

Controle de manipulador robótico usando SDRE

Robotic manipulator control using SDRE

RESUMO

Lucas Rodrigues Mendes
dig.lucas@bol.com.br
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Ponta Grossa, Paraná,
Brasil

Angelo Marcelo Tusset
a.m.tusset@gmail.com
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Ponta Grossa, Paraná,
Brasil

Nesse artigo é descrito o modo de controle de um manipulador robótico, que possui dois graus de liberdade. Foi utilizado o método de Euler-Lagrange para se obter o modelo matemático do manipulador, e para com isso poder controlar a sua posição e velocidade. Como o modelo obtido descreve um sistema não-linear, se fez necessário utilizar o método de controle SDRE. Por meio de simulações numéricas o método de controle é testado. Após as simulações foi observado que tanto no controle de posição quanto no de velocidade utilizando o controle SDRE conseguiu cumprir com o esperado e se mostrou ser muito eficaz.

PALAVRAS-CHAVE: Sistemas não-lineares. Robôs - Sistemas de controle. Velocidade.

ABSTRACT

This article describes how to control a robotic manipulator, which has two degrees of freedom. The Euler-Lagrange method was used to obtain the mathematical model of the manipulator, and thereby be able to control its position and speed. As the model obtained describes a non-linear system, it was necessary to use the SDRE control method. Through numerical simulations, the control method was tested. After the simulations it was observed that both the position control and the speed control using the SDRE control managed to comply with the expected and proved to be very effective.

KEYWORDS: Nonlinear systems. Robots - Control systems. Speed.

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



INTRODUÇÃO

O avanço da tecnologia se torna cada vez mais crescente com o passar do tempo. O que antes era realizado totalmente por humanos, atualmente utilizam-se máquinas para efetuar as mesmas tarefas, com maior qualidade. Robôs são aplicados em diversas áreas, com a finalidade de ajudar na execução de atividades e aprimorá-las. Para que isso ocorra, um bom método de controle deve ser implementado.

O objetivo do controle de robôs é manipular objetos com precisão, pois, quanto maior a precisão de um robô mais delicada pode ser a atividade que ele desempenha, como no auxílio de uma cirurgia complexa ou na soldagem de pequenos componentes em um circuito. Tal precisão pode ser obtida integrando os sensores robóticos a uma entrada que possa reconhecer posições e velocidades, para então aplicar a força necessária através de atuadores, realizando o movimento requerido.

Para construção do controlador é necessária a elaboração do modelo matemático do manipulador, para que então possa ser aplicada a técnica de controle desejada. Neste artigo o modelo foi obtido através do método de Euler-Lagrange. Devido as não linearidades do mesmo, fez-se necessário a utilização da técnica SDRE.

MATERIAIS E MÉTODOS

De acordo com (CHABU,2011) um sistema Lagrangiano é definido pela Eq. (1), onde T é a energia cinética e U a energia potencial.

$$L = T - U \quad (1)$$

As equações de Euler-Lagrange são expressas pela Eq. (2).

$$\tau_j = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} \quad (2)$$

Onde τ_j é a força generalizada não conservativa independente de q_j , nota-se então que força peso e elástica não contribuem para o lado direito da equação. Observa-se que cada grau de liberdade do sistema terá uma equação de Lagrange, ou seja, um sistema de n equações diferenciais para n graus de liberdades.

A equação (2) pode ser reescrita conforme a equação (3), onde os termos d_{kj} formam a matriz de inércia generalizada, $c_{ijk}(q)$ são conhecidos como símbolos de Christoffel e $\phi_k(q)$ são termos originados da derivada parcial da energia potencial.

$$\sum_i d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \phi_k(q) = \tau_k, k = 1, \dots, n \quad (3)$$

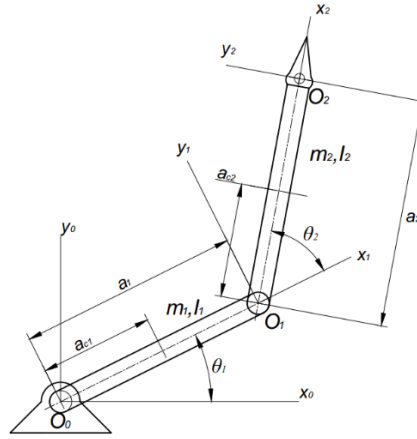
Sendo o manipulador robótico representado na figura 1, o modelo matemático por Lagrange é obtido das equações contidas em (4), (5) e (6).

$$\begin{aligned} c_{111} &= c_{122} = c_{212} = c_{222} = 0 \\ c_{121} &= c_{211} = c_{221} = -m_2 a_1 a_{c2} \sin(\theta_2) \\ c_{112} &= m_2 a_1 a_{c2} \sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= (m_1 a_{c1} + m_2 a_1) g \cos(\theta_1) + m_2 a_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \phi_2 &= m_2 a_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}d_{11} &= m_1 a_{c1}^2 + m_2 (a_1^2 + a_{c2}^2 + 2a_1 a_{c2} \cos(\theta_2)) + I_1 + I_2 \\d_{12} &= d_{21} = m_2 (a_{c2}^2 + 2a_1 a_{c2} \cos(\theta_2)) + I_2 \\d_{22} &= m_2 a_{c2}^2 + I_2\end{aligned}\quad (6)$$

Figura 1 – Esquema robô planar com dois graus de liberdade



Fonte: figura modificada de CABRAL (2004).

Com isso as equações dinâmicas do sistema podem ser escritas em (7)

$$\begin{aligned}d_{11}\ddot{\theta}_1 + d_{12}\ddot{\theta}_2 + c_{121}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + c_{211}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + c_{221}\dot{\theta}_2^2 + \phi_1 &= \tau_1 \\d_{21}\ddot{\theta}_1 + d_{22}\ddot{\theta}_2 + c_{112}\dot{\theta}_1^2 + \phi_2 &= \tau_2\end{aligned}\quad (7)$$

Considerando o sistema (7) na forma de espaço de estados (8) temos as matrizes A, B e G mostradas em (9), (10) e (11) respectivamente.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u_r + G + u_f \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & p(d_{22}(c_{211}x_4 + c_{121}x_4) - d_{12}c_{112}x_2) & 0 & pd_{22}c_{221}x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & p(d_{11}c_{112}x_2 - d_{21}(c_{211}x_4 + c_{121}x_4)) & 0 & -pd_{21}c_{221}x_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -pd_{22} & pd_{12} \\ 0 & 0 \\ pd_{12} & -pd_{11} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ p(d_{22}\phi_1 - d_{12}\phi_2) \\ 0 \\ p(-d_{21}\phi_1 - d_{11}\phi_2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$p = \frac{1}{(d_{21}d_{12} - d_{11}d_{22})} \quad (12)$$

As seguintes considerações são necessárias:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad u_r = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \text{ e } u_f = -G \quad (13)$$

Devido às não linearidades do sistema um controle linear é insatisfatório para diversas condições, com isto, utiliza-se o controle SDRE (State Dependent Riccati Equation) que nos trabalhos de MOLZER (2008), FELINI (2010) e KORAYEM (2011)

provou ser muito eficaz. Esta técnica de controle basicamente retorna ao sistema as forças ur (feedforward) e uf (feedback) da equação (8), com objetivo de levar o sistema ao estado final desejado. O sinal uf controla os termos que independem dos estados (G(x)), já ur é encontrado utilizando a equação (14), onde P(x) é obtido solucionando a equação de Riccati (15).

$$u_r = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x \quad (14)$$

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) + Q(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) = 0 \quad (15)$$

Nas equações acima Q(x) e R(x) são parâmetros dados pelo projetista e devem obedecer a condição de serem definidas positivas.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A performance do controlador é testada através de simulações numéricas. O objetivo é fazer com que as juntas, a partir de qualquer condição inicial cheguem a uma coordenada desejada e pare.

O controle verifica tanto a posição quanto a velocidade das juntas com uma tolerância de 0,01, ou seja, se a junta estiver a uma distância da posição desejada menor que a tolerância, esta é aceita, então o braço pode ser redirecionado para uma segunda coordenada ou quantas outras forem requeridas.

A tabela 1 mostra os parâmetros que foram utilizados para a simulação, assim como as matrizes Q(x) e R(x) são encontradas em (16) e (17) respectivamente.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na simulação

a_1	a_2	a_{c1}	a_{c2}	m_1	m_2	l_1	l_2
0,35	0,255	0,175	0,1275	1,21799	0,6655	0,012433	0,003606

Fonte: Autoria própria (2020).

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

As coordenadas iniciais ($\theta_j(0)$), primeira coordenada desejada ($\theta_j(1)$) e segunda ($\theta_j(2)$) são encontradas na tabela 1, as velocidades desejadas nas duas juntas quando estas estão na posição final é zero.

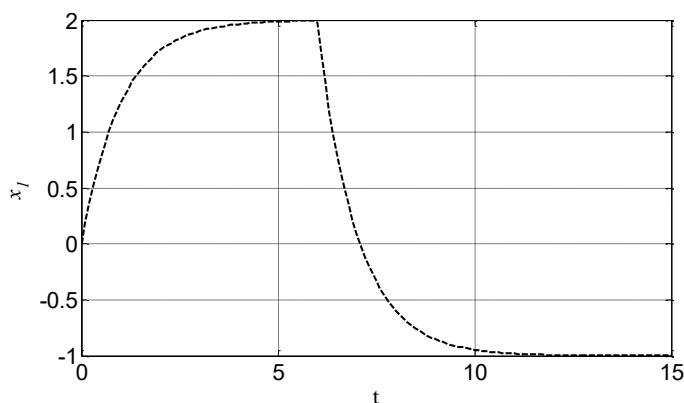
Tabela 2 – Coordenadas iniciais e de destino

i	$\theta_1(i)$	$\dot{\theta}_1(i)$	$\theta_2(i)$	$\dot{\theta}_2(i)$
0	0	-1	1	0
1	2	0	-3	0
2	-1	0	0	0

Fonte: Autoria própria (2020).

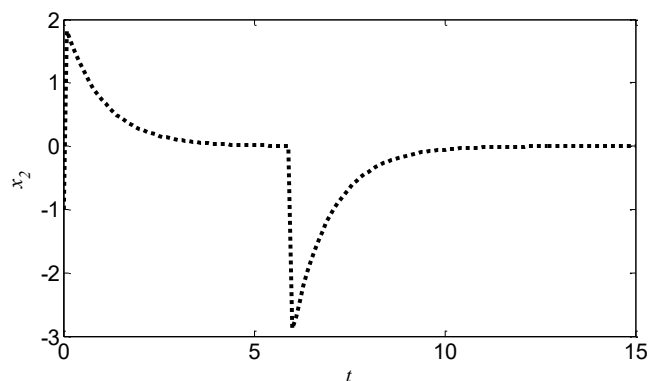
A seguir são apresentados os gráficos com os resultados obtidos. A figura 2 apresenta a evolução temporal da posição da junta 1 e a figura 3 sua velocidade.

Figura 2 – Posição de junta 1 no tempo



Fonte: Autoria própria (2020).

Figura 3 – Velocidade da junta 1 no tempo



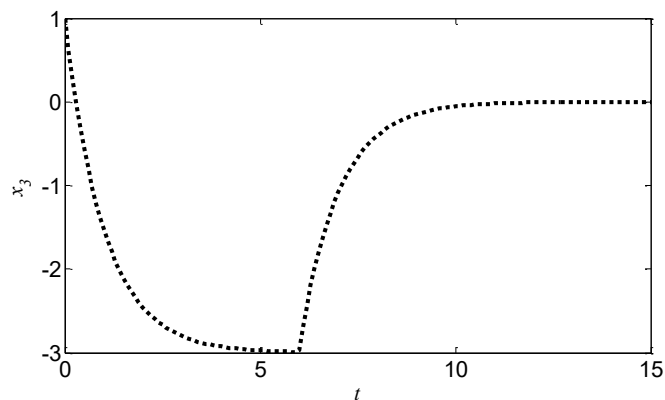
Fonte: Autoria própria (2020).

Pela figura 2, pode ser notado que nos dois deslocamentos da junta 1, os primeiros segundos apresentam uma grande variação de posição. Esta variação diminui quanto mais se aproximado ponto de destino.

O comportamento da junta 1 é também mostrado na figura 3, em que é visto um pico de velocidade no início do deslocamento, logo em seguida, há uma desaceleração até sua velocidade se estabilizar em zero.

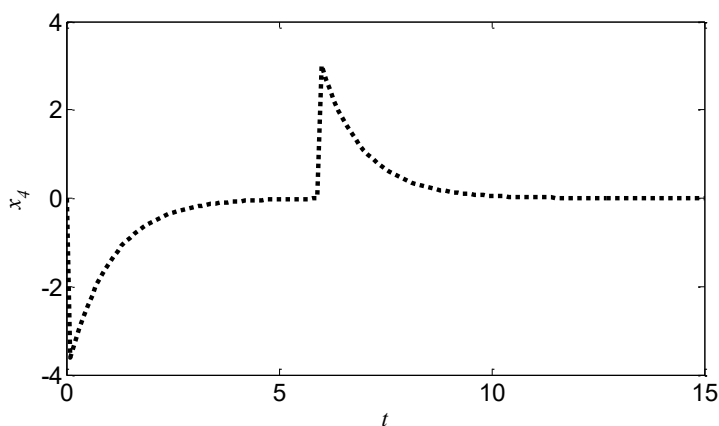
A figura 4 contém a posição da junta 2 e a figura 5 a sua respectiva velocidade. As figuras mostram que o deslocamento da junta 2 é semelhante ao da junta 1.

Figura 4 – Posição de junta 2 no tempo



Fonte: Autoria própria (2020).

Figura 5 – Velocidade da junta 2 no tempo



Fonte: Autoria própria (2020).

Este comportamento deve-se ao projeto de controle proposto, em que se deseja que o elo atinja a coordenada desejada o mais rápido possível, o que implica em velocidades altas no início do deslocamento, e redução quando está próxima do ponto desejado.

CONCLUSÕES

Os resultados mostram que a técnica de controle SDRE obteve sucesso no controle tanto da posição quanto velocidade de ambos os elos do manipulador, pois todos convergiram para os valores requisitados, mesmo com as não linearidades presentes no modelo obtido.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, bolsista do CNPq – Brasil.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/Brasil. Bolsista da UTFPR/Brasil.

REFERÊNCIAS

CHABU, V.B. Introdução a **Mecânica Lagrangiana**. Disponível em:
http://fma.if.usp.br/~vbchabu/arquivos/chabu-mecanica_lagrangiana.pdf.
Acesso em: 20 ago. 2020.

CABRAL, E. L. L. **Robôs industriais: Cinemática Direta**. Cap. 5.
Disponível em:
<http://sites.poli.usp.br/p/eduardo.cabral/Cinem%C3%A1tica%20Direta.pdf>.
Acesso em: 24 ago. 2020.

MOLTER, A. **Controle de manipuladores robóticos flexíveis usando atuadores e sensores piezoelétricos otimizados**. 2008. 120 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

FENILI, A.; BALTHAZAR, J. M. **The rigid-flexible nonlinear robotic manipulator: Modeling and control**. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, Santo André, p.2332-2341, 19 jun. 2010.

KORAYEM, M. H.; IRANI, M.; NEKOO, S. Rafee. **Load maximization of flexible joint mechanical manipulator using nonlinear optimal controller**. Acta Astronáutica, Tehran, p.458-469, 15 jun. 2011.