



# Modelagem matemática e simulação de técnicas de controle para motores sem escovas

*Mathematical modeling and simulation of control techniques for brushless motors*

Fabio Slika Stella (orientado) \*, Emerson Giovani Carati (orientador) †

## RESUMO

Este trabalho tem por finalidade avaliar os métodos de acionamento de motores de ímãs permanentes sem escovas (*Ingles* BLDC). A partir dos modelos disponíveis na literatura foram desenvolvidos algoritmos de simulação em tempo discreto para este tipo de motor, considerando as técnicas de acionamento mais aplicadas. Utilizando softwares de simulação matemática foram obtidos resultados do comportamento do modelo do motor para rastreamento de velocidade utilizando as técnicas Controle Direto de Torque (*Ingles*, DTC) e Controle de Campo Orientado (*Ingles* FOC). Foram analisadas características de partida, capacidade de rastreamento de trajetória de velocidade e rejeição a distúrbios. Ambas as técnicas apresentaram resultados com alta fidelidade as trajetórias e com *ripple* de torque reduzido.

**Palavras-chave:** Motor de ímã permanente sem escovas. Controle orientado a campo. Controle direto de torque

## ABSTRACT

This work aims to evaluate the drive methods of brushless permanent magnet motors. From the models available in the literature, discrete-time simulation algorithms were developed for this type of motor, considering the most applied drive techniques. Using mathematical simulation software, results were obtained from the behavior of the motor model for speed tracking using the Direct Torque Control and Oriented Field Control techniques. The starting characteristic, capability of velocity trajectory tracking and disturbance rejection were analyzed. Both techniques presented results with high fidelity to trajectories and with reduced torque ripple.

**Keywords:** Brushless motor. Field oriented control. Direct torque control

## 1 INTRODUÇÃO

Os motores de ímãs permanente podem ser categorizados em duas classes: a primeira em que o motor possui enrolamento concentrado e é acionado por corrente contínua retangular, o que gera uma força eletromotriz trapezoidal; e, o segundo tipo é o motor de enrolamento concentrado ou distribuído, porém operando com corrente senoidal, que resulta em uma força eletromotriz senoidal. Entretanto, ambos os tipos de motores dependem de um conversor estático para seu acionamento e não podem ser conectados diretamente à rede de alimentação (SCHMITZ, 2017). Neste sentido, os comutadores por escovas tem sido substituídos por comutadores eletrônicos compostos por semicondutores (BARATIERI, 2011) que operam em frequência relativamente elevada quando comparadas a rede elétrica, muitas vezes acima de 10kHz.

\* COENC, Engenharia da Computação; fstella@alunos.utfpr.edu.br; <https://orcid.org/0000-0002-0425-4724>.

† DAELE, Departamento de Elétrica; emerson.carati@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-6766-7190>.

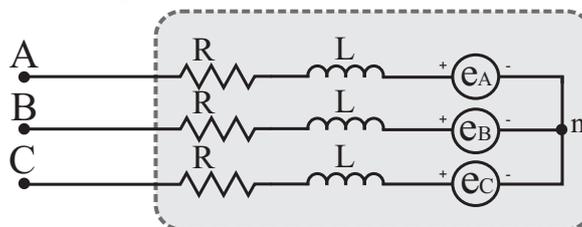
O foco do trabalho é a implementação de simulações numéricas de um motor BLDC utilizando as técnicas de acionamento da literatura. As técnicas consideradas são o Controle Direto de Torque e Controle de Campo Orientado (OZTURK; TOLIYAT, 2011). O software de simulação MATLAB foi utilizado para a implementação dos algoritmos, avaliação numérica dos modelos e representação gráfica dos resultados, de ambos os métodos de acionamento para uma melhor comparação do efeito que cada método tem sobre o motor.

A literatura aborda o tema de acionamento de BLDCs de forma bastante ampla e diversos trabalhos apresentam modelos matemáticos deste tipo de motor ((LIU; ZHU; HOWE, 2006), (BARATIERI, 2011), (SCHMITZ, 2017)). Em relação as técnicas de acionamento DTC/BLDC e FOC/BLDC, foram consideradas as abordagens apresentadas em ((OZTURK; TOLIYAT, 2011), (MATLAB, 2018), (WU; LING; CHEN, 2012)). Estas abordagens se diferenciam principalmente no que diz respeito a forma de acionamento das chaves semicondutoras. No método DTC o padrão de acionamento é baseado na posição do rotor e a razão cíclica é determinada a partir de um algoritmo de controle (ex.: PID). Por outro lado, no método FOC o padrão de acionamento é baseado na orientação de campo de forma que transformações de coordenadas são utilizadas para controle independente das correntes direta e de quadratura. Este artigo apresenta a comparação da avaliação numérica entre estes métodos. Para tal, a implementação dos métodos FOC e DTC considera o motor operando sob as mesmas condições para ambos os métodos.

## 2 MODELAGEM MATEMÁTICA

O motor BLDC pode ser representado eletricamente como na figura 1, onde  $R$  é a resistência elétrica da fase,  $L$  é a indutância, as fontes  $e_a, e_b, e_c$  são as tensões eletromotrizes e  $n$  é o ponto neutro entre as 3 fases a b e c.

Figura 1 – Modelo Elétrico motor BLDC.



Fonte: Autoria própria (2021).

A partir do diagrama elétrico é possível equacionar matematicamente o motor utilizando as leis de Kirschhoff:

$$\begin{aligned}
 V_A &= i_A R + (L_M) \frac{di_A}{dt} + e_A + V_n, \\
 V_B &= i_B R + (L_M) \frac{di_B}{dt} + e_B + V_n, \\
 V_C &= i_C R + (L_M) \frac{di_C}{dt} + e_C + V_n,
 \end{aligned} \tag{1}$$

em que  $V_A, V_B$  e  $V_C$  são as tensões de saída do inversor trifásico,  $R$  a resistência de linha da fase no motor,  $L_M$  a indutância do enrolamento já considerando a indutância de dispersão,  $I_A, I_B$  e  $I_C$  as correntes nas fases,  $e_A, e_B$  e  $e_C$  as tensões contra-eletromotrizes geradas pela rotação do motor e  $V_n$  a tensão no nó do motor (XIA, 2012).

A tensão contra-eletromotriz depende da velocidade angular mecânica do motor  $\omega_r$ , do número de par de polos  $P_p$ , da constante elétrica do motor  $e_K$  obtido com o datasheet do fabricante e da função normalizada da

força contra-eletromotriz  $f_{A,B,C}(\theta)$ , que é dependente da posição do rotor (XIA, 2012):

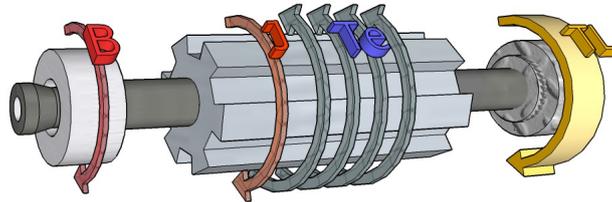
$$e_{A,B,C} = P_p \omega_r e_K f_{A,B,C}(\theta) \quad (2)$$

A função normalizada da FCEM (Força Contra-Eletromotriz) pode ser visualizada na figura 3 (SCHMITZ, 2017), para um motor com FCEM trapezoidal. O Torque elétrico pode ser reescrito em função das correntes, velocidade angular mecânica, constante elétrica e da função normalizada da FEM (XIA, 2012).

$$T_e = P_p e_K (I_A f_A(\theta) + I_B f_B(\theta) + I_C f_C(\theta)) \quad (3)$$

O modelo mecânico pode ser obtido considerando os elementos de inércia, atrito e torque envolvidos no acionamento. A figura 2 apresenta o diagrama de blocos que representa as forças que agem sob o motor.

Figura 2 – Modelo mecânico do motor BLDC.



Fonte: Emerson Carati (2021).

A partir do diagrama da figura 2 e utilizando a 2ª lei de Newton, para sistemas rotacionais, pode-se escrever o modelo mecânico como:

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_c - B_v \omega_r \quad (4)$$

em que  $J$  é a soma dos momentos de inércia,  $T_c$  é o torque de carga e  $B_v$  é o coeficiente de atrito entre as partes mecânicas.

A partir de 3 e 4 pode-se obter a velocidade mecânica do rotor como:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = -\frac{B_v}{J} \omega_r + \frac{1}{J} (T_e - T_c) \quad (5)$$

O modelo matemático do motor BLDC pode então ser obtido agregando as equações 1 e 4, resultando em um único modelo em espaço de estados que pode ser utilizado para simulações:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \\ \dot{\omega}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_M} & 0 & 0 & -\frac{K f_A(\theta)}{L_M} \\ 0 & -\frac{R}{L_M} & 0 & -\frac{K f_B(\theta)}{L_M} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L_M} & -\frac{K f_C(\theta)}{L_M} \\ K f_A(\theta) & K f_B(\theta) & K f_C(\theta) & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \\ T_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

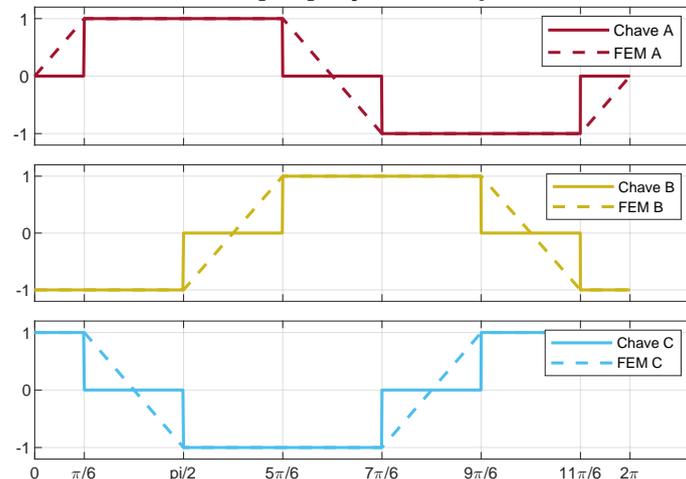
em que  $K = \frac{P_p e_K}{J}$ , e  $L_M = L - M$  (XIA, 2012).

### 3 MÉTODO DE ACIONAMENTO DTC

O método de acionamento por controle direto de torque (DTC), consiste em utilizar uma tabela lógica de acionamento das fases do motor para obter o sentido desejado de rotação. Isto pode ser obtido excitando corretamente os enrolamentos do estator de forma que um vetor torque é gerado devido a interação do campo

magnético dos enrolamentos com o campo magnético já presente dos ímãs permanentes. Neste artigo, a tabela é traduzida em um gráfico 3 de forma a facilitar a visualização, em que o valor 1 significa que a fase esta energizada eletricamente, 0 significa que ela esta com tensão nula, e -1 significa que esta flutuando.

Figura 3 – Função normalizada da FCEM pela posição do rotor juntamente com a lógica de chaveamento.



Fonte: Autoria própria (2021).

#### 4 MÉTODO DE ACIONAMENTO FOC

O método de acionamento por controle orientado de campo (FOC) utiliza as transformadas de Park e Clarke para controlar independentemente as correntes de campo ( $i_d$ ) e de torque ( $i_q$ ) e então gerar o sinal modulado por largura de pulso que irá comutar o inversor trifásico.

Primeiramente a Transformada de Clarke 7 recebe como entrada um sinal de corrente trifásico defasado em 120 graus e transforma esse sinal em 2 sinais defasados em 90 graus. Então a transformada de Park 8 é aplicada sobre estes sinais resultantes da transformada de Clarke e rotaciona os eixos de referência na mesma velocidade angular do rotor. Dessa forma, o sinal resultante da transformada é um sinal constante sobre o qual é possível aplicar as técnicas convencionais de controle, como PID (controlador proporcional integral derivativo).

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

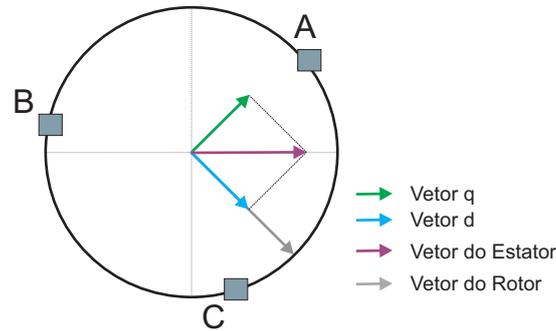
A figura 4 ilustra a representação dos vetores após a aplicação da transformada de Park. O objetivo do controlador para este método de acionamento é reduzir ao máximo possível o vetor "d" e ajustar o vetor "q" para o valor desejado. Assim, o torque é controlado pelo vetor "q" e é maximizado por estar a 90 graus com o vetor do rotor (O'ROURKE et al., 2019).

#### 5 RESULTADOS

Para a simulação foi escolhido como referência o artigo de (BARATIERI, 2011) e utilizado os mesmos parâmetros do motor BLDC que o autor usou, estes estão citados na tabela 1.

Para o acionamento do motor foi utilizado uma função de referência da velocidade no formato trapezoidal,

Figura 4 – Representação gráfica dos vetores dentro do rotor.



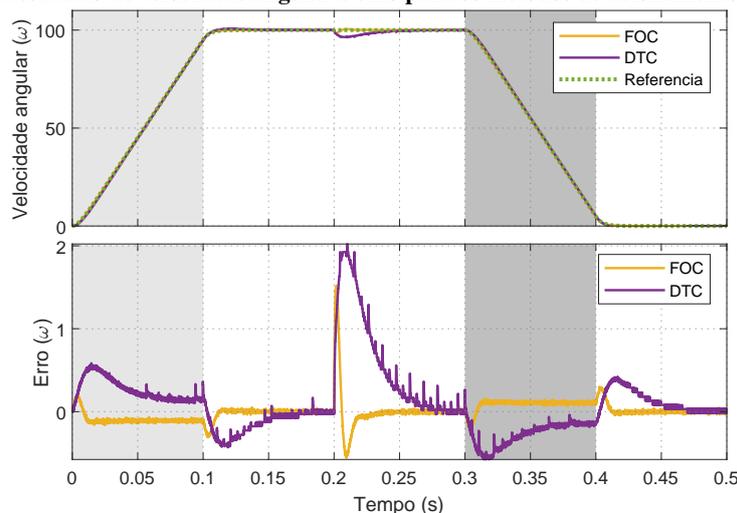
Fonte: Autoria própria (2021).

Tabela 1 – Tabela de parâmetros do motor

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Resistência	5.75Ω	Indutância	0.55mH
Momento de Inércia	0.87m Kg <sup>m</sup> ²	Viscosidade	0.362m Nm/s
Constante Elétrica	0.31 Vpk/rad/sec	Constante de Torque	0.31 Nm/A
Número de Polos	4	Tensão de acionamento	24V

de forma a permitir analisar o comportamento do motor durante as etapas de aceleração, velocidade constante, e desaceleração até a parada completa. Durante a etapa de aceleração, aos dois segundos de simulação foi acrescentada uma carga ao sistema como forma de distúrbio, com intuito de analisar a capacidade dos métodos de acionamento para reagir e controlar este distúrbio. A figura 5, no gráfico superior, apresenta a velocidade angular do motor durante a simulação para ambos os métodos de acionamento, DTC e FOC, juntamente com a referência. O gráfico inferior apresenta o erro em rad/s durante a simulação para ambas as técnicas.

Figura 5 – Resultado de velocidade angular e erro para os métodos de acionamento FOC e DTC.



## 6 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos permitem concluir que o modelo matemático é adequado para representar o comportamento do motor para ambos os métodos de acionamento: FOC e DTC. A implementação dos algoritmos



para análise dos referidos métodos mostrou que ambos podem apresentar bom desempenho, com fidelidade de rastreamento da trajetória de velocidade e, no caso de distúrbio de carga, com erro máximo de 2 rad/s, equivalente a 2% do valor nominal de 100 rad/s. O método FOC resultou em uma dinâmica mais rápida em diminuir o erro quando comparado com o método DTC. O próximo estágio envolve a implementação dos sistemas de controle em uma plataforma de hardware baseada em DSPs e inversor PWM.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), pela bolsa de Iniciação Científica (Edital PROPPG 07/2020 — PIBIC) concedida ao acadêmico Fabio Slika Stella.

## REFERÊNCIAS

BARATIERI, Cássio Luciano. Universidade Federal De Santa Maria Centro De Tecnologia Programa De Pós-Graduação Em Engenharia Elétrica, 2011.

LIU, Yong; ZHU, Zi Qiang; HOWE, David. Instantaneous torque estimation in sensorless direct-torque-controlled brushless DC motors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 42, n. 5, p. 1275–1283, 2006. ISSN 00939994. DOI: [10.1109/TIA.2006.880854](https://doi.org/10.1109/TIA.2006.880854).

MATLAB. **Generate switching sequence for six-step commutation of brushless DC (BLDC) motor**. [S.l.: s.n.], 2018. Disponível em: [🔗](#).

O'ROURKE, Colm J. et al. A Geometric Interpretation of Reference Frames and Transformations: Dq0, Clarke, and Park. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 34, n. 4, p. 2070–2083, 2019. ISSN 15580059. DOI: [10.1109/TEC.2019.2941175](https://doi.org/10.1109/TEC.2019.2941175).

OZTURK, Salih Baris; TOLİYAT, Hamid A. Direct Torque and Indirect Flux Control of Brushless DC Motor. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 16, n. 2, p. 351–360, 2011. DOI: [10.1109/TMECH.2010.2043742](https://doi.org/10.1109/TMECH.2010.2043742).

SCHMITZ, Cláudio. Projeto E Otimização De Motores Bldc De Imãs Permanentes Superficiais. **Dissertação de Mestrado, UFSC**, 2017.

WU, Long; LING, Liu Yi; CHEN, Shuai. Direct torque control of brushless DC motor. **Advanced Materials Research**, v. 591-593, p. 1651–1654, 2012. ISSN 10226680. DOI: [10.4028/www.scientific.net/AMR.591-593.1651](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.591-593.1651).

XIA, Chang Liang. **Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls**. [S.l.: s.n.], 2012. ISBN 9781118188330. DOI: [10.1002/9781118188347](https://doi.org/10.1002/9781118188347).