



Avaliação do desempenho de métodos de análise p-delta em problemas de estabilidade de pórticos planos

Performance evaluation of p-delta analysis methods on stability problems of plane frames

Djonathan Weiss*, Rodnny Jesus Mendoza Fakhye†

RESUMO

As tecnologias disponíveis na atualidade, permitem edificações com índices de esbeltez elevados. Esta esbeltez pode fazer surgir esforços adicionais provenientes das deformações e deslocamentos horizontais. Estes efeitos são chamados de efeitos de segunda ordem, e sua avaliação não pode ser realizada usando hipóteses de estruturas elásticas e lineares. Neste trabalho foram utilizados três métodos numéricos que realizam a análise chamada de P-Delta de forma iterativa e aproximada, para a quantificação dos efeitos de segunda ordem. Foram utilizados o método da carga lateral fictícia, o método da carga de gravidade iterativa e o método da rigidez negativa. Para avaliação do desempenho destes métodos foi utilizado um pórtico de quatro pavimentos com carregamentos verticais e laterais. Foram identificadas algumas diferenças nas hipóteses iniciais de cada método e nos algoritmos das iterações. Todos os métodos foram implementados usando planilhas de cálculo. Para efeitos de comparação foi calculado o coeficiente de estabilidade γ_z , e, como referência, foram usados o software Mastan2 e resultados disponíveis na literatura. Após as análises foi verificado que os métodos apresentaram resultados consistentes, com erros menores que 1%, quando comparados com os resultados da literatura, possibilitando sua utilização na avaliação de efeitos de segunda ordem em pórticos planos.

Palavras-chave: efeitos de segunda ordem, p-delta, estabilidade estrutural.

ABSTRACT

The technologies available today allow buildings with high levels of slenderness. This slenderness can give rise to additional stresses arising from deformations and horizontal displacements. These effects are called second-order effects, and their evaluation cannot be performed using assumptions of elastic and linear structures. In this work, three numerical methods were used that perform the analysis called P-Delta in an iterative and approximate way, for the quantification of second order effects. The dummy lateral load method, the iterative gravity load method and the negative stiffness method were used. To evaluate the performance of these methods, a four-story frame with vertical and lateral loading was used. Some differences were identified in the initial hypotheses of each method and in the iteration algorithms. All methods were implemented using spreadsheets. For comparison purposes, the stability coefficient γ_z was calculated and, as a reference, the Mastan2 software and results available in the literature were used. After the analyses, it was verified that the methods presented consistent results, with errors less than 1%, when compared to the results in the literature, allowing its use in the evaluation of second order effects in plane frames.

Keywords: second order effects, p-delta, structural stability.

* Engenharia civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, Paraná, Brasil; djonathanweiss@alunos.utfpr.edu.br

† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo; rodnny@utfpr.edu.br



1 INTRODUÇÃO

Com os avanços na tecnologia do concreto disponíveis, nas obras atuais existe a possibilidade real de trabalhar com concretos de alto desempenho, permitindo assim, o projeto e a execução de estruturas mais esbeltas. Como comparação, pode-se lembrar que há poucas décadas, a resistência à compressão usual em estruturas de concreto era em torno de 15MPa a 20MPa (MONCAYO, 2011).

Essa esbeltez nas edificações, leva a deslocamentos horizontais maiores, e, conseqüentemente, a esforços maiores na estrutura (AZAMBUJA, 2015). Os esforços adicionais provenientes dos deslocamentos horizontais são chamados de esforços de segunda ordem.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) classifica as estruturas de acordo com a magnitude dos efeitos de segunda ordem como de nós fixos ou nós móveis, sendo que uma estrutura de nós fixos é aquela na qual os efeitos globais de segunda ordem podem ser desconsiderados. Para esta classificação, a norma apresenta o parâmetro de instabilidade α (alfa) e o coeficiente de estabilidade γ_z (gama-z). Neste trabalho será utilizado somente o coeficiente γ_z .

O coeficiente γ_z tem a vantagem de poder ser utilizado como coeficiente de majoração dos efeitos de primeira ordem, porém, existem situações em que este coeficiente pode ser pouco confiável, o que torna o seu uso inviável em alguns casos (IGLESIA, 2016). Faz-se necessário o uso de processos mais complexos, como por exemplo softwares de análise estrutural. Porém, geralmente, estes são pagos, o que dificulta o seu acesso à profissionais e acadêmicos.

Quais seriam, então, soluções confiáveis, e, ao mesmo tempo, acessíveis, para o cálculo destes efeitos?

Existem os processos chamados P-Delta, que consistem em uma análise não linear que busca a posição de equilíbrio da estrutura e, geralmente, são métodos iterativos, implementados de forma computacional ou manual.

Dentre os métodos manuais, três deles foram estudados e são apresentados, e, por meio de um exemplo, tentou-se avaliar a sua eficiência neste trabalho. Como forma de validação do estudo, os resultados obtidos foram comparados com as respostas fornecidas pelo software Mastan2, com o objetivo de identificar as potencialidades e limitações de cada método.

2 MATERIAL E MÉTODOS

A seguir apresenta-se uma breve definição do processo p-delta e, em seguida, os três métodos que foram estudados além de um exemplo de pórtico de quatro pavimentos com cargas verticais e laterais, com o objetivo de avaliar o desempenho dos métodos. Para cada método, foram criadas planilhas em Excel (MICROSOFT, 2019) para sua implementação. A análise de primeira ordem foi feita no software Ftool (TECGRAF, 2018).

Também são apresentados os valores obtidos por meio do coeficiente γ_z e com o software Mastan2 (MASTAN2). Além disso, os resultados foram comparados com os resultados disponíveis na literatura. O comparativo é feito em relação aos deslocamentos finais no topo e momentos finais na base do pilar esquerdo.

2.1 Processo P-delta

O processo P-Delta é um processo de análise não-linear que, segundo Feitosa (2016), busca a posição final de equilíbrio da estrutura de forma iterativa. O deslocamento horizontal gerado pelos esforços aplicados na estrutura, é representado por Δ (delta), de onde surge o nome do processo.



A cada iteração é possível analisar a estrutura de forma linear para encontrar os próximos deslocamentos. De maneira simples, é possível dizer que o processo P-Delta transforma uma análise não-linear em várias análises lineares da estrutura.

Conforme afirma Moncayo (2011), o processo P-Delta relaciona a carga vertical com o deslocamento horizontal da estrutura. Na literatura há diversos métodos que utilizam este processo, dentre eles, método da carga lateral fictícia, método da carga de gravidade iterativa, o método da rigidez negativa, entre outros. Estes três métodos citados foram estudados neste trabalho e são apresentados a seguir.

Para os métodos iterativos é necessário definir um critério de parada. Neste trabalho este critério foi baseado na diferença entre deslocamentos subsequentes no topo da estrutura (e), sendo adotado $e < 1,00\%$.

2.2 Método da carga lateral fictícia (MCLF)

Pelo método da carga lateral fictícia, baseado em Gaiotti e Smith (1989), com os deslocamentos iniciais obtidos em uma análise de primeira ordem, os incrementos de força foram calculados pela Eq. (1).

$$H_i = \left[\frac{\Sigma P_{i-1}}{h_{i-1}} (\Delta_i - \Delta_{i-1}) \right] - \left[\frac{\Sigma P_i}{h_i} (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \right] \quad (1)$$

Onde H_i é o incremento a ser adicionado na força de vento do pavimento i , ΣP_i é o somatório das forças verticais do pavimento i , h_i é a altura do pavimento i e Δ_i é o deslocamento horizontal do pavimento i .

Estes incrementos foram somados às forças de vento já atuantes na estrutura. A cada iteração novos deslocamentos foram obtidos. Esse processo se repetiu até atingir o critério de parada.

2.3 Método da carga de gravidade iterativa (MCGI)

No método da carga de gravidade iterativa, baseado em Smith e Gaiotti (1988), as coordenadas dos nós do pórtico foram alteradas a cada iteração. Essas novas coordenadas foram obtidas fixando-se os nós do pórtico nos deslocamentos da análise anterior.

Em seguida, com a estrutura deformada, foram adicionadas apenas as cargas verticais, obtendo-se assim novos deslocamentos. Este processo se repetiu até convergir. O deslocamento final da estrutura foi encontrado utilizando a Eq. (2).

$$\Delta_i^* = \Delta_i + \delta_{i1} + \delta_{i2} + \delta_{i3} + \dots \quad (2)$$

Onde Δ_i^* é o deslocamento total do pavimento i , Δ_i é o deslocamento de primeira ordem do pavimento i e δ_{ij} é o deslocamento de segunda ordem do pavimento i obtido na j -ésima iteração.

2.4 Método da rigidez negativa (MRN)

Este método, proposto por Rutenberg (1980), consiste em alterar a matriz de rigidez lateral a fim de obter os efeitos de segunda ordem. Neste método a análise foi feita apenas uma vez, portanto, não se trata de um método iterativo.

Inicialmente, foi adicionado ao pórtico, um pilar fictício com rigidez negativa. Então, gerou-se a matriz de rigidez lateral de primeira ordem $[K]$ deste pórtico.

Obteve-se os valores dos deslocamentos finais em cada pavimento do pórtico a partir da Eq. (3).

$$[K_s]^{-1}\{H\} = \{\Delta^*\} \quad (3)$$

Sendo que:

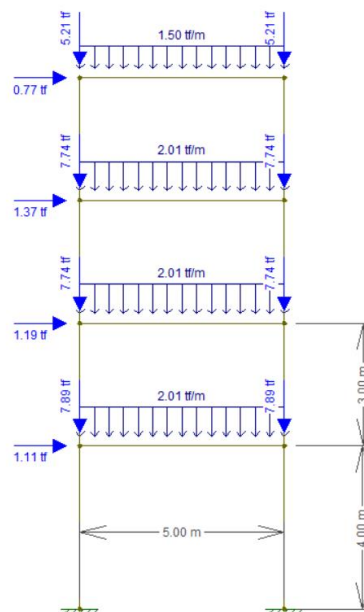
$$[K_s] = [K] - [K_g] \quad (4)$$

Onde $[K_s]$ é a matriz de rigidez lateral de segunda ordem, $\{H\}$ é o vetor de forças laterais atuantes, $\{\Delta^*\}$ é o vetor dos deslocamentos finais na estrutura e $[K_g]$ é a matriz de rigidez geométrica.

2.5 Exemplo de aplicação

Utilizou-se como exemplo base para comparativo entre os métodos, o pórtico plano da Figura 1, baseado no trabalho de Banki (1999). As características dos elementos do pórtico são: pilares com seção de 20x30 cm, vigas com seção de 55x13 cm e $E_{sec} = 2,7 \times 10^6$ tf/m² para ambos.

Figura 1 – Pórtico exemplo



Fonte: Banki (1999)

3 RESULTADOS

As Tabelas 1 e 2 apresentam, respectivamente, os deslocamentos finais no topo e os momentos finais na base do pilar esquerdo, bem como os erros relativos aos resultados apresentados por Banki (1999) em seu trabalho. Para o gama-z, calculado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), obteve-se um valor de $\gamma_z = 1,1$.

Nas tabelas pode-se observar que, em relação aos deslocamentos, os métodos iterativos, MCLF e MCGI, e o Software Mastan2 apresentaram resultados parecidos, com erros menores que 1% comparado aos resultados



da literatura. Já em relação aos momentos, apenas o resultado obtido com o gama-z apresentou um erro maior que 1%.

Tabela 1 – Deslocamentos no topo

Método	Deslocamento (m)	Diferença (%)
MCLF	0,047881	0,13
MCGI	0,047837	0,04
MRN	0,051790	8,30
Gama-z	0,045089	-5,71
MASTAN2	0,047950	0,27
Banki (1999)	0,047820	--

Fonte: A autoria própria (2021).

Tabela 2 – Momento na base

Método	Momento (tfm)	Diferença (%)
MCLF	4,96	0,20
MCGI	4,96	0,20
MRN	4,91	-0,81
Gama-z	4,47	-9,64
MASTAN2	4,91	-0,81
Banki (1999)	4,95	--

Fonte: A autoria própria (2021).

Comparando os resultados de deslocamento obtidos em cada método, nota-se que por meio do MRN tem-se uma diferença de 8,3%, enquanto pelos métodos iterativos, a diferença é menor que 1%. Já os resultados de momento, percebe-se que todos os métodos P-delta apresentaram resultados muito próximos aos presentes na literatura, com erros que não ultrapassaram 1%, se mostrando métodos confiáveis.

Se comparados os resultados obtidos usando o coeficiente γ_z como coeficiente de majoração, como descrito pela NBR 6118 (ABNT, 2014), os resultados numéricos foram de maior magnitude mostrando-se um método menos cauteloso. Os valores, para deslocamento e momento, foram, respectivamente, 5,71% e 9,64% menores, em relação ao apresentado na literatura. Essa diferença nos resultados era esperada, pois o uso do gama-z como coeficiente de majoração pode ser considerado como uma aproximação do comportamento real da estrutura que pode servir como parâmetro qualitativo.

Validando os resultados obtidos pelos métodos com o software Mastan2, os resultados foram satisfatórios, com diferenças de no máximo 1%, comparando os momentos.

4 CONCLUSÃO

A partir dos resultados obtidos pôde-se notar que os métodos analisam os efeitos de segunda ordem de maneiras diferentes, mas apresentam resultados consistentes, com diferenças de menos de 1% em relação aos momentos, na comparação com resultados da literatura e com o software Mastan2.

Destaca-se que as diferenças maiores se encontram no cálculo dos deslocamentos relativos da estrutura, chegando a 8,3% de erro, porém na quantificação das solicitações (momentos fletores) os métodos convergem.

Levando em consideração que, no dimensionamento de estruturas, a maior influência não é em relação aos deslocamentos, mas sim, aos esforços, essa divergência nos deslocamentos pode não ser relevante.



Visto o bom desempenho dos processos P-Delta no exemplo apresentado neste trabalho, pôde-se afirmar que é perfeitamente possível a utilização de tais métodos para análise não linear de pórticos planos semelhantes ao apresentado neste trabalho, sendo uma opção tanto para o meio acadêmico quanto para o profissional. Além disso, estes métodos podem, facilmente, ser escritos em códigos computacionais ou mesmo em planilhas do software Excel (MICROSOFT, 2019), por exemplo, automatizando as iterações.

Além disso destaca-se que, neste trabalho, os métodos foram aplicados em uma estrutura relativamente simples, portanto, para um futuro estudo, sugere-se analisar estruturas mais complexas e com variadas alturas e faixas de gama-z, verificando o desempenho desses métodos nas diferentes situações.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à UTFPR pelo apoio financeiro que possibilitou a realização desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, p. 238. 2014.
- AZAMBUJA, Fernanda Peruzzo. **Análise dos efeitos de segunda ordem em pórticos planos**. Orientador: Evandro Paulo Folletto. 72 p. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Comunitária da Região de Chapecó, Chapecó, 2015.
- BANKI, André Luiz. **Estudo sobre a inclusão da não linearidade geométrica em projetos de edifícios**. Orientador: Daniel Domingues Loriggio. 376 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.
- EXCEL for Windows. Microsoft Corporation, 2019. 1 CD-ROM.
- FEITOSA, Leonardo Almeida. **Estudo da estabilidade global de edifícios de múltiplos andares com lajes lisas**. Orientador: Élcio Cassimiro Alves. 182 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, 2016.
- FTOOL: Two-Dimensional Frame Analysis Tool. Versão 4.00. Tecgraf/PUC-Rio, 2018. Disponível em: <https://www.ftool.com.br/Ftool/user/download>. Acesso em: 10 ago. 2020.
- GAIOTTI, Regina; SMITH, Bryan Stafford. P-Delta Analysis of Building Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 4, p. 755-770, 1 abr. 1989.
- IGLESIA, Socrate Muñoz. Use P-Delta para calcular efeitos de segunda ordem em estruturas. **Mais Engenharia**, 19 jul. 2016. Disponível em: <https://maisengenharia.altoqi.com.br/estrutural/use-pdelta-para-calcular-efeitos-de-segunda-ordem-em-estruturas/>. Acesso em: 20 ago. 2020.
- MASTAN2. Versão 3.5.4. Disponível em: <http://www.mastan2.com/download.html>. Acesso em: 23 fev. 2021.
- MONCAYO, Winston Junior Zumaeta. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. Orientador: Libânio Miranda Pinheiro. 221 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2011.
- RUTENBERG, Avigdor. A direct P-Delta analysis using standard plane frame computer programs. **Computers & Structure**, v.14, n. 1-2, p. 97-102, 5 set 1980.
- SMITH, Bryan Stafford; GAIOTTI, Regina. Iterative Gravity Load Method for P-Delta Analysis. **Structural Engineering**, Montreal, jun. 1988.