



SEI-SICITE 2021

Pesquisa e Extensão para um mundo em transformação

## Construção e controle de posição de um sistema pêndulo-hélice

### CONSTRUCTION AND POSITION CONTROL OF A PENDULUM-PROPELLER SYSTEM

Aline Moro do Carmo\*, Emerson Ravazzi Pires da Silva†

#### RESUMO

Com o aumento das produções em larga escala e a necessidade de automatização dos processos, garantindo uma maior eficiência e padronização da produção, os estudos acerca de sistemas de controle, comparando suas características, vantagens e desvantagens, têm se tornado cada vez mais constantes. Com o objetivo de incentivar e facilitar a replicação de protótipos para fins didáticos relacionados ao tema, este trabalho tem como finalidade propor a construção de um módulo didático de um sistema dinâmico do tipo pêndulo-hélice, a partir do uso de materiais de baixo custo e fácil acesso, assim como a análise e modelagem matemática da dinâmica do sistema, a fim de possibilitar o projeto de um controlador do tipo PID (Proporcional-Integrativo-Derivativo) a ser implementado no controle de posição da haste, tendo a eficácia do controlador projetado validada através de análises experimentais realizadas por meio da plataforma de prototipagem Arduino® em conjunto com a ferramenta computacional Matlab®/Simulink®.

**Palavras-chave:** Controlador PID, Controle de posição, Módulo didático, Sistemas de controle.

#### ABSTRACT

With the increase in large-scale production and the need for process automation, ensuring greater efficiency and standardization of production, studies about control systems, by comparing their characteristics, advantages and disadvantages, have become increasingly constant. In order to encourage and facilitate the replication of prototypes for educational purposes related to the topic, this paper aims to propose the construction of a pendulum-propeller module, using low-cost and easy accessibility materials, as well as the analysis and mathematical modelling of the system dynamics, in order to enable the development of a PID (Proportional-Integrative-Derivative) controller to be applied in the rod position control, having the controller efficiency validated by experimental analysis using the Arduino® prototyping platform in conjunction with the computational tool Matlab®/Simulink®.

**Keywords:** PID controller, Position control, Didatic module, Control Systems.

## 1 INTRODUÇÃO

Com a grande necessidade de se automatizar processos a fim de se obter uma produção ainda mais padronizada, rápida e eficiente, os estudos de novas técnicas e aplicações acerca de sistemas de controle têm ganhado cada vez mais espaço, sendo largamente utilizados na automação de processos, garantindo uma maior precisão e eficiência das tarefas a serem executadas. Assim, a aplicação e desenvolvimento de controladores está presente, sobretudo, em grande parte dos processos industriais, desde os sistemas de fabricação mais simples aos mais complexos (OGATA, 2010).

\* Engenharia de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procopio, Paraná, Brasil; [alinemoro@alunos.utfpr.edu.br](mailto:alinemoro@alunos.utfpr.edu.br)

† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procopio; [emersonr@utfpr.edu.br](mailto:emersonr@utfpr.edu.br)

Dentre os diversos setores industriais onde se faz presente a automação, os controladores são aplicados em grande parte dos processos, sendo a posição uma das variáveis mais importantes a serem controladas de forma a se obter uma maior precisão dos equipamentos durante a execução de tarefas mais específicas, como no controle da posição de uma esteira ou de um braço robótico, por exemplo (SILVA, 2017).

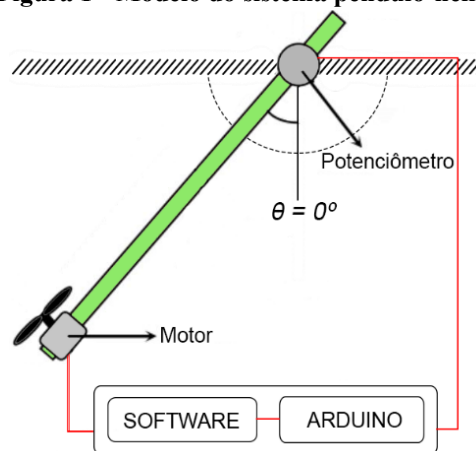
Uma das formas de se fazer estudos, pesquisas e aplicações práticas acerca de sistemas de controle é através da utilização de módulos didáticos, sendo o sistema pêndulo-hélice um exemplo de módulo de controle de posição, o qual aqui será construído para o desenvolvimento e análise do controlador projetado e aplicado.

Desta forma, neste trabalho propõe-se o desenvolvimento, a construção e a identificação de um modelo matemático do módulo didático de um sistema do tipo pêndulo-hélice, além da síntese e aplicação de um controlador clássico PID para o controle de posição da haste. O módulo foi construído a partir de materiais de baixo custo e de fácil acesso, visando a simplicidade e facilidade de replicação do protótipo, permitindo, assim, a efetivação prática dos conceitos teóricos estudados em sala de aula.

## 2 MÉTODO

O sistema de controle a ser projetado para o sistema pêndulo-hélice, ilustrado na Fig. 1, tem como finalidade garantir que a haste, onde há um motor com hélice conectado, atinja uma posição angular desejada (*setpoint*) e definida pelo usuário.

Figura 1 - Modelo do sistema pêndulo-hélice



Fonte: adaptado de Kizmaz (2010)

Quando o sistema está em operação, através de um potenciômetro (aqui utilizado como sensor de deslocamento) conectado à extremidade da haste na parte superior, é possível realizar a leitura da posição angular em que a haste se encontra e enviar essa informação ao sistema de controle que, através da comparação entre a posição angular atual e o *setpoint*, é capaz de realizar o controle do sistema, levando-o à posição desejada e eliminando, assim, o erro em regime permanente.

A modelagem matemática do sistema pêndulo-hélice, via identificação, foi feita através da obtenção real de uma curva de reação do sistema em malha-fechada e sem compensação, possibilitando o cálculo, através da curva de posição angular, do fator de amortecimento,  $\xi$ , e a frequência natural,  $\omega_n$ , do sistema dinâmico (AGUIRRE, 2007). Com base nos parâmetros obtidos, foi possível encontrar a função de transferência do sistema através da representação geral de um sistema de segunda ordem subamortecido, apresentado na Eq. (1), onde K representa a posição angular final.

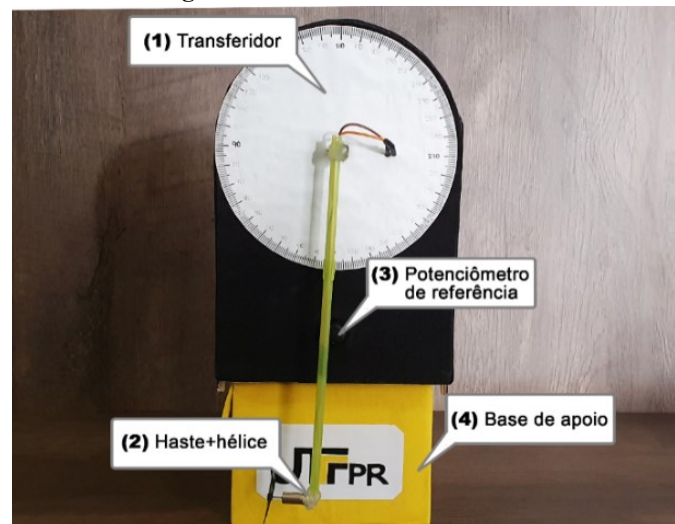
$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + (2\xi\omega_n)s + \omega_n^2} \quad (1)$$

## 2.1 Materiais

Para o desenvolvimento do módulo didático foram utilizados materiais de baixo custo e de fácil acessibilidade, com o objetivo de tornar o módulo simples e barato. O protótipo construído é apresentado na Fig. 2.

A estrutura do protótipo foi desenvolvida considerando duas peças principais, sendo a primeira a parte superior, onde estão fixados o transferidor (elemento 1), o conjunto haste-hélice (elemento 2), o potenciômetro de referência (elemento 3), responsável por definir o *setpoint*, além dos outros componentes eletrônicos, tendo toda sua estrutura física construída com a utilização de quatro camadas de papel panamá, um material semelhante ao papelão, porém mais barato e resistente, tendo em vista a finalidade do protótipo. A segunda peça (elemento 4), feita de papelão, foi utilizada apenas como uma base de apoio.

Figura 2 - vista frontal do módulo



Fonte: autoria própria (2021)

## 2.2 Controle PID

Para realizar o controle de posição da haste do protótipo, foi sintetizado um algoritmo clássico de um controlador Proporcional-Integrativo-Derivativo (PID), através do Lugar Geométrico das Raízes (*Root-Locus*), considerando a função de transferência do sistema obtida através da Eq. (1). A função de transferência do controlador PID, em Laplace, é mostrada na Eq. (2).

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2)$$

sendo  $K_p$  o ganho proporcional,  $K_i$  o ganho integrativo e  $K_d$  o ganho derivativo.

## 2.3 Função de Transferência do Sistema



As primeiras simulações realizadas com o protótipo em malha-fechada revelaram que o sistema não possuía *overshoot* para os possíveis valores de referência utilizados, caracterizando que o sistema original é do tipo superamortecido ou criticamente amortecido.

Para que fosse possível obter os parâmetros  $\xi$  e  $\omega_n$ , da Eq. (1), característica de um sistema subamortecido, foi necessário, inicialmente, gerar um *overshoot* forçado através do acréscimo de um ganho proporcional,  $K_p$ , em série com a planta. No entanto, à medida em que se aumentava o valor de  $K_p$ , as características dinâmicas do sistema se alteravam significativamente para os diferentes valores de referência implementados, apresentando grandes *overshoots* para referências maiores e baixos ou nenhum *overshoot* para referências menores.

Após a realização e análise de testes de implementação, foi escolhido um  $K_p = 1,8$  com o sistema operando em uma faixa de  $60^\circ$  a  $110^\circ$ , sendo a função de transferência em malha-fechada calculada na posição média de  $85^\circ$ .

Para o desenvolvimento do controlador através do método empregado, é necessário obter a função de transferência do sistema em malha-aberta e subtrair o ganho proporcional,  $K_p$ , adicionado inicialmente para forçar um *overshoot* na curva de reação. A função de malha-aberta calculada é apresentada na Eq. (3).

$$G_{MA} = \frac{31,494}{s^2 + 18,036s + 80,591} \quad (3)$$

## 2.4 Projeto do Controlador

Obtida a função de transferência do sistema de malha-aberta, foi possível projetar o controlador PID, empregando o Método do Lugar Geométrico das Raízes (*Root-Locus*). Para isso, os requisitos de projeto foram definidos de forma arbitrária buscando uma resposta controlada satisfatória, sendo o máximo *overshoot* (%UP) menor ou igual a 5%, tempo de pico ( $T_p$ ) igual a 0,21 segundos e erro nulo.

Para atender os requisitos de projeto, através das informações obtidas pela Eq. (3), foram calculados os parâmetros  $\xi$  e  $\omega_n$  necessários para o sistema compensado, assim como o *Root-Locus* do sistema, possibilitando desse modo o cálculo dos ganhos do controlador PID, sendo o ganho proporcional,  $K_p$ , igual a 9,729, o ganho integrativo,  $K_i$ , igual a 4,792 e o ganho derivativo,  $K_d$ , igual a 0,29. A função de transferência do controlador é apresentada na Eq. (4).

$$G_{PID}(s) = 9,729 + \frac{4,792}{s} + 0,29s \quad (4)$$

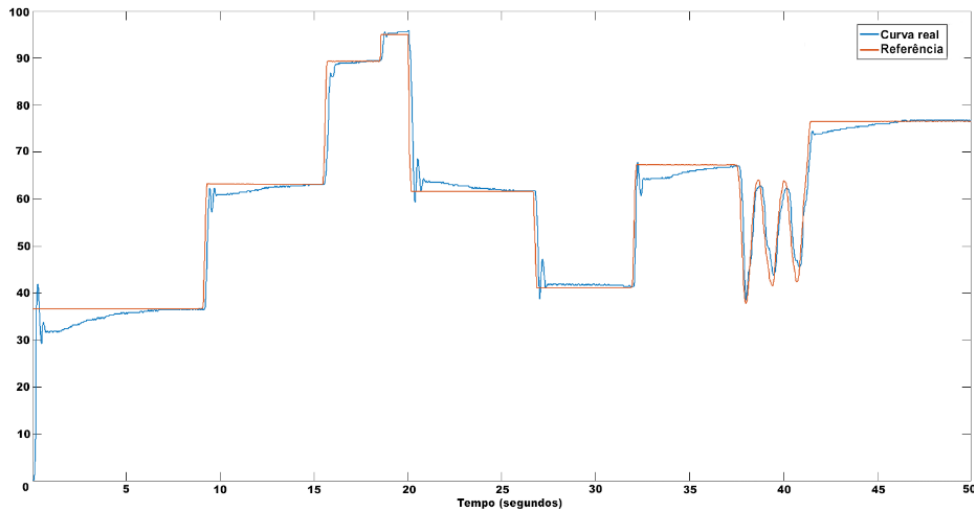
## 3 RESULTADOS

Após a construção do módulo didático e obtidas as funções de transferência da planta e do controlador, bem como seus ganhos ( $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ ), realizou-se a implementação do controlador na prática, considerando o sistema de malha-fechada, a fim de se observar o comportamento transitório do sistema compensado, bem como a eficácia do controlador projetado.

A implementação do sistema compensado foi feita, inicialmente, para um *setpoint* de  $35^\circ$ , o que fez que a curva da resposta do sistema atingisse um tempo de pico de 0,3 segundos, com um *overshoot* de 4,83% e erro nulo em regime permanente, respeitando, então, os requisitos de projeto.

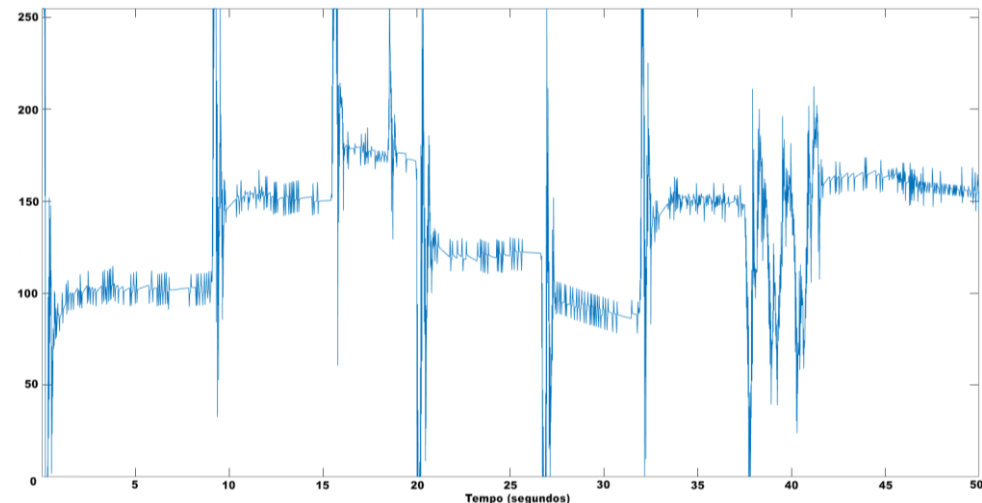
Logo após, foi feita uma última implementação do sistema compensado, com o objetivo de analisar seu desempenho para diferentes valores de referência, i.e., para referências com amplitudes dinâmicas. As curvas de posição angular obtidas, assim como a de sinal de controle, podem ser observadas através da Fig. 3 e da Fig. 4, respectivamente.

**Figura 3 - Sistema compensado e com referência variável**



Fonte: autoria própria (2021)

**Figura 4 - Sinal de controle do sistema compensado e referência variável**



Fonte: autoria própria (2021)

#### 4 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como principal objetivo o desenvolvimento, análise e a aplicação de uma técnica de controle em um módulo didático do sistema pêndulo-hélice construído, sendo o desempenho e resultados do controlador validados através de análise experimental. Além disso, o desenvolvimento do projeto possibilitou novos conhecimentos nas áreas relacionadas ao sensoriamento, comunicação entre hardware e software, o controle e modelagem de sistemas dinâmicos reais.



Para realizar o controle do módulo, foi projetado um controlador PID através do método do Lugar Geométrico das Raízes, de acordo com os requisitos de projeto desejados e escolhidos de forma arbitrária, através da análise de testes e simulações realizadas anteriormente.

Com base nas respostas obtidas, observou-se que o controlador projetado para o sistema garantiu resultados satisfatórios, levando o sistema de malha-fechada à referência estipulada, eliminando, assim, o erro em regime permanente.

Ademais, através da análise do sinal de controle obtido na implementação do sistema compensado, notou-se que em alguns momentos ocorreu uma saturação do sinal, o que não prejudicou significativamente o desempenho do controlador neste caso em específico. No entanto, em um projeto de controle deve-se analisar a relação entre a resposta obtida, assim como o esforço do sinal de controle (energia necessária para controlar o sistema), e os requisitos do sistema, já que em sistemas dinâmicos reais, diferente dos simulados, algumas situações não são aplicáveis, considerando que sistemas reais não são ideais, apresentando certas limitações.

Por fim, o projeto desenvolvido possui perspectivas de aperfeiçoamento para trabalhos futuros, tais como a melhoria da análise e modelagem da função de transferência do sistema dinâmico através de técnicas de controle robusto, a fim de se obter uma melhor representatividade para diferentes referências, visto que o sistema em questão possui suas características dinâmicas alteradas em função da referência definida, podendo apresentar mais ou menos oscilações de acordo com o setpoint estabelecido. Além disso, podem ser aplicadas e comparadas diferentes técnicas de controle para o sistema, analisando o desempenho e características de cada uma.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais**. 3. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.
- COELHO, Antônio Augusto; COELHO, Leandro. **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares**. Florianópolis: Editora UFSC, 2004.
- COELHO, Eduardo; SOUSA, Rodrigo. **Sistema Pêndulo + Hélice: Controle de Posição**. Universidade Federal de Minas Gerais, 2018. Disponível em: <https://www.instructables.com/Sistema-P%C3%AAndulo-H%C3%A9lice-Controle-De-Posi%C3%A7%C3%A3o/>. Acesso em: 20 mar. 2021.
- FILHO, Carlos Antonio Monteiro. **Modelagem e Controle de Sistema Pêndulo-Hélice**. Universidade Federal da Bahia (UFBA), jun. 2019.
- LA ROSA, Vladimir Viltres. **Control de posición de un balancín con motor y hélice**. Universidad de Valladolid, jun. 2012.
- NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle**. 6. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2013.
- OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2010.
- SILVA, Elves Sousa. **Sistema de controle de posição aplicado a um protótipo de válvula proporcional**. UFPB - Universidade Federal de Paraíba, 2017.
- KIZMAZ, Hakan; AKSOY, Saadettin; MUHURCU, Aydin. **Sliding Mode Control of Suspended Pendulum**. Proceedings - International Symposium: Modern Electric Power Systems, MEPS'10, p. 1-6, 22 out. 2010.