



# Desenvolvimento e controle de posição de um sistema de equilíbrio birrotor

## *DEVELOPMENT AND POSITION CONTROL OF A BIROTOR BALANCE SYSTEM*

André Kiyoshi Savazaki\*, Prof. Dr. Emerson Ravazzi Pires da Silva†

### RESUMO

O mercado, bem como o investimento em pesquisas de veículos aéreos não-tripulados (VANT's) vem aumentando constantemente, devido ao crescente avanço tecnológico e científico. Este trabalho tem como proposta apresentar o desenvolvimento de um módulo didático de um sistema birrotor que reproduza o movimento de rotação em torno do eixo y (pitch) de um quadrirrotor, e também expor a estratégia de controle utilizada para realizar o equilíbrio da estrutura. Na primeira parte do projeto é construído a estrutura do protótipo, constituído por dois rotores fixos nas extremidades de uma barra rígida equilibrada por um pivô central, sendo semelhante a uma gangorra. Em seguida é feito o modelamento do sistema e definido o método de controle que é utilizado. Na segunda parte, é determinada a função de transferência da planta e com base em testes práticos são sincronizados os valores dos parâmetros do controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Por fim, é avaliado a eficiência do controlador através de simulações pelo software Matlab/Simulink® e por testes aplicados ao protótipo, apresentando resultados satisfatórios.

**Palavras-chave:** Birrotor, Controlador PID, Modelo Matemático, Simulink

### ABSTRACT

The market, as well as the investment in research on unmanned aerial vehicles (UAV's) has been constantly increasing, due to increasing technological and scientific advances. This work proposes to present the development of a didactic module of a birotor system that reproduces the rotation movement around the y axis (pitch) of a quadrotor, and also to expose the control strategy used to carry out the balance of the structure. In the first part of the project, the structure of the prototype is built, consisting of two rotors fixed at the ends of a rigid bar balanced by a central pivot, similar to a seesaw. Then, the system is modeled and the control method used is defined. In the second part, the transfer function of the plant is determined and, based on practical tests, the values of the parameters of the Proportional-Integral-Derivative (PID) controller are synchronized. Finally, the efficiency of the controller is evaluated through simulations using the Matlab/Simulink® software and tests applied to the prototype, with satisfactory results.

**Keywords:** Birotor, PID controller, Mathematical model, Simulink

## 1 INTRODUÇÃO

Os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT's) possuem uma vasta versatilidade em aplicações nas áreas de mapeamento geográfico, indústria cinematográfica, entretenimento, missões militares, entre outras.

\*Engenharia de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procopio, Paraná, Brasil;  
[savazaki@alunos.utfpr.edu.br](mailto:savazaki@alunos.utfpr.edu.br)

† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procopio; [emersonr@utfpr.edu.br](mailto:emersonr@utfpr.edu.br)



Dentre as várias estruturas de VANT's existentes, a que mais recebe destaque é o quadricóptero, em virtude desta plataforma ser a mais flexível no ramo da robótica aérea, uma vez que possui um alto grau de manobrabilidade, baixo custo e ser um dos modelos mais simples em comparação aos demais, sendo assim, a mais utilizada para pesquisas de mobilidade e percepção tridimensional (OST, 2015, p. 1).

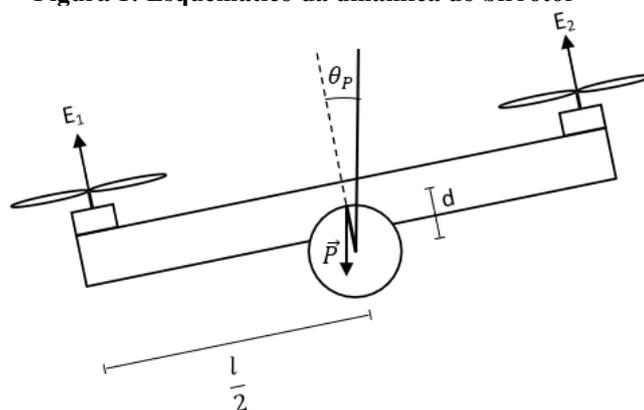
Para o desenvolvimento do controle dinâmico de um quadricóptero que apresente um bom desempenho de estabilidade durante o voo, são levados em consideração diversos fatores, como a eficiência do conjunto dos atuadores composta pelo Eletronic Speed Control (ESC), motor e hélice, precisão dos sensores, autonomia de bateria e a estratégia de controle em si. Na literatura especializada, encontram-se diversos trabalhos relacionados ao desenvolvimento e estudo de métodos de controle para quadricópteros. A título de exemplo, no trabalho de Silva (2017, p. 19), o autor utiliza um algoritmo inteligente baseado na lógica nebulosa para o controle do quadricóptero, enquanto que o autor Farias (2019, p. 7), utiliza estratégias de controle preditivo baseado em modelo (do inglês, *Model Predictive Control* - MPC) implementado em FPGA (do inglês, *Field Programmable Gate Array*). Porém, a estratégia que mais se destaca, e comumente mais adotada, é a utilização de controladores da família Proporcional-Integral-Derivativo (PID) em razão da sua aplicabilidade, não necessitando, na maioria das vezes, de um modelo matemático extremamente preciso para obter resultados satisfatórios (VASCONCELLOS; CAUNDA, 2013, p. 63).

Tendo em vista a inviabilidade de se realizar testes práticos de controle diretamente a um VANT, devido aos riscos proporcionados, tanto ao equipamento quanto aos indivíduos envolvidos, surge a necessidade de se desenvolver protótipos que possibilitem aplicar os conceitos aprendidos em situações controladas, para que, assim, os alunos se deparem com situações reais e possam consolidar os conhecimentos adquiridos (KELES; SILVA; CAMPOS; BRAGA, 2017, p. 1). Dessa forma, neste trabalho propõe-se desenvolver um módulo didático de baixo custo relativo para o controle de um sistema birrotor, que reproduza o movimento de rotação em torno do eixo  $y$  (*pitch*) de um quadricóptero.

## 2 MÉTODO

O processo de construção do módulo didático foi feito com base na ilustração da Fig. 1, que apresenta uma estrutura mecânica semelhante a uma gangorra, composta por uma barra rígida equilibrada em um pivô no seu centro de massa, possuindo um atuador em cada extremidade (birrotor) responsáveis por exercer o empuxo que resultará na movimentação da estrutura.

Figura 1: Esquemático da dinâmica do birrotor

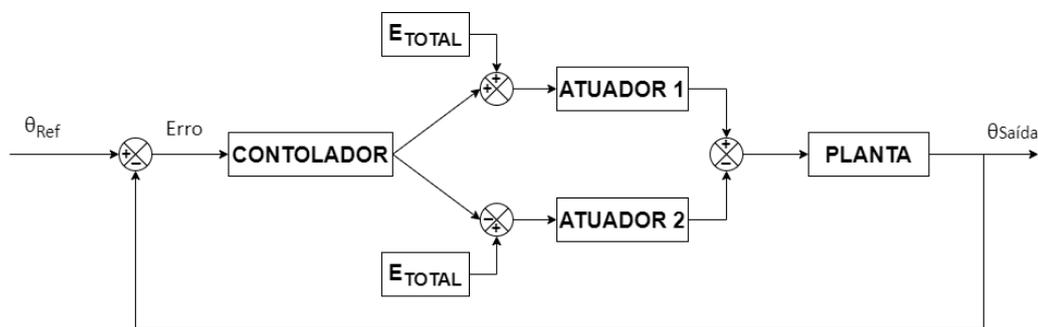


Fonte: Adaptado de (VASCONCELLOS; CAUNDA, 2013, p. 54)

Sendo  $\theta_p(s)$  o ângulo de inclinação da estrutura,  $E_{1,2}$  a força resultante,  $d$  o raio do eixo cilíndrico,  $\vec{P}$  é o módulo da força peso e  $l$  é o comprimento da haste.

Um sensor posicionado no centro da barra monitora continuamente a variação do ângulo em relação ao eixo horizontal, enviando esses dados para o sistema de controle que, por sua vez, os compara com o valor desejado (*setpoint*) e, em seguida, define os sinais PPM (do inglês, *Pulse Position Modulation*) que serão enviados para cada atuador (hélice), de forma que, caso o sinal enviado para um atuador aumente, o sinal para o outro atuador diminuirá proporcionalmente (GOMES, p. 4). A estratégia de controle adotada pode ser vista no diagrama de blocos da Fig. 2.

**Figura 2: Diagrama de blocos da estratégia de controle**



Fonte: Adaptado de (GOMES, 2021, p. 5)

O modelo matemático, via função transferência, que representa a dinâmica do sistema pode ser visto na Eq. (1). Vale destacar que devido a não-linearidade, causado pela presença da função seno trigonométrico em uma das parcelas do sistema, utiliza-se a propriedade matemática que aproxima  $\text{sen}(\theta_p) \approx \theta_p$ , assim, o sistema apresenta comportamento linear apenas para pequenos ângulos, ou seja, pequenos deslocamentos (VASCONCELLOS; CAUNDA, 2013, p. 53).

$$G(s) = \frac{\theta_p(s)}{E_R(s)} = \frac{A_2}{s^2 - A_1} \quad (1)$$

sendo que,

$$A_1 = \frac{d \cdot P}{J} \quad \text{e} \quad A_2 = \frac{l}{2J} \quad (2)$$

Sendo, como já supracitado,  $\theta_p(s)$  o ângulo de inclinação da estrutura,  $E_R(s)$  a força resultante,  $d$  o raio do eixo cilíndrico,  $P$  é o módulo da força peso,  $J$  é o momento de inercia e  $l$  o comprimento da haste.

## 2.1 Estratégia de controle

Para o controle do módulo didático, foi implementado um controlador do tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) (OGATA, 2010, p. 521). A Equação (3) mostra a função de transferência do controlador.

$$G_{pid}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3)$$



sendo  $K_p$  o ganho proporcional,  $K_i$  o ganho integrativo e  $K_d$  o ganho derivativo. Para mais detalhes sobre a estratégia vide, por exemplo, (NISE, 2017).

Com base na função de transferência apresentada na Eq. (1), foram realizadas medições das constantes necessárias para a obtenção do modelo matemático do sistema, os dados aferidos estão apresentados na Tab. 1.

**Tabela 1: Constantes aferidas no módulo didático.**

Constantes	Valor
$d$	0,022 m
$l$	0,5 m
$P$	7,38 N
$m$	0,748 Kg
$J$	$15,58 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2 \left( J = \frac{1}{12} ml^2 \right)$

Fonte: Autoria própria.

A partir dos dados coletados e da Eq. (1), obteve-se a função de transferência do módulo didático, representado pela Equação (6).

$$G(s) = \frac{\theta_P(s)}{E_R(s)} = \frac{16,04}{s^2 - 10,36} \quad (6)$$

A sintonia dos ganhos,  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ , do controlador PID foi efetuada de maneira empírica, partindo da realização de diversos testes computacionais e práticos. Dessa forma, foi possível analisar o comportamento da resposta transitória de malha-fechada do sistema variando-se os valores de  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ . Conseqüentemente, foi possível compreender o desempenho dinâmico do módulo didático e sintetizar os ganhos mais adequados que fazem com que o sistema apresente uma resposta transitória satisfatória. O controlador PID sintetizado e implementado é dado pela Eq. (7).

$$G_{pid}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = 1,3 + \frac{0,63}{s} + 0,75s \quad (7)$$

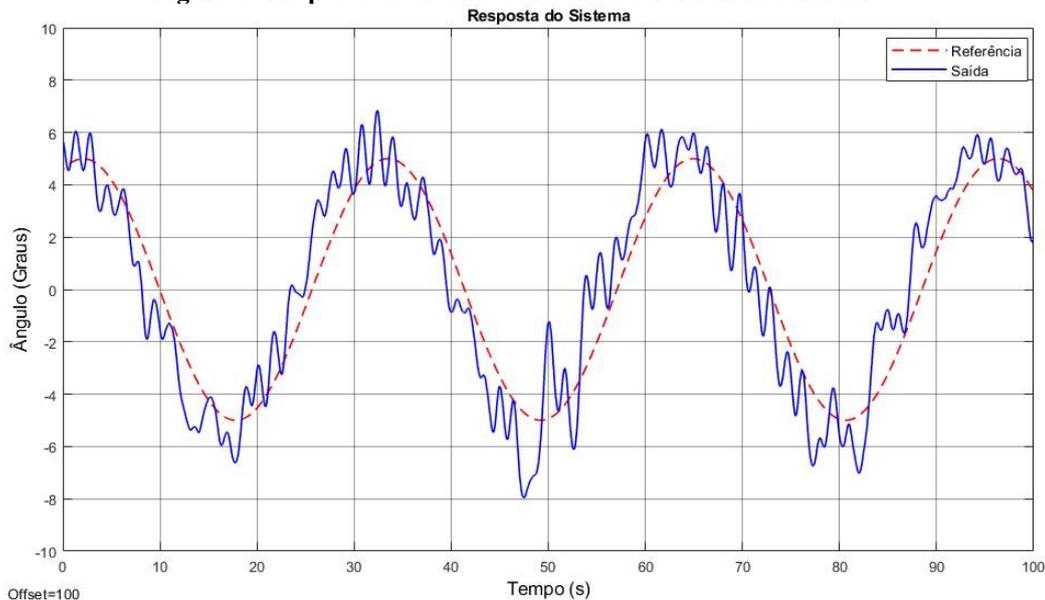
### 3 RESULTADOS

A partir da construção do módulo didático, da implementação da comunicação entre o módulo e o software Simulink<sup>®</sup> através da placa de prototipagem Arduino<sup>®</sup> e a sintonia dos ganhos,  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ , do controlador PID, realizou-se o teste prático do sistema de controle de posição birrotor com o intuito de obter a resposta controlada em malha-fechada. Desse modo, para observar o seu comportamento dinâmico, foi aplicado um sinal de referência (*setpoint*) do tipo senoidal com uma variação de amplitude entre  $-5^\circ$  e  $5^\circ$ , veja a curva pontilhada vermelha na Fig. 3.

Ainda, na Fig. 3 é apresentado a resposta controlada do sistema, onde é feita a comparação entre o sinal de referência,  $r(t)$ , e o sinal de saída,  $\theta_P(t)$ . O sistema apresentou um desempenho satisfatório, conseguindo seguir a referência com certa precisão, embora apresente uma margem de

oscilação de  $\pm 2^\circ$ , que pode ser decorrente de turbulências causadas pela proximidade ao solo e a possibilidade de haver algum componente que não foi modelado de forma fiel.

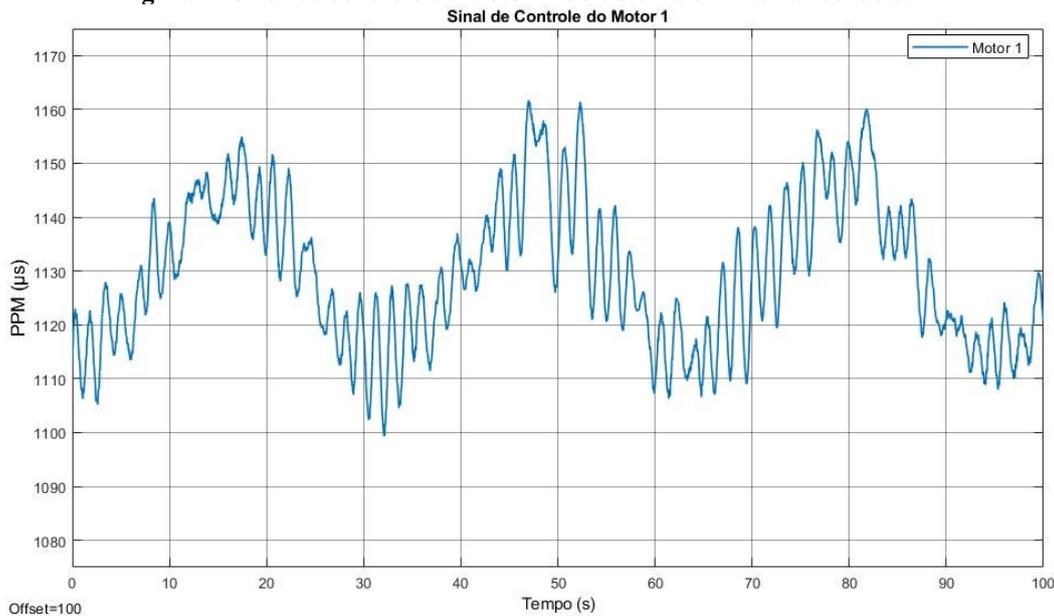
**Figura 3: Resposta do sistema controlado a referência senoidal**



**Fonte: Autoria própria**

A Figura 4 mostra o sinal de controle enviado para o motor 1 durante o controle do sistema. Onde, decorrente da forma que foi estruturada a estratégia de controle, vista na Figura 2, o sinal de controle do motor 2 possui um sinal idêntico porem espelhado. Assim, os sinais PPM alternam entre  $1100 \mu\text{s}$  e  $1160 \mu\text{s}$  de acordo com o sinal de referência.

**Figura 4: Sinal de controle do motor 1 do sistema em malha-fechada.**



**Fonte: Autoria própria.**



## 4 CONCLUSÃO

Pode-se verificar que as principais metas deste trabalho foram alcançadas com êxito, sendo a construção, a obtenção da modelagem matemática, via função de transferência, e o controle, através de um PID, da posição de um módulo didático birrotor, de modo que a partir de testes experimentais foi possível validar o seu desempenho em malha-fechada. Uma outra contribuição do projeto é possibilitar a sua replicabilidade, pois utilizou-se de materiais de fácil acesso e baixo custo relativo na construção.

Para controlar o sistema, por questões de praticidade, optou-se por sintonizar os ganhos de forma empírica, o que demonstra o motivo do controle do tipo PID ser tão utilizado na área acadêmica quanto nas indústrias, visto a sua eficiência e praticidade por não ser necessário possuir conhecimento do modelo da planta para se obter um desempenho satisfatório. De qualquer forma, o presente trabalho apresentou a construção do modelo matemático, onde o mesmo foi obtido através da função de transferência já conhecida da literatura especializada substituindo as constantes por valores aferidos no sistema real.

Por mais que o trabalho desenvolvido tenha apresentado bons resultados, o mesmo ainda possui possibilidades de aprimoramento e viabilidade de desenvolvimento de trabalhos futuros, tais como diminuir o ruído e melhorar a precisão do sensoriamento aplicando outras estratégias, como o Filtro de Kalman, a utilização de outros métodos de controle como a lógica *Fuzzy*, controladores do tipo LQR (do inglês, *Linear Quadratic Regulator*), controladores baseados nas normas  $H_2$  e  $H_\infty$ , entre outros. Além de poder ser utilizado como base para o desenvolvimento de um módulo quadrirrotor.

## REFERÊNCIAS

- OST, Augusto. **Modelagem Matemática do Conjunto ESC Motor Hélice de um VANT do tipo Quadrirrotor Utilizando Identificação de Sistemas**. 2015. 123p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2015.
- SILVA, Rodolfo Castro. **Construção e Controle de um Veículo Quadrirrotor Usando Logica Nebulosa**. 2017. 99p. Universidade Estadual Paulista, 2017
- FARIAS, Alceu Bernardes Castanheira. **Implementação Em FPGA de Estratégias de Controle Preditivo Para um Quadrirrotor**. 2019. 136p. Dissertação - Universidade de Brasília, 2019.
- VASCONCELLOS, Camila Simões Costa Cunha; CATUNDA, Paulo Roberto Yamasaki. **Projeto, Construção e Controle de um Protótipo de um Quadrirrotor**. 2013. 114p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.
- KELES, Natália A.; SILVA, Marina A.; CAMPOS, Vítor C. S.; BRAGA, Márcio F. **Módulos Didáticos Para o Ensino de Análise e Controle de Sistemas Dinâmicos**. 2017. 6p.
- GOMES, Malcolm Vellani. **Modelamento, caracterização e controle de um sistema birrotor**. 11p. Centro Universitário do Norte Paulista.
- OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2010.
- NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle**. Rio de Janeiro: LTC, 2017.