

EXPERIMENTAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO CURSO DE LICENCIATURA EM QUÍMICA: crioscopia

EXPERIMENTATION IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES IN THE CHEMISTRY TEACHER TRAINING COURSE: cryoscopy

RESUMO

Neste artigo trazemos resultados de uma pesquisa desenvolvida no contexto de aulas de matemática do Ensino Superior na qual evidenciamos ações dos alunos quando desenvolvem experimentação em atividades de modelagem matemática. Para isso, nos pautamos na experimentação como uma possibilidade de estabelecer relações entre diversas áreas da ciência e na Modelagem Matemática como alternativa pedagógica. Apresentamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática a crioscopia realizada por alunos de uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 do curso de Licenciatura em Química da universidade federal do Paraná em 2019 e o desenvolvimento de um grupo. A análise qualitativa é inspirada na *Research Design* das falas, dos gestos e dos relatórios entregues pelos alunos, que podemos evidenciar as ações dos mesmos quando a temática da experimentação é sugerida pela professora, principalmente no que consiste da inteiração com o fenômeno e da coleta de dados.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática- Estudo e ensino. Cálculo. Química.

ABSTRACT

In this article we bring the results of a research developed in the context of mathematics classes in Higher Education in which we evidence student actions when they develop experimentation in mathematical modeling activities. For this, we are guided by experimentation as a possibility to establish relationships between different areas of science and in Mathematical Modeling as a pedagogical alternative. We present the development of a mathematical modeling and cryoscopy activity carried out by students from a Differential and Integral Calculus 1 course in the Chemistry Degree course at a federal university in Paraná in 2019 and the development of a group. The qualitative analysis is inspired by *Research Design* of the speeches, gestures and reports delivered by the students, which we can evidence their actions when the theme of experimentation is suggested by the teacher, mainly in what consists of interaction with the phenomenon and data collection.

KEYWORDS: Mathematics – study and teaching. Calculus. Chemistry.

Arthur Ravagnhani de Oliveira
Arthur-3342@hotmail.com
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

Karina Alessandra Pessôa da
Silva
karinasilva@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



INTRODUÇÃO

Conteúdos matemáticos presentes tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, de forma geral, são desenvolvidos sem que haja uma articulação com aspectos da realidade, configurando como um obstáculo para a aprendizagem dos alunos.

Com vistas a superar esse obstáculo, pesquisadores da área de Educação Matemática têm empreendido esforços em incorporar atividades nas quais os alunos escolhem temas/situações de interesse e resolvem-nos utilizando seus conhecimentos, articulando-os a conhecimentos matemáticos (ALMEIDA e SILVA, 2017; ARAÚJO e CAMPUS, 2015; BARROSO; SOARES; BARROS; MOTA e BORGES NETO, 2013; FERRUZZI e ALMEIDA, 2015; IGLIORI e BELTRÃO, 2015; SILVA, 2017, SOARES e BORBA, 2012; USTRA e USTRA, 2015).

A partir de uma situação inicial, chegam a uma solução por meio de procedimentos matemáticos. O encaminhamento da situação inicial (problemática) até a situação final (solução) é orientado por ações que caracterizam atividades de modelagem matemática. As atividades de modelagem matemática podem ser entendidas como atividades investigativas que são “propostas aos estudantes e que envolvem a resolução de problemas mal definidos e pouco estruturados” (BORGES, 2002, citado em GOMES; BORGES e JUSTI, 2008, p. 187).

Levando em consideração as configurações para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, estas possibilitam criar um ambiente investigativo próprio daquele permeado no Ensino por Investigação. Isso se deve ao fato de que o Ensino por Investigação pode “Estar vinculado a qualquer recurso de ensino desde que o processo de investigação seja colocado em prática e realizado pelos alunos a partir e por meio das orientações do professor” (SASSERON, 2015, p. 58).

Dentre as atividades de modelagem matemática que podem ser desenvolvidas em aulas de Matemática tanto da Educação Básica quanto do Ensino Superior, destacam-se aquelas voltadas ao trabalho experimental de investigação como caracterizado por Fernandes e Silva (2004).

Entendendo que o trabalho experimental de investigação pode ser caracterizado como uma atividade investigativa, em que o aluno “Raciocina sobre o problema proposto e procura respostas para sua solução a partir da proposição de hipóteses e análise dos dados, manifestando assim, suas habilidades de cognição” (SUART e MARCONDES, 2009, p. 51-52). Além de expor o aluno a resolver problemas e a ver novos horizontes expandindo o pensamento, fazendo-os a pensar maneiras formas de solucionar os problemas.

As atividades investigativas experimentais proporcionam experiências aos alunos e além de desenvolver o raciocínio dos alunos para solucionar problemas do dia a dia e entre outros problemas.

METODOLOGIA

Considerando a modelagem matemática enquanto alternativa pedagógica para ensinar conteúdos matemáticos nos diferentes níveis de escolaridade, objetivamos investigar configurações de atividades experimentais investigativas desenvolvidas por alunos em aulas de matemática no contexto de atividades de modelagem matemática tanto na Educação Básica, quanto no Ensino Superior. Para isso, desenvolvemos atividades experimentais investigativas em sala de aula articuladas a conteúdos matemáticos. Os dados que subsidiam nossas análises consistem em registros escritos, falas e gestos elucidados pelos alunos na manipulação dos materiais e da matemática que emerge das atividades experimentais.

A abordagem de nossas análises se enquadra na metodologia de pesquisa qualitativa, inspirada na *Research Design*, mais especificamente no *Design Experiments*. A *Research Design*:

“envolve novas maneiras de pensar sobre a natureza dos conhecimentos e das habilidades matemáticas em desenvolvimento dos alunos e novas maneiras de pensar sobre a natureza do ensino, da aprendizagem e da resolução de problemas eficazes” (LESH 2002, p. 29).

RESULTADOS

Foram desenvolvidas algumas atividades durante 2019 e 2020, dentre elas foram desenvolvidas atividades pelos alunos da turma de Cálculo Diferencial Integral 1, na qual a turma foi ministrada pela professora e as atividades desenvolvidas durante o primeiro semestre de 2020 pelo estudante de IC. As atividades desenvolvidas pelos alunos da disciplina de cálculo 1 e pelo aluno orientado estão no Quadro 1 abaixo.

Quadro 1 – Atividades desenvolvidas durante a IC.

Seção	Tipografia
Atividades desenvolvidas com alunos do Ensino Superior	Crioscopia; Formação de cristais de açúcar; Descarregamento da bateria de um telefone celular; Variação da densidade de uma solução salina; Carregamento da bateria de um celular a partir de um carregador comum e um fast charger; Densidade de cloreto de sódio em diferentes amostras; Redução do molho de tomate industrializado em função do tempo.
Atividades desenvolvidas pelo aluno orientado	Hidratação da bolinha de gel (Orbeez); Decomposição da água oxigenada (H ₂ O ₂); Perda de ar do pneu do carro; Combustão da vela.

Fonte: Do autor (2020).

Dentre as atividades desenvolvidas no Quadro 1, vamos trazer a atividade da Crioscopia.

A Crioscopia é o estudo da diminuição do ponto de congelamento de um líquido causado por um soluto não-volátil. Para o desenvolvimento da atividade, a professora dividiu a turma de Cálculo 1 em 4 grupos, deixando os alunos responsáveis por trazerem as bebidas que foram escolhidas por eles e ao aluno orientado ficou a responsabilidade do gelo e o sal. Cada grupo trouxe seu recipiente e a bebida para desenvolver a atividade. A Tabela 1 informa as bebidas de cada grupo.

Tabela 1 – Líquidos escolhidos pelos alunos.

Grupos	Bebidas
G1	Água tônica
G2	Água mineral
G3	Energético
G4	Guaraná

Fonte: Do autor (2020).

O encaminhamento da atividade foi realizado seguindo as orientações descritas no Quadro 2.

Quadro 2 – Encaminhamento das atividades.

Coletando os dados								
1) Abram as amostras de bebidas e meçam a temperatura das mesmas, anotem no quadro.								
2) Coloquem as amostras de bebidas dentro dos recipientes. Adicionem gelo até praticamente cobrir as amostras de bebidas.								
3) Ao redor de uma das amostras de bebidas, adicionem sal, formando uma camada.								
4) Insiram um termômetro em cada amostra de bebida.								
5) A cada 1 minuto, façam a leitura da temperatura de cada amostra, ao mesmo tempo. Anotem no quadro abaixo.								
Tempo (em minutos)								
Temperatura da amostra com gelo (em °C)								
Temperatura da amostra com gelo e sal (em °C)								

Fonte: Dados coletados empiricamente.

Fonte: Karina Alessandra Pessôa Silva (2019).

A atividade da crioscopia foi dividida em duas partes. Na primeira parte, os alunos coletaram os dados com auxílio do aluno orientado e a segunda parte com a professora e os alunos que matematizaram e fizeram à análise da atividade. A Figura 1 mostra os alunos coletando os dados.

Figura 1 – Alunos coletando os dados.



Fonte: Da pesquisa (2019).

Os alunos do grupo G1 seguiram os procedimentos pré-estabelecidos. Ao fazerem a análise da coleta, os alunos realizam ajustes por considerarem relações entre o fenômeno em estudo e os dados observados. Isso corrobora com as assertivas de CARREIRA e BAIÃO (2011, p. 214) de que os alunos “têm a oportunidade de aprenderem fazendo (enquanto executam a manipulação e experimentação e engajados na conjectura e validação)”. Conhecendo o fenômeno crioscopia, os alunos entenderam que a temperatura na mistura de gelo e sal tem de ser menor quando comparada com somente gelo.

No segundo encontro, já com os dados coletados, os integrantes de cada grupo se reuniram com o intuito de delimitarem o problema a ser investigado, bem como apresentaram uma solução para o mesmo. Os integrantes do grupo G1 definiram o seguinte problema: Qual a temperatura que a água tônica atingirá quando estiver com 15 minutos de resfriamento só com gelo e com gelo e sal? Qual é a taxa de variação? (Figura 2).

Figura 2 – Problema estipulado pelos alunos do grupo G1.

Problemática: Qual a temperatura que a água tônica atingirá quando estiver com 15' de resfriamento só com gelo e com gelo e sal? Qual é a taxa de variação?

Fonte: Da pesquisa (2019).

A definição do problema foi subsidiada pelas discussões que empreenderam na coleta de dados que realizaram no primeiro encontro, bem como pelo fato de considerarem os 10 primeiros minutos da coleta de dados, conforme mostra a Figura 3. Além disso, com o intuito de estabelecerem relações com os conteúdos que estudaram na disciplina de Cálculo 1, os integrantes do grupo G1 consideram a taxa de variação da temperatura em função do tempo que pode ser obtida pela derivada da função que representa o fenômeno.

Figura 3 – Dados coletados por G1.

Quadro 1: Variação da temperatura das amostras de bebidas de acordo com o tempo

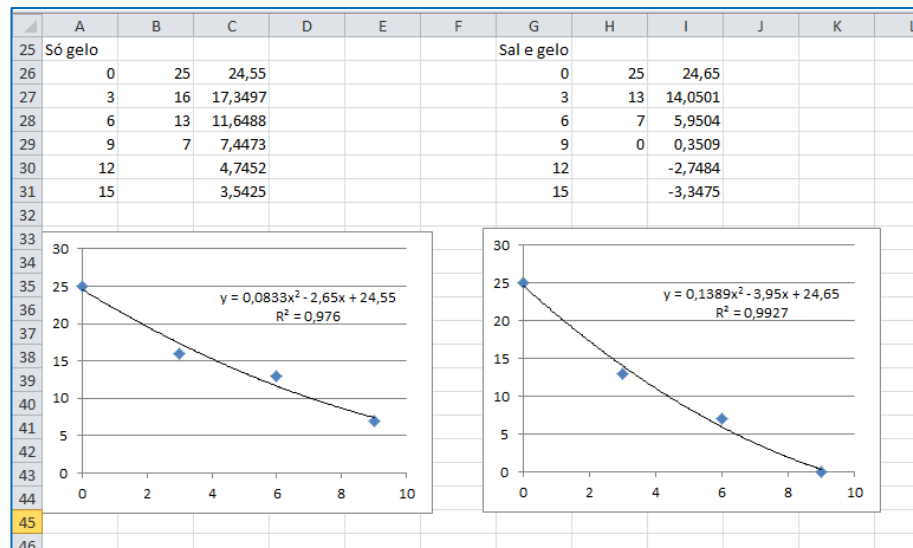
Tempo (em minutos)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Temperatura da amostra com gelo (em °C)	18	13	16	13	18	13	10	8	7	5		
Temperatura da amostra com gelo e sal (em °C)	16	14	13	9	8	7	4	2	0	-2		

Fonte: Dados coletados empiricamente.

Fonte: Relatório dos alunos (2019).

Para deduzirem um modelo que representasse cada uma das situações – gelo e gelo com sal – os alunos fizeram uso do software Excel e ajustaram as curvas (Figura 4) que, de certo modo, representariam o fenômeno de crioscopia. Para a amostra no gelo, o modelo matemático considerado foi $y = 0,0833x^2 - 2,65x + 24,55$; e para a amostra no gelo com sal, o modelo foi $y = 0,1389x^2 - 3,95x + 24,65$; em ambos casos, y representam a temperatura (em °C) e x representam o tempo (em minutos). Para determinarem a temperatura aos 15 minutos, utilizaram ferramentas do software e obtiveram, aproximadamente, 3,5 °C para a bebida no gelo e -3,3 °C para a bebida com gelo e sal.

Figura 4 – Dados coletados por G1.



Fonte: Relatório dos alunos (2019).

O uso de ferramentas computacionais auxiliou os alunos na observação do comportamento dos dados, por meio do uso de diferentes representações – tabulares, gráficas e algébricas. A interação de atividades de modelagem com mídias tecnológicas cria “a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 31).

A simplificação faz parte do encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática para se obterem uma sua solução para o problema. Existem diferentes abordagens que simplificam o encaminhamento, tal como “ignorar alguns dados porque eram considerados de menor importância e/ou para reduzir a quantidade de análise, priorizando e classificando dados” (ENGLISH, 2016, p. 193).

Para o instante de 15 minutos, a taxa de variação que determinaram para a situação em estudo, foi $-0,151^{\circ}\text{C}/\text{min}$ para bebida no gelo e $0,217^{\circ}\text{C}/\text{min}$ para bebida no gelo e sal.

CONCLUSÃO

A experimentação em Modelagem Matemática “reflete nas ações mentais e sobre a aprendizagem subsequente das ideias matemáticas e se torna uma forma de desenvolverem a compreensão sobre modelos matemáticos” (CARREIRA; BAIÓIA, 2011, p. 214).

Quando a experimentação é desenvolvida por meio de uma temática e procedimentos apresentados pela professora, os alunos reunidos em grupos: procuram informações na internet para se inteirarem; seguiram os procedimentos pré-definidos; analisaram e realizaram os ajustes na coleta de dados; coletaram os dados; determinaram um ou mais problemas para ser investigado; trabalharam matematicamente, consideraram um modelo familiar; analisaram e compararam os resultados via modelo matemático; e chegam a uma solução para o problema.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a professora Karina Alessandra Pessôa da Silva por me proporcionar a oportunidade de participar de uma iniciação científica, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento da bolsa e a Deus por permitir eu passar por essa experiência.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W., SILVA, K. A. P. (2017). A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, 31(57). 202-2019. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0202.pdf>. Acesso em: 08/09/2019

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARROSO, N. M. C., SOARES, J. M., BARROSO, G. C., MOTA, J. C. M., & BORGES NETO, H. (2013). Modelagem de Conceitos e Processos Matemáticos por Redes de Petri coloridas: o caso da integrabilidade de funções reais. **Bolema**, 27(45). 75-95. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n45/v27n45a05.pdf>. Acesso em: 15/09/2019

CARREIRA, S.; BAIÓIA, A. M. Students' modellig routes in the contexto of objetc manipulation and experimentation in mathematics. In: KAISER, G. at al. (Eds). **Trends in teaching and learning og mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, p. 211 – 220, 2011.

ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In C. Hirsch (Ed), **Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics**. p. 187-195. Reston: NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. 2016.

FERNANDES, M. M., SILVA, M. H. S. (2004). O trabalho experimental de investigação: das expectativas dos alunos às potencialidades no desenvolvimento de competências. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, 4(1). 45-58. Disponível em: <https://seer.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/2297>. Acesso em: 21/09/2019

FERRUZZI, E. C., ALMEIDA, L. M. W. (2015). Diálogos em modelagem matemática. **Ciência & Educação**, 21(2). 377-394. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v21n2/1516-7313-ciedu-21-02-0377.pdf>. Acesso em: 01/10/2019

GOMES, A. D. T., BORGES, A. T., Justi, R. (2008). Processos e conhecimentos envolvidos na realização de atividades práticas: revisão da literatura e implicações para a pesquisa. **Investigações em Ensino de Ciências**, 13(2). 187-207. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/439/257>. Acesso em: 10/10/2019

IGLIORI, S. B. C., BELTRÃO, M. E. P. (2015). Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações em um Curso Superior Tecnológico. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, 42. 55-76. Disponível em: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/42/42_Artigo2.pdf. Acesso em: 20/10/2019

LESH, R. (2002). Research design in mathematics education: Focusing on design experiments. In English, L. D. (Ed.). **Handbook of International Research in Mathematics Education** (27–49). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

SASSERON, L. H. (2015). Alfabetização científica, ensino por investigação e argumentação: relações entre ciências da natureza e escola. **Revista Ensaio**, 17(especial). 49-67. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/epec/v17nspe/1983-2117-epec-17-0s-00049.pdf>. Acesso em: 30/10/2019

SILVA, K. A. P. (2017). Modelagem matemática em sala de aula: caracterização de um ambiente educacional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, 6(10). 135-157. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1435/pdf_211. Acesso em: 05/11/2019

SOARES, D. S., BORBA, M. C. (2012). O Interesse de Alunos de Biologia pela Análise de um Fenômeno Biológico e seu Modelo Matemático. In **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática** (1-12). Petrópolis, RJ.

SUART, R. C., MARCONDES, M. E. R. (2009). A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química. **Ciências & Cognição**, 14(1). 50-74. Disponível em: http://www.cienciasecognicao.org/pdf/v14_1/m318318.pdf. Acesso em: 15/11/2019

USTRA, M. K., USTRA, S. R. V. (2015). Context Categories in Mathematical Modelling in Fundamentals of Calculus Teaching. In Stillman, G. A., Blum, W., & Biembengut, M. S. (Eds.), **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences** (407-416). New York: Springer.