



Controle de um sistema de tanques acoplados

Coupled tanks system control

William F. Dias(orientado)*, Cristiano M. Agulhari (orientador)†,

RESUMO

O trabalho a seguir se diz respeito do controle de um sistema não linear de tanques acoplados, onde há uma vazão de entrada em um dos tanques e uma de saída no outro, é desejado controlar nível do tanque 01. Para realizar o objetivo desta pesquisa foram feitas duas etapas, onde na primeira foram projetados controladores clássicos, como PD, PI e PID, assegurando que o tanque seguisse a referência desejada. Já na segunda etapa foi desenvolvido um controlador LPV robusto, a partir das incertezas do sistema, foi calculado o ganho que garantisse a estabilidade para o sistema em diferentes condições. Foi observado ao decorrer do trabalho, que para o controlador LPV robusto, foi descoberto que para entradas limitadas o controlador não performa adequadamente, abrindo possibilidade para estudos mais avançados que garantam a estabilidade deste sistema.

Palavras-chave: Controle LPV, Tanques acoplados, sistemas não lineares.

ABSTRACT

The following paper it is about a nonlinear coupled tanks system control, which there is an enter flow rate in one tank and an exit one on another, is wanted to control the level of the tank 01. To do the research objective was done two steps, in the first were developed classical control techniques, such as PD, PI and PID, ensuring that the reference was followed. In the second step a LPV robust controller was projected, by the systems uncertainties, the gain that guarantee the stability in different initial conditions was calculated. During the research was observed, that the LPV robust controller does not perform well to limited inputs. Opening possibilities to advanced studies on LPV robust control area searching for stability to this system.

Keywords: LPV Control, Coupled tanks, nonlinear systems.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente em todo setor industrial, principalmente no petroquímico e de refinarias, há a presença de colunas de destilação, ou também conhecidas como tanques industriais. Este tem como propósito armazenar líquidos e gases que são utilizados em diferentes processos. Seu tamanho, volume e especificidades técnicas variam de acordo com a necessidade das empresas (Buckley, 1985).

Uma das categorias desses tanques é a de tanques acoplados, muito utilizado em empresas químicas, petroquímicas, de celulose e alimentos. O controle de um sistema de tanques acoplados é o objetivo dessa pesquisa.

*Engenharia de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil;
wdias@alunos.utfpr.edu.br

† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procópio; agulhari@utfpr.edu.br



O sistema retratado nesta pesquisa é um sistema não linear, quando há a necessidade de se controlar esta categoria de sistema de forma satisfatória, são requeridas diversas técnicas e ferramentas avançadas, como por exemplo o método de Lyapunov. (Khalil, 1991).

Atualmente as técnicas de análise e síntese de controladores para sistemas lineares a parâmetros variantes (LPV) estão frequentemente sendo pesquisadas. Essas consistem em representar as não-linearidades como parâmetros dependentes do tempo. (Apkarian and Adams, 1998; Scherer, 2001).

Uma solução encontrada para modelar sistemas deste tipo pode ser encontrada em “Controle De Sistemas Lpv Discretos No Tempo Sujeitos A Atuadores Saturantes.” (Figueiredo, 2020). Onde se encontram dois tanques conectados entre si por uma válvula, o primeiro tanque foi chamado de “TQ-01” e o segundo de “TQ-02”.

Há uma vazão de entrada no TQ-02, e uma vazão de saída no TQ-01, essa vazão se dá por uma abertura no TQ-01. Esse sistema é denominado linear com parâmetro variante pois há uma variação na área de seção do primeiro tanque de acordo com o nível. Com isso, ocorre também mudanças significativas na vazão.

A proposta desta pesquisa é a de analisar e sintetizar controladores para o nível de um dos tanques do sistema, onde se encontra o tanque com área variante, além de sua modelagem matemática.

2 MÉTODO (OU PROCEDIMENTOS OPERACIONAIS DA PESQUISA)

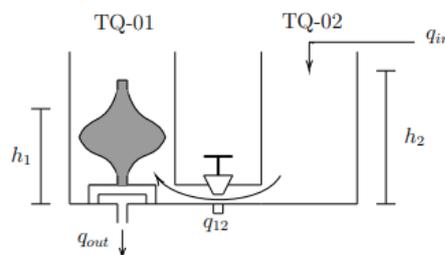
Essa pesquisa foi estruturada em três etapas. A primeira consiste da modelagem matemática do sistema não linear de tanques acoplados. Na segunda são aplicadas técnicas de controle clássicas para o sistema, foram elas: Controle proporcional derivativo “PD”, controle proporcional integral “PI” e por fim o controle proporcional integral derivativo “PID”. Por último foi realizado o controle do sistema pelo controlador LPV robusto, utilizando a modelagem LPV baseada em (Figueiredo, 2020).

Modelagem matemática do sistema físico

O sistema de tanques acoplados no qual todos os estudos desta pesquisa se baseiam é o da dissertação da aluna de pós-graduação do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais Larissa Soares Figueiredo “Controle De Sistemas LPV Discretos No Tempo Sujeitos A Atuadores Saturantes.” (Figueiredo, 2020).

Para a modelagem do sistema físico, na Fig. 1 é possível identificar o sistema tratado.

Figura 1 - Representação dos Tanques acoplados



Fonte: Autoria própria

Na Figura 1 é possível denominar todas as constantes e variáveis que serão necessárias para a modelagem matemática do sistema, desta forma:

- q_{in} = Vazão de entrada



- $q_{out} = \text{Vazão de saída}$
- $q_{12} = \text{Vazão entre os tanques}$
- $h_1 = \text{Altura do TQ - 01}$
- $h_2 = \text{Altura do TQ - 02}$

Visto que o objetivo desta pesquisa é o de controlar o nível de TQ-01, a vazão de entrada q_{in} é considerada como variável de controle.

Para a modelagem, é aplicada equações de balanço de massa em cada tanque:

$$\dot{V}(t) = q_{in} - q_{out} \quad (1)$$

A partir da dissertação de conclusão de curso da aluna Larissa Soares Figueiredo, são encontradas as seguintes equações baseadas no balanço de massa da Eq. (1), cruciais para o desenvolvimento desta pesquisa:

$$\dot{h}_1(t) = \frac{(33,5(h_2(t)-h_1(t))+4,31)10^{-4} - ((8,71\sqrt{h_1(t)}+3,1)\times 10^{-4})}{a(h)} \quad (2)$$

$$\dot{h}_2(t) = \frac{((1,64u(t)+35,7)\times 10^{-5}) - ((33,5(h_2(t)-h_1(t))+4,31)\cdot 10^{-4})}{0,3019} \quad (3)$$

A partir das Equações (2) e (3) fica claro que a dinâmica do sistema é não linear. Com o intuito de comparação, primeiramente foram projetados controladores clássicos, como mostrado na seção a seguir, em seguida do projeto do controlador proposto nesta pesquisa.

Metodologia controle clássica

Em um primeiro momento, afim de um melhor entendimento prévio do sistema, foram realizados testes e simulações utilizando valores constantes para ambas áreas dos tanques. Para todos os controladores, PD, PI e PID, realizou-se simulações no Matlab.

Primeiro fez-se a declaração do modelo matemático referente as Equações (2) e (3), implementadas utilizando o comando ODE45 do Matlab, responsável por computar soluções de equações diferenciais ordinárias. Para tornar a simulação mais realista, foi acrescentada uma saturação para o esforço de controle, representando uma entrada que variava entre 0 a 100%, como uma válvula 0 até 100% aberta.

Em seguida a área variante foi adicionada aos controladores, esta por sua vez não se iguala a área gaussiana utilizada na dissertação da aluna Larissa Soares Figueiredo. Nesta pesquisa o cálculo da área variante deu-se pela seguinte maneira:

O TQ-01 terá uma altura h_1 compreendida entre 0,25m até 3m, já sua área $a(h_1)$ ficará no intervalo de $0,7m^2$ até $3m^2$. Desta forma:

$$a(h_1) - 0,7 = \left(\frac{3-0,25}{3-0,7}\right) \cdot h_1 - 0,25 \quad (4)$$

$$a(h_1) = 0,45 + 1,19h_1 \quad (5)$$

A área de seção varia de maneira linear com o nível, conforme mostrado na Eq. (5). Note que a área varia de $0,7m^2$ a $3m^2$, conforme o nível muda de 0,25m a 3m.

Percebe-se uma notável diferença nas respostas quando se considera uma área variante, conforme explicitado na seção de resultados.

Técnicas de controle LPV Robusto



Primeiro foi realizada a modelagem do sistema em variáveis de estados, logo após foi possível fazer a representação em matrizes, onde as incertezas foram inseridas da seguinte maneira:

$$\dot{h}_1(t) = \frac{-33,5 \cdot 10^{-4}}{a(h)} - \frac{8,71 \cdot 10^{-4}}{a(h)} \cdot \frac{1}{\sqrt{h_1}} \cdot h_1 + \frac{33,5 \cdot 10^{-4} \cdot h_2}{a(h)} + \frac{3,1 \cdot 10^{-4}}{a(h)} \quad (6)$$

$$\dot{h}_2(t) = \frac{33,5 \cdot 10^{-4} \cdot h_1}{0,3019} - \frac{33,5 \cdot 10^{-4} \cdot h_2}{0,3019} + \frac{1,64 \cdot 10^{-5}}{0,3019} + \frac{35,7 \cdot 10^{-5}}{0,3019} + \frac{4,31 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \quad (7)$$

As Equações (6) e (7) são equivalentes as Equações (2) e (3). Agora quando descrita na forma matricial chega-se na Eq. (8).

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{8,71 \cdot 10^{-4}}{a(h)} \cdot \frac{1}{\sqrt{h_1}} & \frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{a(h)} \\ \frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} & -\frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1,64 \cdot 10^{-5}}{0,3019} \end{bmatrix} \cdot [u] \quad (8)$$

Como primeira incerteza tem-se o valor de $\frac{1}{a(h)}$, que segundo a Eq. (5) varia entre 0.3m e 0.5m. Desta forma:

$$\Theta_m \leq \frac{1}{a(h)} \leq \Theta_M \quad (9)$$

$$0,3 \leq \frac{1}{a(h)} \leq 0,5 \quad (10)$$

$$\frac{1}{a(h)} = \alpha_1 \cdot 0,3 + \alpha_2 \cdot 0,5 \quad (11)$$

As variáveis α_1 e α_2 pertencem ao conjunto simplex unitário (Boyd,1994). Definido por:

$$\Lambda_N = \{ \alpha \in R^N : \alpha_i \geq 0, \sum_{k=1}^N \alpha_k = 1 \} \quad (12)$$

A segunda incerteza está compreendida na altura do nível do primeiro tanque, onde essa é descrita por $\frac{1}{\sqrt{h_1}}$, os valores estão compreendidos na faixa de 1 e 2 m, assim obteve-se:

$$\Lambda_m \leq \frac{1}{\sqrt{h_1}} \leq \Lambda_M \quad (13)$$

$$1 \leq \frac{1}{\sqrt{h_1}} \leq 2 \quad (14)$$

$$\frac{1}{\sqrt{h_1}} = \beta_1 \cdot 1 + \beta_2 \cdot 2 \quad (15)$$

As variáveis β_1 e β_2 também pertencem ao conjunto simplex unitário, descrito na Eq. (12).

Com as incertezas descritas é possível reescrever as matrizes dinâmicas da Eq. (8). De forma a evidenciar as incertezas, para que com elas obtenha-se um valor para o ganho K que atenda todos os requisitos, assim tem-se:

$$\begin{bmatrix} 8,71 \cdot 10^{-4} \cdot (\alpha_1 \cdot 0,3 + \alpha_2 \cdot 0,5) \cdot (\beta_1 + 2 \cdot \beta_2) & 33,5 \cdot 10^{-4} \cdot (\alpha_1 \cdot 0,3 + \alpha_2 \cdot 0,5) \cdot (\beta_1 + \beta_2) \\ \frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \cdot (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot (\beta_1 + \beta_2) & -\frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \cdot (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot (\beta_1 + \beta_2) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Evidenciando os termos:

$$\alpha_1 \beta_1 \cdot \begin{bmatrix} \frac{8,71 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3 \cdot 1}{0,3019} & \frac{33,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3}{0,3019} \\ \frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} & -\frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \end{bmatrix} + \alpha_1 \beta_2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{8,71 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3 \cdot 2}{0,3019} & \frac{33,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3}{0,3019} \\ \frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} & -\frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \end{bmatrix} + \alpha_2 \beta_1 \cdot \begin{bmatrix} \frac{8,71 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \cdot 1}{0,3019} & \frac{33,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5}{0,3019} \\ \frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} & -\frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \end{bmatrix} + \alpha_2 \beta_2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{8,71 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \cdot 2}{0,3019} & \frac{33,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5}{0,3019} \\ \frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} & -\frac{33,5 \cdot 10^{-4}}{0,3019} \end{bmatrix} \quad (17)$$

De acordo com (Boyd, 1994), se existir uma matriz simétrica P definida positiva e uma matriz Z que satisfaça a LMI, desta forma obteve-se:

$$A\{i\} \cdot P + P \cdot A\{i\}' + Bu\{i\} \cdot Z + Z' \cdot Bu\{i\}' \leq 0 \quad (18)$$



Onde para a matriz A variando entre as 4 situações de incertezas como visto na Eq. (17). Já a matriz B se mantém constante visto que não há incertezas. Já P e Z são matrizes de Lyapunov utilizadas para o cálculo das LMI's.

Antes do cálculo do ganho K foi inserido um integrador ao sistema, com o intuito de garantir que o nível seguisse o sinal de referência, resultando, portanto, em um sistema de terceira ordem.

O ganho K a ser calculado, que em " $u = K \cdot x$ " garante a estabilidade para o sistema " x " em todo $\alpha \in \Lambda_N$ é encontrado através do cálculo das LMI's. Este ganho é compreendido em $[-4,5127 - 0,1841 - 0,1418] \cdot 10^6$.

3 RESULTADOS

Foram realizadas simulações, em um primeiro momento apenas com os controladores clássicos projetados. Em todos os testes foi definido uma referência de "2" metros a ser seguida por todos os controladores, com condições de entrada de 0,5m para cada um dos tanques, com uma área variante no TQ-01 como definido na Eq. 5. Todos estes testes foram realizados com saturação, aproximando o controle da realidade. Depois de certas simulações percebeu-se que os controladores funcionavam tanto para área variante quanto para área constante.

Nessas simulações os valores para os ganhos foram determinados empiricamente, após diversos testes, e os ganhos utilizados foram os que apresentaram o melhor desempenho. Para o controlador PD os ganhos foram "KP = 300 e KD=10", para o controlador Pi, os ganhos foram "KP = 90 e KI=0,01", por fim para o controlador PID os ganhos foram: KP=90, KI=0,01 KD=10. Analisando os resultados percebe-se que todos os controladores chegam à referência, onde apenas o PD se aproxima e não chega ao valor exato de 2m. Os controladores PID e PI atuam de forma semelhante.

A partir das simulações também é possível notar que a inclusão do integrador, causou um overshoot no sistema. Também é notável que a saída de interesse, ou seja, o nível do TQ-01 não apresenta overshoots para o controle PD.

A segunda parte das simulações foram compreendidas para o controlador LPV robusto, este foi projetado conforme mostrado na seção técnicas de controle LPV robusto.

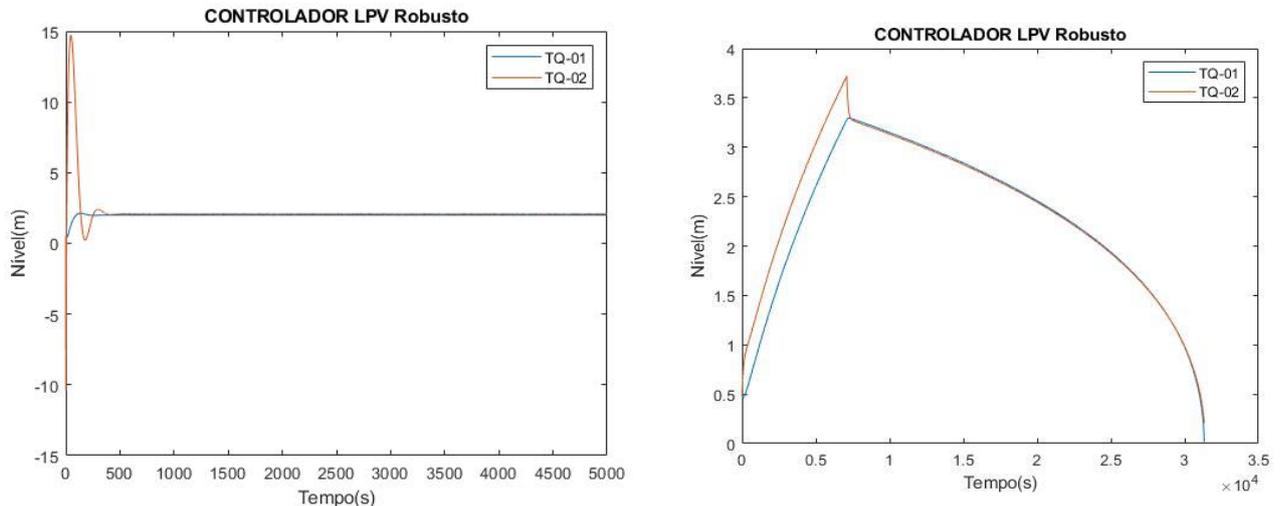
Na simulação o controlador funciona perfeitamente, levando o TQ-01 para à referência de 2m, como é visto na Figura 2. Porém desta vez como dito anteriormente não há a presença de saturação na entrada, afastando o modelo da realidade.

Em uma outra simulação realizada em que se retrata o controlador LPV robusto mais uma vez, porém agora com a saturação na entrada variando de 0 a 100% no esforço de controle, visto na figura a direita da Figura 2.

O controlador LPV robusto não possui um desempenho adequado quando colocado com limitações em sua entrada. Ele se aproxima da realidade onde sua entrada não chega a valores grandiosos, porém não garante a estabilidade. Fica claro, a partir das simulações realizadas, que é necessário incluir o efeito de saturação da entrada de controle no projeto do controlador robusto, de maneira que a estabilidade seja garantida também para este caso.

Todos os testes realizados nesta etapa ficaram padronizados para referência de 2m e com condições iniciais de 0,5m tanto para o TQ-01 quanto para o TQ-02.

Figura 2: Desempenho do controlador LPV Robusto sem (Esquerda) e com saturação (Direita)



Fonte: Autoria própria

4 CONCLUSÃO

Após analisar os resultados obtidos das simulações de todos os controladores projetados ao decorrer desta pesquisa, percebe-se que as técnicas de controle clássicas entregaram resultados mais satisfatórios, dois dos três modelos chegam à referência desejada e apenas um se aproxima, chegando a 1,92m.

Por outro lado, o controlador LPV robusto funciona num primeiro olhar, quando não se há saturações em sua entrada, porém quando colocada tais limitações o modelo não funciona, não entregando um bom resultado.

Como trabalhos futuros é proposta a análise e ajustes do controlador LPV robusto, para que com isso ele possa alcançar os resultados desejados, mesmo com sua entrada limitada, trazendo a possibilidade de adaptação para um uso real.

REFERÊNCIAS

- KHALIL, H. K., “**Nonlinear Systems**”. Vol.3. Upper Saddle River, Nova Jersey: Prentice Hall,1991.
- APKARIAN, Pierre; ADAMS, Richard J. **Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems**. In: Advances in linear matrix inequality methods in control. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000. p. 209-228.1998
- SCHERER, Carsten W. **LPV control and full block multipliers**. In: Automatica, v. 37, n. 3, p. 361-375, 2001.
- FIGUEIREDO, S. L.,”**Controle De Sistemas LPV Discretos No Tempo Sujeitos a Atuadores Saturantes**”. Dissertação de mestrado para o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. 81 páginas. 2020.
- BOYD, S. “**Linear Matrix Inequalities In System and Control Theory**”. Filadélfia: SIAM, 1994.
- BUCKLEY, P. S et al. “**Design of Distillation Column Control Systems**”. Nova Iorque: Publishers Creative Services Inc., 1985.