https://eventos.utfpr.edu.br//sicite/sicite2020

Material didático e o trabalho com episódios de resolução de tarefas em Cálculo

Didactic material and work with task solving episodes in Calculus

Daniel Daré Luziano da Silva
dlsilvadaniel@hotmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Londrina, Paraná, Brasil

André Luis Trevisan
andrelt@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Londrina, Paraná, Brasil

RESUMO

Episódios de resolução de tarefas em Calculo Diferencial e Integral (CDI) consistem em momentos ao longo do desenvolvimento da disciplina em que os estudantes assumem papel ativo na elaboração do seu conhecimento, por meio de discussões coletivas desencadeadas a partir do trabalho com tarefas, no intuito de promover o desenvolvimento do raciocínio matemático. Neste contexto de aula se aula, torna-se difícil disponibilizar materiais para estudo extraclasse. O objetivo deste trabalho é apresentar o processo de construção de um material para aulas de CDI nesse contexto de trabalho em episódios de resolução de tarefas. A metodologia engloba as etapas de levantamento teórico do tema-chave da aula, da escolha da tarefa inicial e da discussão a partir dela até uma definição. São apresentados os capítulos que os autores têm construídos e revisados e discutido um exemplo de consonância do material com a discussão proposta em sala. O material é inovador, uma vez que foge às estruturas convencionais de livros de CDI e serve de base de estudos para estudantes em uma estrutura não usual de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Engenharia - estudo e ensino. Aprendizagem. Material didático.

ABSTRACT

Episodes of solving tasks in Differential and Integral Calculus (DIC) consist of moments along with content development in which students take an active role in the elaboration of their knowledge through collective discussions triggered from working with tasks, in order to promote the development of mathematical reasoning. In this class context, it becomes difficult to provide materials for extra-class study. The objective of this work is to present the material construction process to DIC classes in this working context on solving tasks. The methodology encompasses stages of a class-main theme theoretical survey, from the initial task choice and the discussion from it to a definition. The authors presented constructed and reviewed chapters, and an example of the material's harmony with the proposed talking in class. The material is innovative since it escapes the conventional structures of DIC books and serves as a basis for studies for students in an unusual teaching structure.

KEYWORDS: Engineering - study and teaching. Learning. Didactic material

Recebido: 19 ago. 2020.
Aprovado: 01 out. 2020.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

INTRODUÇÃO

Em geral, o contato que os estudantes tiveram com conceitos que precedem cursos de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) em pouco (ou em nada) relaciona-se com as ideias de variação e acumulação – centrais no desenvolvimento dos conceitos próprios do CDI (BARUFI, 1999). A dificuldade enfrentada no que tange à elaboração de conceitos matemáticos é que, quando esses são "apresentados" como "prontos e acabados", atrelados a um conjunto de fórmulas e regras pré-estabelecidas, os estudantes se tornam meros repetidores de processos.

O desafio dos pesquisadores autores deste texto tem se centrado em "desconstruir" o ensino tradicional de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e a possibilidade de organização de ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas, nos quais os estudantes assumam um papel ativo na elaboração do seu conhecimento. Essa desconstrução alinha-se à própria história do CDI, adotando um adiamento do tratamento rigoroso de limites, privilegiando a exploração de ideias intuitivas que fomentem a elaboração de conceitos matemáticos de derivada e integral a partir de noções de taxa e cálculo de áreas, lançando bases para tratamentos mais formais e algébricos posteriores (TREVISAN; MENDES, 2017).

Nesses ambientes de ensino e aprendizagem, os conteúdos matemáticos são apresentados aos estudantes fora da estrutura do "manual escolar" e por meio de sequências de tarefas com elementos que estimulem sua reflexão e a elaboração de um raciocínio conceitual, bem como espaço aberto a discussões coletivas e ao desenvolvimento de regras diferentes daquelas assumidas nas salas de aula tradicionais. Brodie (2010) coloca três aspectos básicos para ambientes que promovam o desenvolvimento do raciocínio matemático: os estudantes são chamados a justificar todo o seu raciocínio, não apenas o raciocínio equivocado; os estudantes devem ouvir e desenvolver as ideias uns dos outros e desafiá-las sempre que necessário; os estudantes podem e devem desafiar o professor, e o professor deve justificar seu pensamento matemático.

O raciocínio é uma "habilidade básica" de matemática e é necessário para uma série de propósitos - entender conceitos técnicos matemáticos, usar ideias e procedimentos matemáticos de maneira flexível e reconstruir, uma vez entendido, o conhecimento matemático (BRODIE, 2010). Segundo Oliveira (2008, p.3), o raciocínio matemático é utilizado para se referir a "um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio)". Para Lithner (2008), o raciocínio – processo dinâmico de conjecturar, generalizar, investigar porquê e desenvolver e avaliar argumentos – é uma competência básica na aprendizagem matemática, podendo ser classificado como criativo ou imitativo. Nas definições propostas por esses autores é reconhecida uma valorização de processos intuitivos, que envolvem a formulação de novas ideias e a elaboração de justificações.

O trabalho dos autores tem tido como objetivo desenvolver material didático para o trabalho com episódios de resolução de tarefas de aprendizagem em aulas de CDI, que atenda as características da metodologia discutida. O plano de trabalho do aluno bolsista contemplava ações relacionadas a estudo teórico;

organização de versão protótipo do material; utilização do material juntos a turmas de CDI; avaliação do material e elaboração de artigo.

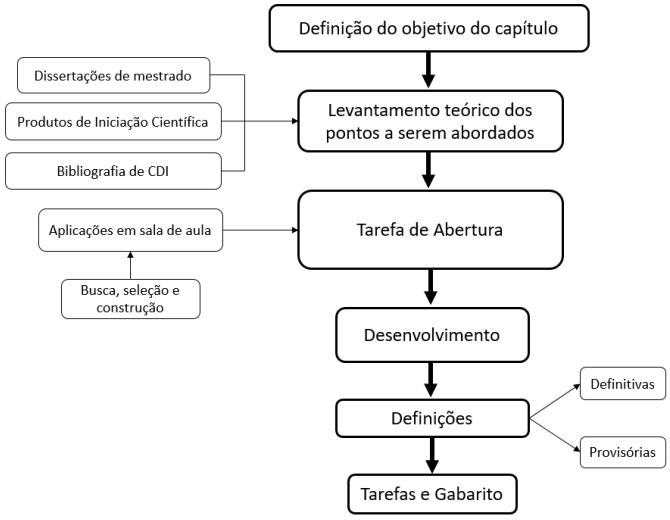
Esta pesquisa está inserida no âmbito das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia, atrelado ao Programa de Mestrado de Ensino de Matemática do Câmpus Londrina e Cornélio Procópio. O projeto ao qual o plano de trabalho foi vinculado investiga questões relativas a compreensão do desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes e a elaboração de conceitos de CDI, no trabalho com episódios de resolução de tarefas de aprendizagem. Cabe-se salientar que neste artigo é apresentado um recorte do trabalho de Iniciação Científica do primeiro autor, sob orientação do segundo autor, que já vem sendo desenvolvido há três anos.

O objetivo deste trabalho é apresentar o processo de construção de um material para aulas de CDI nesse contexto de trabalho em episódios de resolução de tarefas.

METODOLOGIA

O processo de construção dos capítulos partia do estudo das definições que se desejava propor e dos objetivos do capítulo a ser construído e trilhava o processo mostrado na Figura 1.

Figura 1 – Fluxograma de construção dos capítulos



Fonte: Autoria Própria (2020)

O levantamento bibliográfico levava em conta textos com discussões sobre a construção do raciocínio matemático por meio de tarefas (por exemplo, STEIN; SMITH; 2009; PONTE, 2014; THOMPSON; CARLSON, 2017; TREVISAN et al. 2020). A tarefa de abertura vinha acompanhada de recursos gráficos dinâmicos desenvolvidos em software Geogebra.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O Quadro 1 mostra os capítulos construídos.

Quadro 1 – Capítulos desenvolvidos

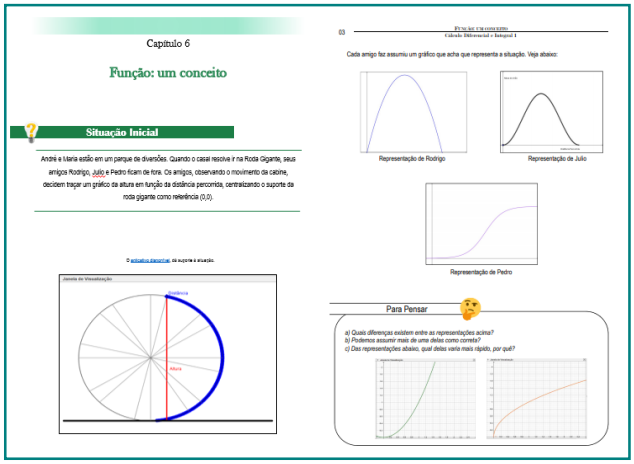
Capítulo	Objetivo
1 Começando a Pensar em Sequências	Estudo de sequências, articulando suas representações numérica, algébrica e gráficas.
2 Sequências de Diferenças	Explorar o comportamento de uma sequência numérica a partir da análise do modo como seus termos mudam.
3 Convergência de Sequências	Aprofundar o estudo de sequências numéricas, incluindo os conceitos de limitação e convergência.
4 Introdução às somas Parciais	Investigar o que ocorre ao somar os termos de uma sequência numérica finita e infinita.
5 Variáveis e Variação	Pensar em como as variáveis se alteram e em como elas se comportam em relação às demais a partir da representação gráfica.
6 Função: um Conceito	Abordar características particulares da relação existente entre duas variáveis que, historicamente, enquadraram-se como conceito de função, apresentar sua definição formal e os casos das funções afim e exponenciais.
7 Taxa de Variação Instantânea	Apresentar a derivada de funções polinomiais como taxa de variação.
8 Função Derivada e Aplicações	Estender o conceito de derivada a um Função Derivada e suas aplicações em funções polinomiais.
9 Noções Primárias de Integração	Apresentar a integral de funções polinomiais como somas de Riemann e Antiderivadas e mostrar o Teorema Fundamental do Cálculo.
10 Aplicações de Integral	Estender o conceito de integral de polinômio para aplicações.

Fonte: Autoria própria (2020).

Tomando como exemplo o capítulo 6, espera-se que as tarefas e discussões em sala sejam capazes de mobilizar nuances de raciocínio covariacional nos estudantes (SILVA; GONÇALVES; TREVISAN, 2018), de modo a compreender funções como "uma concepção de duas quantidades que variam simultaneamente, de modo que existe uma relação invariante entre seus valores que tem a propriedade de que, na concepção da pessoa, cada valor de uma quantidade determina exatamente um valor do outro" (THOMPSON; CARLSON, 2017, p. 444).

A tarefa proposta nesse capítulo foi adaptada de Connaly et al (2009), o *template* é mostrado na Figura 2. O arquivo construído com o aplicativo em Geogebra seguia disponível para os estudantes.

Figura 2 – Tarefa de abertura Capítulo 6 – Roda Gigante.



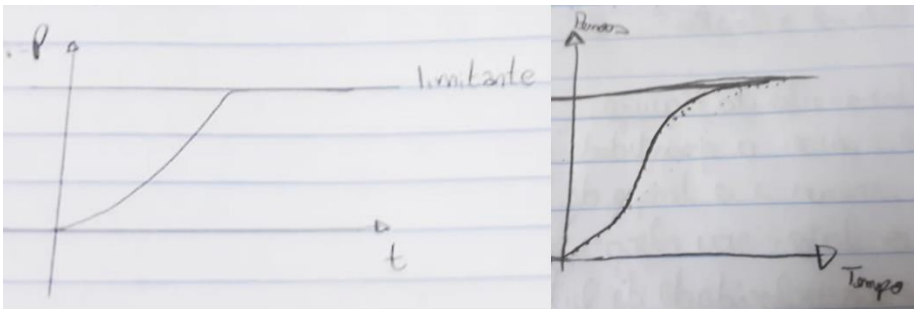
Fonte: Autoria própria (2020).

A discussão subsequente a esta tarefa diferenciou verbalmente as diferenças entre os gráficos mostrados, enquanto deu bases para uma compreensão mais profunda do sentido da diferenciação, por exemplo. As secções “Para Pensar” (secção indagativa que encaminha o pensamento que o capítulo quer construir) e “Aprofundando Ideias” (secção destinada a apresentar exemplos ou situações que decorrem da linha de raciocínio definida), contribuem para a construção da definição que o capítulo propõe, neste caso uma definição dinâmica para o conceito de função, seguidas de demais tarefas também com caráter algébrico.

Por outro lado, aproxima-se da discussão entre diferentes representações feita em sala de aula, como exemplificado adiante. A tarefa discutida também foi adaptada de Connaly et al. (2009): Quando surge um boato em uma pequena cidade, inicialmente, o número de pessoas que ouviu começa crescendo lentamente e, conforme mais pessoas começam a saber e a comentar, espalha-se rápido, até quando o número de pessoas que sabe chegar ao limite de pessoas na região. Represente um gráfico que relacione a quantidade de pessoas que sabe do boato com o tempo.

Durante a discussão em grupos, no trabalho com sala de aula com essa tarefa, os estudantes representaram duas possibilidades de gráfico, como mostrado na Figura 3.

Figura 3 – Imagens dos gráficos representados na produção escrita dos estudantes.



Fonte: Autoria Própria (2020).

O trecho abaixo transcrito da discussão coletiva do professor com os estudantes, ilustra algum aspectos do tipo de discussão que pode ser realizada a partir do trabalho com as tarefas que compõem o material.

***Professor**: A situação não fecha para gente se isso* [diminuição da taxa] *está acontecendo ou não no final. Então, se eu interpretar que ocorre um momento em que começa a desacelerar essa propagação do boato, essa desaceleração indicaria para mim que o gráfico correto é qual?*
***Estudante1**: Dois* [referindo-se ao gráfico da Figura 2b)].
***Professor**: Agora, se eu não assumir que ocorreu essa desaceleração... que está propagando, propagando, chega uma hora que acabaram as pessoas. O gráfico seria qual?*
***Estudante2**: O primeiro* [gráfico da Figura 2a)].
***Professor**: Na verdade, os dois poderiam ser considerados válidos.*
[...]
***Professor**: Em algum momento começa a desacelerar o ritmo do boato propagado, leva a uma mudança na tendência que vinha acontecendo no gráfico... Essa mudança pode ser descrita como? Graficamente, o que aconteceu? Se fosse para você descrever esse gráfico para alguém, como você explicaria?*
***Estudante2**: Que o crescimento desacelerou.*
***Professor**: Mas em termos de representação gráfica, como é o traço que fica no papel, que características que ele tem?*
***Estudante2**: Ele tem duas curvas* [referindo-se a uma parte côncava para cima, e outra para baixo].

Nesse trecho, fica evidente o papel do professor na condução de discussões em consonância com as competências e habilidades que se deseja fomentar, encorajando a partilha de ideias, com solicitação de explicações e justificativas, ainda que parciais ou incorretas, e, por fim, buscando generalizações e formulação de conjecturas gerais. De mesmo modo, ao discutir as diferentes representações realizadas, o material tenta dar o mesmo apoio aos estudos extraclasse que as aulas presencias objetivaram.

CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi mostrar como o material didático construído para aulas de Cálculo Diferencial e Integral pode dialogar com a metodologia implementada em sala de aula, visto que esta é uma das grandes dificuldades ao tentar se abordar diferentes modos o conteúdo em disciplinas matemáticas em cursos de Engenharia.

Esse tipo de dinâmica de aula e discussão, coaduna competências básicas dispostas pelas novas Diretrizes Curriculares Nacionais de Engenharia às matérias do ciclo básico, explorando o mesmo conteúdo a partir de abordagens que incluam o raciocínio matemático em discussões de situações reais e explorando a engenharia da matemática, ou seja, o processo de propor, construir, validar e generalizar. Os capítulos propostos a partir da experiência de sala mostraram-se efetivos na contextualização e generalização dos tópicos abordados.

Por fim, a proposta é inovadora uma vez que atende à uma exposição em ordem não usual dos conceitos, dando bases à proposta didática dos autores

(TREVISAN; MENDES, 2017). Trabalhos futuros poderão dar continuidade ao material aqui desenvolvido, de modo a complementá-lo.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq pelo apoio financeiro ao desenvolvimento da pesquisa.

REFERÊNCIAS

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1999.

BRODIE, K. **Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms**. Nova Iorque: Springer, 2010, pp 7-22.

CONNALLY, E. A. et al. **Funções para modelar variações**: uma preparação para o cálculo. 3. ed. Rio de Janeiro (Brasil): LTC, 2009.

LITHNER, J. A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, v. 67, n. 3, p. 255–276, 2008.

OLIVEIRA, P. O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. **Educação e Matemática**, n. 100, p. 3-9, 2008.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Ed.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa (Portugal): Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27. cap. 2.

SILVA, D. D. L.; GONCALVES, W. J.; TREVISAN, A. L. Ensino de matemática na Engenharia e Raciocínio Covariacional: uma proposta para '(des)(re)construir' o Cálculo Diferencial e Integral. In: XLVI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2018, Salvador. **Anais...** COBENGE, 46. 2018. v. 1. p. 1-10.

STEIN, M. H.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, n. 105, p. 22-28, 2009.

THOMPSON, P. W.; CARLSON, M. P. Variation, covariation, and functions: foundational ways of thinking mathematically. In: CAI, J. (Ed.), **Compendium for research in mathematics education**. Reston (United States): National Council of Teachers of Mathematics, 2017, p. 421-456. ch. 16.

TREVISAN, A. L. et al. TAREFAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO COVARIACIONAL. **Ensino da Matemática em Debate**, [S.l.], v. 7, n. 2, p. 242-254, 2020.

TREVISAN; A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo Integral. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017.