



SEI-SICITE 2021

Pesquisa e Extensão para um mundo em transformação

XI Seminário de Extensão e Inovação  
XXVI Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica  
08 a 12 de Novembro - Guarapuava/PR



# Aplicação da Programação Linear e do Problema do Transporte na otimização da produção

*Linear Programming and Transport Problem Application to the production optimization*

Thallia Aline Ramos (orientada) \*, Glauca Maria Bressan (orientadora) †

## RESUMO



Os recentes avanços tecnológicos nas atividades de produção agrícola tem em vista um conjunto de operações que buscam otimizar processos de produção. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é otimizar a produção agrícola, maximizando o lucro da produção e minimizando os custos de transporte dos produtos, por meio de Programação Linear. Existem algoritmos que podem ser utilizados computacionalmente para obtenção das soluções desses problemas, como o Método Simplex. Desta forma, este trabalho apresenta um estudo de caso em uma propriedade rural localizada no município de Sertaneja, PR, por meio do estudo de dois problemas de Programação Linear: otimizar a produção agrícola e minimizar o custo de transporte dos produtos, proporcionando a melhor solução para a distribuição nos locais desejados e o lucro de produção das hortaliças, aumentando a produtividade e reduzindo impactos ambientais. Os resultados mostram que a solução otimizada oferece uma diminuição de 15% no valor total do custo de transporte e um aumento de 10,8% sobre o lucro total de produção das hortaliças.



**Palavras-chave:** Problema do Transporte. Problemas de Programação Linear. Método Simplex. Produção Agrícola.

## ABSTRACT

Recent technological advances in agricultural production activities aim at a set of operations that seek to optimize production processes. In this context, the objective of this work is to optimize agricultural production, maximizing production profit and minimizing product transport costs, using linear programming. There are computational algorithms that can be used to obtain the solutions, such as the Simplex Method. In this context, this work presents a case study in a rural property located in the Sertaneja city, in the state of Paraná, by studying two Linear Programming problems: to optimize agricultural production and to minimize the cost of transporting the products, providing the best solution for distribution in the desired locations and the profit of vegetable production, increasing productivity and reducing environmental impacts. Results show that the optimized solution provides 15% decrease in the total value of the transport cost and a 10.8% increase over the total profit from the production of vegetables.

**Keywords:** Transport problem. Linear Programming Problems. Simplex method. Agricultural production.

\*  Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Câmpus Cornélio Procópio.;  
 thallia@alunos.utfpr.edu.br; <https://orcid.org/0000-0003-3530-9801>.

†  Departamento Acadêmico de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Câmpus Cornélio Procópio.;  
 glauciabressan@utfpr.edu.br; <https://orcid.org/0000-0001-6996-3129>.



## 1 INTRODUÇÃO

O Brasil é um dos maiores produtores agrícolas mundiais, principalmente por sua extensão territorial, clima e topologia, além de outros fatores. O agronegócio brasileiro representa, em média, 24% do PIB nacional, de 1996 a 2018 (Castro, 2019). Apesar de representar uma significativa parcela na produção nacional, os agricultores familiares ainda carecem de sistemas de produção apropriados a sua capacidade de investimento, ao tamanho de suas propriedades rurais e ao tipo de mão-de-obra empregada.

De acordo com Goldbarg e Luna (2005) e Arenales *et al* (2015), alguns problemas de produção agrícola podem ser formulados matematicamente como um Problema de Programação Linear (PPL), como por exemplo, a otimização da produção e do transporte de produtos. Por sua vez, a Programação Linear é um ramo da Pesquisa Operacional que utiliza, em sua formulação matemática, equações lineares com o objetivo de maximizar ou minimizar uma função objetivo sujeita a um conjunto de restrições, expressas por equações lineares (GOLDBARG; LUNA, 2005).

No contexto do estudo de problemas de Programação Linear e sua aplicação em problemas de otimização da produção agrícola, o objetivo deste trabalho é apresentar um estudo de caso sobre a otimização da produção agrícola, utilizando dois modelos de PL: maximizar o lucro da produção e minimizar os custos de transporte de produtos para os centros consumidores, levando em conta as limitações do local em estudo. O Método Simplex é utilizado como o algoritmo de resolução do problema para a obtenção da solução ótima dos problemas citados. Um estudo de caso dos problemas propostos é desenvolvido em uma propriedade rural localizada no município de Sertaneja, no estado do Paraná (PR), onde é feita a produção de hortaliças e seu transporte para centros consumidores. A principal contribuição deste estudo é oferecer a maximização do lucro na produção de hortaliças da propriedade de pequeno porte e a minimização dos custos de transporte de produtos para seus destinos.

## 2 METODOLOGIA

A formulação matemática de um Problema de Programação Linear requer 3 elementos fundamentais: o objetivo da otimização, expresso por uma função linear chamada de *função objetivo*, que deve ser maximizada ou minimizada; um *conjunto de restrições*, expressas por equações lineares que representam as condições e limitações do problema que devem ser respeitadas e, por fim, as *condições de não-negatividade* do problema, que consideram que as variáveis de decisão, ou seja, as variáveis para as quais buscamos um valor, são maiores ou iguais a zero.

O Problema do Transporte pode ser representado como um Problema de Programação Linear e interpretado como a tarefa de transportar o que foi produzido pelo local, para seus locais de distribuição. Esse problema tem como objetivo encontrar a melhor solução, com o menor custo, para percorrer os caminhos e realizar o transporte de produtos. Desse modo, o problema deve apresentar como resposta a quantidade que deve ser enviada e para onde deve prosseguir, de maneira que satisfaça as demandas com o menor custo possível. As quantidades produzidas ou ofertadas em cada centro e as quantidades demandadas em cada mercado consumidor são conhecidas. O transporte deve ser efetuado de modo que respeite as limitações de oferta e atenda à demanda (ARENALES *et al*, 2015).

O Método Simplex foi desenvolvido em 1947 por George Dantzig, sendo o primeiro método geral para



solucionar Problemas de Programação Linear. Desse modo, este método é aplicado para obter a solução dos problemas de produção agrícola e de transporte propostos neste trabalho. É um algoritmo fundamental para obtenção da solução ótima do Problema de Programação Linear e utiliza como base a Álgebra Linear. De fato, o algoritmo parte de uma solução viável do sistemas de equações que representam as restrições do PPL, solução essa normalmente extrema (vértice), e a partir dessa solução inicial identifica novas soluções viáveis. Logo, o algoritmo permite encontrar novos e melhores vértices da envoltória convexa do problema e além disso, determinar se o vértice escolhido é uma solução ótima (GOLDBARG; LUNA, 2005).

### 3 ESTUDO DE CASO: APLICAÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSPORTE E PROBLEMA DE PRODUÇÃO AGRÍCOLA

Este estudo tem como objetivo aplicar a Programação Linear para maximizar o lucro da produção de hortaliças da propriedade rural em estudo e minimizar o custo total de transporte de produtos de hortaliças para os destinos, satisfazendo as demandas (Problema do Transporte).

Para a modelagem matemática do Problema do Transporte, os seguintes dados do local são necessários: a propriedade rural produz um total de 5400 kg/mês, os quais são distribuídos para quatro destinos diferentes, sendo que 45% da produção de hortaliças são destinados para as feiras e escolas localizadas em Cornélio Procópio - PR. Outros 20% da produção são destinados para locais da cidade de Sertaneja - PR, 20% para as cidades vizinhas onde é localizada a propriedade rural, 15% para os outros lugares restantes. Em média, 10 canteiros de tamanho 12m de largura por 100m de comprimento são produzidos por mês.

Os custos para transporte dos produtos da origem a cada destino são obtidos com base nas distâncias percorridas para realizar o transporte. A formulação matemática do Problema do Transporte é descrita a seguir. As variáveis de decisão do problema são denotadas por  $x_{ij}$  e representam a quantidade (em quilogramas) de produto transportada da fonte de produção com índice  $i$  ( $i = 1, \dots, 10$ ) para o destino  $j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ).

Formulado o problema como um PPL, o método Simplex é aplicado para a obtenção da solução ótima, com apoio computacional do software LINDO (*Linear Interactive and Discrete Optimizer*).

A solução ótima obtida, após 14 iterações, é: o custo mínimo para o transporte da produção é de R\$935,00. A solução ótima apresenta os seguintes valores para as variáveis de decisão, em quilogramas:  $x_{11} = 340$ ,  $x_{13} = 200$ ,  $x_{23} = 540$ ,  $x_{32} = 540$ ,  $x_{42} = 460$ ,  $x_{43} = 80$ ,  $x_{51} = 540$ ,  $x_{61} = 540$ ,  $x_{71} = 540$ ,  $x_{81} = 540$ ,  $x_{94} = 540$ ,  $x_{103} = 180$ ,  $x_{104} = 360$ .

Estes valores das variáveis de decisão, que representam a solução ótima, são dadas em quilogramas, pois representam a quantidade de produtos que deve ser transportada da fonte de produção  $i$  ( $i = 1, \dots, 10$ ) para o destino  $j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ).

A seguir, o objetivo é formular um problema de produção agrícola para as hortaliças como um PPL e aplicar formas de otimização que maximizem o lucro da produção, respeitando as limitações do solo e do local em estudo.

A Tabela 1 exhibe a produtividade em quilogramas por  $m^2$  dos principais produtos do local e o lucro por quilogramas de produção, representado em reais. Esses dados foram obtidos no local em estudo. Por falta de um local de armazenamento próprio, a produção máxima está limitada a 5.400kg por mês. A área cultivável da propriedade rural é de 12.000  $m^2$ . Portanto, para atender às demandas da propriedade, é imperativo que se plante 10 canteiros de 12m de largura por 100m de comprimento.

De acordo com o modelo de Goldbarg e Luna (2005), o problema em estudo pode ser modelado como



Tabela 1 – Produtividade do Local em Estudo

Cultura	Produtividade (kg/m <sup>2</sup> )	Lucro por kg de produção
Alface	0,15	1,10 reais
Tomate	0,10	0,95 reais
Tomatinho	0,28	0,85 reais
Pimentão	0,11	0,75 reais

um Problema de Programação Linear e resolvido aplicando o Método Simplex para a obtenção da solução ótima. As variáveis de decisão representam a área em  $m^2$  a ser plantada da cultura, em que  $x_1$  = alface;  $x_2$  = tomate;  $x_3$  = tomatinho e  $x_4$  = pimentão. Com suporte computacional do software LINDO ([www.lindo.com](http://www.lindo.com)), a solução ótima obtida, após 4 iterações, apresenta um lucro máximo de R\$2.328,55 e as variáveis de decisão (área em  $m^2$  a ser plantada de cada produto) apresentam os seguintes valores:  $x_1 = 2600 m^2$ ,  $x_2 = 1600 m^2$ ,  $x_3 = 7100 m^2$  e  $x_4 = 700 m^2$ .

Esta solução ótima sugerida pelo Método Simplex é factível de ser implementada na prática, pois não há qualquer limitação na venda desta quantidade ou na rotatividade da cultura. Desta forma, não é necessário incluir limitantes ou outras restrições na formulação matemática do problema.

#### 4 CONCLUSÕES

Esta proposta considera a maximização do lucro do produtor, respeitando as características e as limitações do solo e da propriedade agrícola em estudo, e a minimização dos custos de transporte para os locais consumidores. Os resultados então contribuem para a tomada de decisão do produtor quanto à área que deve ser plantada e quanto ao transporte que deve ser realizado de forma otimizada.

Comparando os resultados obtidos pelos métodos de otimização apresentados neste trabalho com os resultados reais das práticas do local em estudo, tem-se que os métodos de otimização apresentam vantagens. É importante ressaltar que as práticas da propriedade agrícola em estudo não utilizam nenhum recurso científico para definição e otimização das rotas de transporte e nem para o lucro da produção. Segundo informações do local, os produtores atendem conforme uma média de demandas mensais e transportam conforme o chamado. Desta forma, o custo de transporte mensal do local é de R\$1.100,00 e o lucro máximo da produção dos 4 tipos de hortaliças é de R\$2.100,75, pois os produtores sub-utilizam a produção principalmente da variável  $x_3$ . Desta forma, a solução otimizada oferece uma diminuição de 15% no valor total do custo de transporte e um aumento de 10,8% sobre o lucro total de produção das hortaliças.

#### AGRADECIMENTO

Agradecimento à Fundação Araucária pela bolsa de iniciação científica concedida.

#### REFERÊNCIAS

ARENALES, M. N. *et al.* **Pesquisa operacional:** para cursos de engenharia. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.



CASTRO, N. R. **Produtividade do trabalho cresce mais no agronegócio que no Brasil e impulsiona PIB do setor.** São Paulo: Cepea, 2019.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos.** 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.