



Raciocínios matemáticos desenvolvidos em Tarefas de Análise da Produção Escrita

Mathematical reasoning developed in written production analysis tasks

Gabriel Pereira de Paula*, Jader Otavio Dalto†

RESUMO

Este artigo aborda a análise da produção escrita em aulas de matemática e busca inferir quais os tipos de raciocínios matemáticos podem ser desenvolvidos em alunos submetidos a esse tipo de tarefas. Para desenvolver a pesquisa utilizou-se o método de pesquisa qualitativa e contou com 44 produções de alunos do 2º ano do Ensino Médio. Todas produções foram analisadas individualmente buscando aspectos nas produções que possibilitassem inferir qual raciocínio cada aluno demonstrou estar desenvolvendo. Por fim, a pesquisa demonstra que outras pesquisas na área precisam ser feitas para compreender mais o impacto desse tipo de tarefa como estratégia de ensino.

Palavras-chave: Análise da Produção Escrita, Raciocínio Matemático, Estratégia de Ensino.

ABSTRACT

This article addresses the analysis of written production in mathematics classes and seeks to infer which types of mathematical reasoning can be developed in students submitted to this type of task. To develop the research, the qualitative research method was used and included 44 productions from 2nd year high school students. All productions were analyzed individually looking for aspects in the productions that made it possible to infer which reasoning each student demonstrated to be developing. Finally, the research demonstrates that further research in the area needs to be done to better understand the impact of this type of task as a teaching strategy.

Keywords: Analysis of Written Production, Mathematical Reasoning, Teaching Strategy

1 INTRODUÇÃO

No Brasil, o Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA) faz investigações na área da Educação Matemática e a análise da produção escrita se tornou tema de suas pesquisas. Para tanto, segundo Gois et al. (2018) adotam uma série de etapas intituladas de Leitura Vertical, Leitura Horizontal, Inferência e Interpretação. Embora inicialmente a análise da produção escrita fosse entendida apenas como uma estratégia de avaliação, posteriormente a análise da produção escrita também foi considerada como estratégia de ensino. (SANTOS 2014 apud CARDOSO; DALTO 2017).

Buscando implementar a análise da produção como estratégia ensino, Cardoso e Dalto (2017), Doneze (2019) e Pereira, et al. (2019) definem as Tarefas de Análise da Produção Escrita (TAPE) como uma tarefa em que alunos necessitam analisar produções escritas de outros alunos para resolvê-las. Para elaborar uma TAPE, Minato (2019) estabeleceu um procedimento dividido em três momentos. Primeiramente foi criada uma lista de tarefas que permitissem obter produções escritas. Para isso, foram escolhidas tarefas de níveis de dificuldades diferentes e que exigiam conhecimentos complementares sobre progressão geométrica. Após a

* Licenciatura em Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil; gabrielp.2018@outlook.com

† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procópio; jaderdalto@utfpr.edu.br



elaboração da lista, no segundo momento ela foi aplicada em uma turma de ingressantes no curso de licenciatura em matemática e após a resolução dos estudantes segue-se para a correção e análise das produções escritas, para que fosse possível organizar as resoluções e elaborar as TAPE com os objetivos propostos, culminando no terceiro momento, o de elaboração das TAPE.

As tarefas são pensadas de forma a direcionar a atenção a alguns aspectos específicos do conteúdo a ser trabalhado, para isso, podem ser utilizadas produções totalmente corretas, parcialmente corretas e incorretas, ou ainda, apenas produções corretas. A escolha das tarefas é feita de acordo com a necessidade e objetivos do professor.

Para Jonsson et al. (2014) a maneira de ensino mais presente nas escolas é a que privilegia ações mecânicas e isso levanta a preocupação em como os conteúdos são ensinados em sala de aula. Como a análise da produção escrita se distancia do ensino tradicional e com estudos sobre TAPE em desenvolvimento surge-se o questionamento de “qual tipo de raciocínio pode ser desenvolvido quando os alunos são submetidos às TAPE?”, om isso, buscando na literatura, é possível encontrar autores que definem tipos de raciocínio matemático que os alunos podem desenvolver. Lithner (2008) define a habilidade de raciocinar como sendo relacionada a habilidade de justificar suas escolhas e conclusões, sendo assim, não necessariamente a resposta precisa estar correta, visto que é o meio para chegar a resposta que está sendo considerado. Ainda, Lithner (2008) delimita 9 tipos de raciocínios: Raciocínio Imitativo (RI); Raciocínio Criativo Imitativo (RCI); Raciocínio Algorítmico (RA); Raciocínio Memorizado (RM); RA Familiar; RA Delimitado; RA Guiado; RA Guiado por texto e RA Guiado por pessoa:

Raciocínio Memorizado: Recuperar informações da memória e aplicá-las. Foram consideradas principalmente quando era exigido o significado de uma palavra e o aluno não o sabia. Outro ponto são informações que eles podem ter visto ou ouvido anteriormente, mas empregaram erroneamente.

Raciocínio Algorítmico: Neste, o aluno apresenta justificativas para suas respostas, mas um erro descuidado pode ter levado a uma resposta errada.

Raciocínio Algorítmico Familiar: Se fundamentam em afirmações que podem ser baseadas em conteúdos anteriores como por exemplo, definições.

Raciocínio Delimitado: Utiliza justificativas que podem fazer sentido para ele, mas não chega a uma conclusão correta do exercício.

Raciocínio Guiado por Texto: Neste, as produções que apresentavam informações que poderiam ser retiradas do enunciado, mas que estavam errados. Exemplo: na produção do aluno A21 ele inverte os números de agrupamentos com o do conjunto universo na situação 2 e na situação 3 temos dados que estavam dispostos no enunciado, mas que não eram a resposta correta.

Raciocínio Guiado por Pessoa: Este tipo de raciocínio foi descartado da análise visto que uma característica dele é o aluno se guiar por instruções do professor, e como as tarefas foram realizadas de forma remota, essas instruções diretivas não são possíveis.

Raciocínio Criativo Imitativo: Novidade, plausibilidade e ancoragem matemática são elementos fundamentais para esse tipo de raciocínio, para a questão de novidade, foi considerado que o conteúdo é novidade por ser introduzido inicialmente pelas TAPE. Caso não seja considerado isso, existirão alunos com RCI apenas na TAPE 1, que é a primeira ao qual o aluno teve contato com análise combinatória.

Portanto, este estudo tem como objetivo inferir os tipos de raciocínios matemáticos que são desenvolvidos pelos alunos, quando submetidos a resolução de tarefas da análise da produção escrita.



2 MÉTODO

O tipo de pesquisa adotado foi a pesquisa qualitativa que Borba (20004, p. 02) caracteriza como aquela que:

prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado "verdadeiro", dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado.

Devido a pandemia do vírus Sars-Cov-2 a proposta inicial que consistia na elaboração de TAPE precisou ser alterada e foi proposto pelo orientador utilizar TAPE elaboradas por uma de suas orientandas de mestrado sobre o conteúdo de análise combinatória. Com a orientanda de acordo, as TAPE aplicadas por ela começaram a ser analisadas para a pesquisa.

Um total de 12 TAPE aplicadas em duas salas distintas com aproximadamente 20 alunos resultaram em uma quantidade expressiva de produções e assim, permitiu identificar quais possuíam mais dados plausíveis para relacioná-los aos tipos de raciocínios matemáticos.

Partindo de uma leitura “flutuante” para organizar os dados em busca de respostas para os objetivos a serem atingidos temos a primeira etapa intitulada de pré-análise. Em seguida temos a exploração do material onde os dados são codificados em grupos menores. Por fim, a terceira etapa que é o tratamento dos dados onde é possível tecer interpretações (CURY, 2007).

Desta forma, a pré-análise dos dados perpassou pelas TAPE de número 3 até 12 em que o objetivo era encontrar perguntas dentro dessas tarefas que os alunos discorriam sobre a resolução, o motivo de afirmarem o que estavam afirmando e similaridades.

Em cada uma das tarefas, todas as perguntas eram analisadas, bem como as respostas dos alunos. Como algumas delas permitiam respostas diretas como “sim” ou “não”, sem necessidade de justificativa, acabaram sendo excluídas das possíveis tarefas a serem analisadas, uma vez que não apresentavam informações suficientes para que o raciocínio utilizado pelos alunos pudesse ser inferido.

Neste trabalho, apresentamos análises da TAPE de número 12 e os argumentos que sustentam a sua escolha são: (1) É a TAPE com maior número de perguntas; (2) Contempla todo o conteúdo de análise combinatória trabalhada nas 11 TAPE anteriores; (3) Possui mais justificativas dos alunos do que as demais.

Figura 1: Situações 1 e 2 da TAPE 12

Observe a seguir três situações diferentes e suas respectivas resoluções.

1ª situação resolvida por Danilo.

Qual é o total de anagramas da palavra BRASIL?

a) Qual é o total de letras da palavra?
b) Cada anagrama formado terá quantas letras?
c) Ao trocar a ordem das letras, forma-se um novo anagrama?
d) Sendo assim, você considera que nessa situação a ordem das letras tem importância?

2ª situação resolvida por Gabriele de duas maneiras diferentes.

Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar com os elementos do conjunto $E = \{1,2,3,4,5\}$?

e) O que você entende como distinto? Caso você não saiba pesquise o significado dessa palavra.
f) Qual é o total de elementos que podem ser utilizados para compor os números?
g) Cada agrupamento formado, ou seja, nesse caso, cada número formado tem quantos elementos?
h) Ao formar um número com 3 algarismos, se mudar a ordem dos algarismos, forma-se um novo número?
i) Assim, você considera que nessa situação a ordem dos algarismos tem importância?
j) Quais são as duas maneiras que Gabriele utilizou para resolver essa situação?

Fonte: Autoria própria (2021).

Figura 2: Situações 3 e 4 da TAPE 12

3ª situação resolvida por Luana.

Quantas comissões de 3 pessoas podem ser formadas de um grupo de 16 pessoas?

k) Nessa situação, qual é o total de pessoas que serão agrupadas?
l) Quantas pessoas há em cada grupo formado?
m) Uma comissão formada por Ana, Bia e Caio; e a comissão formada por Caio, Ana e Bia; formam outra comissão ou não?
n) Sendo assim, a ordem das pessoas que formam a comissão tem importância ou não?

o) Veja a seguir algumas explicações sobre arranjo, permutação e combinação e relacione as situações 1, 2 e 3 à explicação correspondente.

() Os problemas de contagem que envolvem a ideia de combinação, em geral, estão associados à ideia de subconjunto e os agrupamentos formados não diferem pela ordem dos elementos. A fórmula para calcular combinação de n elementos p a p é:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

() Permutação simples é o tipo de agrupamento ordenado, sem repetição, em que entram todos os elementos em cada grupo. A fórmula para calcular a permutação de n elementos é o fatorial do total de elementos:

$$P_n = n!$$

() Arranjo simples são todos os agrupamentos sem repetição que se podem formar com p elementos diferentes escolhidos entre os n elementos de um conjunto dado. A fórmula para calcular arranjo simples de n elementos p a p é:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Fonte: Autoria própria (2021).

Prosseguindo com a separação dos dados, tem-se 24 alunos do 2º ano do Ensino Médio A e 20 alunos do 2º ano do Ensino Médio B, totalizando 44 produções. O primeiro agrupamento realizado foi o da divisão das salas, em seguida, para cada turma as produções foram divididas em 4 partes, sendo que a primeira consistia em perguntas sobre permutação referente a situação 1, a segunda eram perguntas que envolviam arranjo simples referente a situação 2, a terceira sendo relacionada a perguntas de combinação referente a situação 3 e para finalizar, a quarta parte consistia em um único exercício (letra O) em que os alunos deveriam relacionar o que viram anteriormente com as fórmulas e suas explicações e a nomearemos de situação 4.

Após isso, os dados foram agrupados como “certo” e “errado”, mas como o objetivo não era ver o que estava certo ou errado, buscou-se então uma nova forma de categorizar.

Os agrupamentos por turmas e tarefas permaneceram os mesmos, o que mudou foi o agrupamento posterior. Como dito anteriormente, algumas perguntas permitiam que os alunos respondessem diretamente sem explicações, o que não possibilita inferir o raciocínio utilizado para isso. Desta forma, a estratégia tomada foi de separá-los em grupos que “possuem” ou “não possuem” dados para análise. Em cada grupo de tarefas eram consideradas as respostas que os alunos apresentavam e se estavam justificadas. Se apresentavam justificativas, então havia dados para análise, assim como quando o aluno respondia erroneamente. Vale destacar que a resposta errada possibilita interpretações, pois como em alguns casos, os dados das respostas estavam invertidos ou indicavam que o aluno não entendia o significado de alguma palavra pertencente ao enunciado.



3 RESULTADOS

Inferir sobre o raciocínio dos alunos baseando-se apenas em poucas afirmações ou na falta delas, dificultou o processo de análise dos dados. A tabela a seguir consta os raciocínios desenvolvidos nas duas turmas, dos quais as produções possuíam informações mínimas para deduzir isso.

Quadro 1: Quantidade e tipos de raciocínio inferidos

Tipo de raciocínio	2ºA	2ºB	Total de alunos com esse raciocínio
Raciocínio Memorizado	7	1	8
Raciocínio Algorítmico	0	1	1
Raciocínio Algorítmico Familiar	3	3	6
Raciocínio Algorítmico Delimitado	0	1	1
Raciocínio Algorítmico Guiado por texto	5	3	8
Raciocínio Criativo Imitativo	2	1	3

Fonte: Autoria própria (2021).

Como é possível ver no Quadro 1, obteve-se um total de 8 alunos que tendem a utilizar o Raciocínio Memorizado, o mesmo número de alunos que usaram o Raciocínio Algorítmico Guiado por Texto. Enquanto 6 alunos utilizaram o Raciocínio Algorítmico Familiar, 3 alunos o Raciocínio Criativo Imitativo e apenas um aluno demonstrou utilizar o Raciocínio Algorítmico e Raciocínio Algorítmico Delimitado.

4 CONCLUSÃO

Partindo do princípio de que a Análise da Produção Escrita em Matemática pode ser considerada como estratégia de ensino, neste trabalho analisamos os raciocínios mobilizados por alunos ao resolverem uma TAPE utilizada no ensino de Análise Combinatória. Analisando as produções dos alunos submetidos as TAPE é possível inferir que os alunos analisados, ao resolverem estas tarefas, tendem a utilizar o Raciocínio Memorizado e o Raciocínio Algorítmico Guiado por Texto. Entretanto, pela análise realizada, foi possível inferir que a tarefa em questão pode ter mobilizado vários tipos de raciocínio. Cabe ressaltar que, diante da pandemia do COVID-19, optamos, nesta investigação, por utilizar dados já disponíveis por membros do grupo de pesquisa de modo que as TAPE utilizadas não foram elaboradas com o objetivo de possibilitar uma análise sobre o tipo de raciocínio matemático. Assim, os resultados poderiam ser diferentes caso as tarefas fossem elaboradas com o propósito de evidenciar o raciocínio matemática mobilizado pelos alunos em sua resolução. Sugerimos, assim, novas investigações nesta direção.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Universidade Tecnológica Federal do Paraná e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo auxílio financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo C. **A pesquisa qualitativa em educação matemática**. Anped, p. 21-24, nov. 2004. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>. Acesso em: 24 jan. 2021.



- CARDOSO, M. A. M.; PEREIRA, F. F.; DALTO, J.O. **Configurando a Análise da Produção Escrita como estratégia de Ensino a partir de uma experiência com o sétimo ano**. ACTIO, Curitiba, v. 3, n. 3, p. 358-377, set./dez.2018. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/7860>>. Acesso em: 30 set. 2020.
- CARDOSO, Milene Aparecida Malaquias; DALTO, Jader Otavio. **“Mas esta questão já está resolvida!?” Como os alunos do ensino fundamental analisam produções escritas em uma prova de matemática**. Educação Matemática em Revista, p. 162-175, out./dez. 2017. Disponível em: <<http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/788>>. Acesso em: 30 set. 2020.
- CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: O que podemos aprender com as respostas**. Autêntica, 2007.
- DONEZE, Iara Souza; PEREIRA, Fernando Francisco; DALTO, Jader Otavio. **As Primeiras Impressões da Análise da Produção Escrita como Fio Condutor de uma Aula de Matemática**. Revista Ensino, Educação e Ciências Humanas, v. 10, n. 1, p. 21-27, 30 mar. 2019. Disponível em: <<https://revista.pgskroton.com/index.php/ensino/article/view/6022>>. Acesso em: 30 set. 2020.
- GOIS, Victor Hugo dos Santos; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; DALTO, Jader Otavio. **Análise da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Superior: Uma Abordagem Semiótica**. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 12, n. 2, p. 255-278, 1 maio 2018. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2019v12n1p255>>. Acesso em: 5 out. 2020.
- JONSSON, Bert; NORQVIST, Mathias; LILJEKVIST, Yvonne; LITHNER, Johan. **Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning**. Journal of Mathematical Behavior, n. 36, p. 20-32, 11 mai 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.08.003>>. Acesso em: 13 nov. 2020.
- LITHNER, Johan. **A Research Framework for creative and imitative reasoning**. Educational Studies in Mathematics, v. 67, n. 3, p. 255-276, 2008. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/40284656?seq=1>. Acesso em: 13 nov. 2020.
- MINATO, Nádia Schimomukai. **Tarefas de análise da produção escrita para o ensino de progressões geométricas**. 2019. Trabalho de conclusão de curso (Licenciada em Matemática) - Universidade Tecnológica do Paraná, 2019.
- PEREIRA, Fernando Francisco; DONEZE, Iara Souza; MENDES, Marcele Tavares; DALTO, Jader Otavio. **Tarefas matemáticas para uma prova escrita: uma discussão a partir da produção escrita de alunos**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 12, n. 2, p. 378-394, mai./ago. 2019. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/8341>>. Acesso em: 30 set. 2020.