gmsh porque permite um maior controle na geração da malha. Foi utilizado um tamanho mínimo dos elementos ( $e$ ) na zona de transição entre o cilindro e a nervura, variando de 0,8 a 0,1mm. Após gerar a malha, foi realizada a análise de convergência da malha para o modelo com o ângulo de inclinação da nervura transversal de  $45^\circ$ .

Para a malha, como pode ser observado na Figura 3, foram utilizados elementos de segunda ordem tetraédricos. Segundo Norton (2013), os elementos de segunda ordem têm melhor capacidade de representar os contornos de geometrias complexas. Além disso, os tetraedros de dez nós, permitem melhores aproximações quando comparados aos seus equivalentes de primeira ordem.

Figura 3 – Malha do modelo



Fonte: Autoria própria (2020)

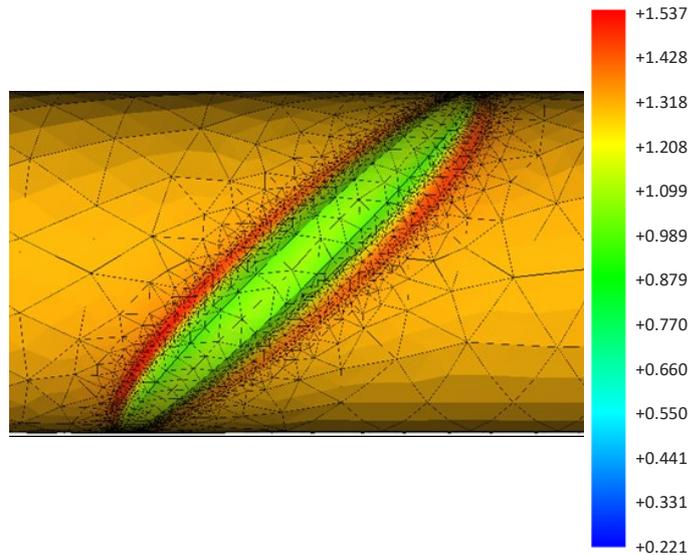
A análise de convergência é um processo onde é realizado o refinamento da malha e/ou a alteração da ordem dos elementos em várias tentativas, até que os resultados das tensões geradas não oscilem de forma significativa. Para a determinação das tensões, também foi utilizado um software encapsulado pelo FreeCAD que é capaz de fazer cálculos lineares e não lineares para problemas estáticos, dinâmicos e térmicos, o Calculix (FEM Calculix, 2020).

Posteriormente, foi realizada a comparação dos valores máximos de  $K_t$  entre os dois modelos, verificando a influência da inclinação da nervura e do tamanho do raio. E também a identificação das zonas mais críticas ao longo das nervuras, isto é, com maiores valores de  $K_t$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

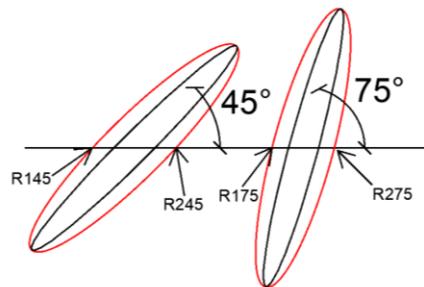
Como pode ser observado na Figura 4, a zona de transição entre a superfície livre e a nervura transversal oblíqua é a que possui maior concentração de tensão. Os valores de  $K_t$  foram calculados utilizando a eq. 2, onde  $\sigma_{max}$  foi admitida como a maior tensão principal na direção x. Os valores de  $K_t$  foram então analisados nas bordas representadas pela cor vermelha na Figura 5. Como a tensão aplicada no modelo é de 1MPa, os valores de  $K_t$  são iguais aos valores da tensão principal na direção x.

Figura 4 – Valores de tensões da modelagem em MPa



Fonte: Autoria própria (2020)

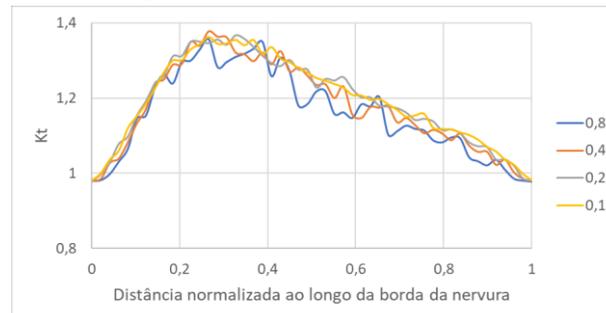
Figura 5 – Localização das bordas analisadas



Fonte: Autoria própria (2020)

Inicialmente, foi realizada a convergência da malha para os dois raios ao longo da borda da nervura, R145 e R245. As curvas de  $K_t$  obtidas ao longo de R145 convergiram para  $e \leq 0,2\text{mm}$  e podem ser observadas na Figura 6. Já ao longo de R245, as curvas convergiram para  $e \leq 0,4\text{mm}$ . Neste caso, para os modelos foi adotado então  $e \leq 0,2\text{mm}$  para os dois raios.

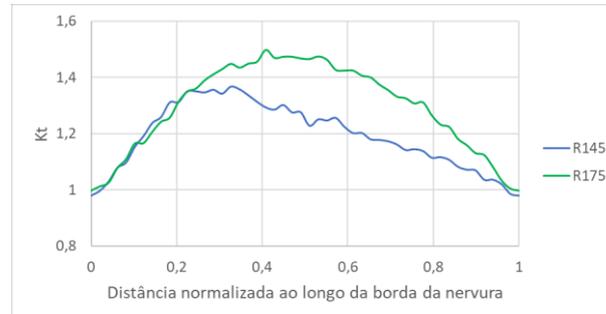
Figura 6 – Convergência da malha para o raio da nervura  $r_1=1,1\text{mm}$



Fonte: Autoria própria (2020)

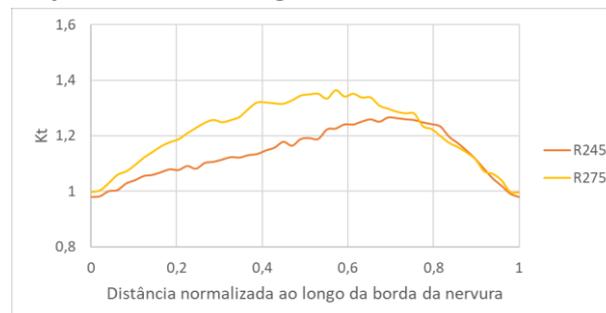
Os valores do fator de concentração de tensão para as bordas R145, R175, R245 e R275, ao longo de toda nervura, podem ser observados nas Figuras 7 e 8.

Figura 7 – Variação da tensão ao longo da borda inferior de  $r_1$  variando o ângulo



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 8 – Variação da tensão ao longo da borda inferior de  $r_2$  variando o ângulo



Fonte: Autoria própria (2020)

O maior valor de  $K_t$  foi apresentado em R175 e o menor valor em R245, conforme apresentados na Tabela 2.

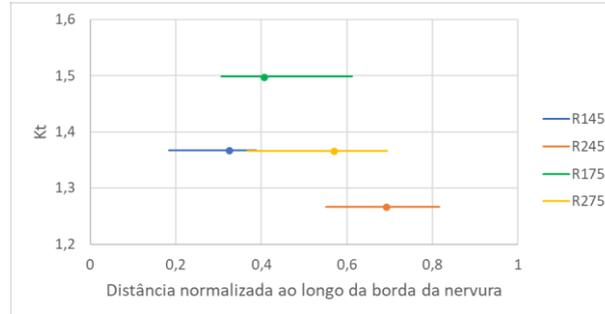
Tabela 2 – Valores máximos do  $K_t$

Borda da Nervura	$K_{t,máx}$
R145	1,37
R175	1,50
R245	1,27
R275	1,37

Fonte: Autoria própria (2020)

Os valores máximos de  $K_t$  aumentaram com o aumento do ângulo da inclinação: 9,5% do R145 para o R175 e de 7,9% do R245 para o R275. Além disso, as posições dos valores máximos tenderam a mover-se para o centro da borda com o aumento do ângulo da inclinação, conforme apresentado na Figura 9. Na mesma figura, estão representadas as zonas ao longo da borda com  $K_t$  igual ou superior a 95% dos valores máximos, as chamadas zonas de pico.

Figura 9 – Localização do  $K_t$  máximo e das zonas de pico



Fonte: Autoria própria (2020)

O aumento do raio resultou na redução dos valores máximos de  $K_t$ . O valor diminuiu 7,3% de R145 para R245 e 8,7% de R175 para R275.

Ao analisar a influência do ângulo de inclinação da nervura e do raio já existente na literatura para barras de mesmo diâmetro (Rocha, 2016), os valores do  $K_t$  são muito semelhantes ao variar o ângulo, o que difere do observado neste trabalho. Porém, a posição dos valores coincide e a redução do  $K_t$  ao aumentar o raio também.

Observando a influência da inclinação e do raio de forma separada, não seria tão significativa pois nenhum dos valores é maior que 10%. Porém, ao combinar as duas características, obtém um aumento de 18% no valor do  $K_t$ , o qual pode ser considerado bem significativo.

Com isso, segundo a análise realizada neste trabalho, é possível concluir que ambas as características geométricas influenciam, separadas com pouca intensidade, mas combinadas com maior intensidade. Por isso, pode-se afirmar que uma barra de aço com o raio de 1,87mm dos dois lados e com a inclinação da nervura transversal oblíqua da barra de 45°, apresentaria uma menor concentração de tensão em relação a barra utilizada como referência.

## CONCLUSÃO

Com a análise desenvolvida, é possível concluir que o aumento do ângulo de inclinação da nervura leva a um aumento de até 10% nos valores de  $K_t$  e tende a mover o valor máximo de  $K_t$  para o centro do raio. Já o aumento do raio da nervura leva a uma diminuição de até 9% nos valores de  $K_t$ . Além disso, os maiores valores de  $K_t$  ( $\geq 95\%$ ) ocupam em média uma zona de 30% ao longo da nervura.

Como sugestão de continuação do trabalho, recomenda-se analisar a influência de outras geometrias, tanto de forma isolada, como combinada com as demais.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2007.

BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Shigley's mechanical engineering design**. 9th ed. New York: McGraw-Hill, 2011, p. 1109.

DIETER, G.E. **Mechanical Metallurgy**. SI metric edition. London: McGraw-Hill Book Company, 1988, p. 1291.

FEM CALCULIX. **About FEM Calculix**. 2020. Disponível em:  
[https://wiki.freecadweb.org/FEM\\_Calculix](https://wiki.freecadweb.org/FEM_Calculix). Acesso em: 13 ago. 2020.

FREECAD. **About FreeCAD**. 2020. Disponível em:  
[https://wiki.freecadweb.org/Getting\\_started](https://wiki.freecadweb.org/Getting_started). Acesso em: 13 ago. 2020.

GONÇALVES, J. E. S. **Leitura e interpretação de arquivos IGES para uso em programas de elementos de contorno**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Universidade de Brasília, Brasília, 2016. Disponível em:  
[https://bdm.unb.br/bitstream/10483/14522/1/2016\\_JoaoEliasSantanaGoncalves\\_tcc.pdf](https://bdm.unb.br/bitstream/10483/14522/1/2016_JoaoEliasSantanaGoncalves_tcc.pdf). Acesso em: 13 ago. 2020.

MINETTO, C. F. **Um estudo sobre Curvas NURBS**. 2003. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003. Disponível em:  
<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/94376/279991.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 23 ago. 2020.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas**: Uma abordagem integrada. 4° ed. Porto Alegre: Bookman, 2013, p. 1055.

PINTO, T.L.F.C. **Medição óptica, comparação e sinalização de superfícies com forma livre de grande extensão**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010. Disponível em:  
[https://bdm.unb.br/bitstream/10483/14522/1/2016\\_JoaoEliasSantanaGoncalves\\_tcc.pdf](https://bdm.unb.br/bitstream/10483/14522/1/2016_JoaoEliasSantanaGoncalves_tcc.pdf). Acesso em: 13 ago. 2020.

TILLY, G. P. **Fatigue of steel reinforcement bars in concrete:** a review. Fatigue of Engineering Materials and Structures, v. 2, n. 3, p. 251-268, 1979.

ROCHA, M. et al. **Very high cycle fatigue tests of quenched and self-tempered steel reinforment bars.** Materials and Structures, v. 49, n. 5, p. 1723-1732, 2016.

ZHENG, H.; ABEL, A. A. **Fatigue properties of reinforcing steel produced by Tempcore process.** Journal of Materials in Civil Engineering, v. 49, n. 5, p. 157-165, 1999.