



Modelagem matemática de manipulador robótico

Mathematical modeling of robotic manipulator

José Salvador Napoli*, Angelo Marcelo Tuset†, Giane Gonçalves Lenzi‡

RESUMO

Neste trabalho são apresentadas duas aplicações de modelagem e controle de posicionamento de um braço robótico com um elo. No primeiro caso é considerado o posicionamento do elo do manipulador para um modelo matemático obtido considerando-se as propriedades elétricas e físicas do sistema robótico. No segundo caso o modelo é obtido por meio da utilização da ferramenta “reconhecimento de sistemas”, considerando-se a corrente do motor e o ângulo do eixo do motor. Em ambos os casos, foi utilizado o controle *Linear Quadratic Regulator* (LQR), para o controle de posicionamento do elo. Simulações numéricas utilizando o MATLAB® demonstraram que o projeto de controle proposto é eficiente no controle de posicionamento do elo e que o toolbox “Identification Systems”, do MATLAB® é uma ferramenta que possibilita obter um modelo adequado do sistema utilizando-se apenas entradas e saída conhecidas.

Palavras-chave: Controle LQR, simulação, modelagem, reconhecimento de sistemas.

ABSTRACT

In this work, two applications of modeling and positioning control of a robotic arm with a link are presented. In the first case, the positioning of the manipulator link is considered for a mathematical model obtained considering the electrical and physical properties of the robotic system. In the second case, the model is obtained by using the “systems recognition” tool, considering the motor current and the motor shaft angle. In both cases, the Linear Quadratic Regulator (LQR) control was used to control the position of the link. Numerical simulations using MATLAB® demonstrated that the proposed control project is efficient in the control of link positioning and that the “Identification Systems” toolbox of MATLAB® is a tool that makes it possible to obtain an adequate model of the system using only inputs and known output.

Keywords: LQR control, simulation, modeling, systems identification.

1 INTRODUÇÃO

Modelagem e controle de posição de manipuladores robóticos tanto na área espacial, área industrial, como os sistemas robóticos médicos tem sido temas de pesquisa de vários pesquisadores do meio científico (JANZEN et al., 2015; LIMA et al., 2019). Um dos problemas do controle do manipulador consiste na determinação das forças ou torques necessários nos atuadores, de maneira a garantir a execução das operações desejadas podendo ser a execução de um movimento ou a realização de tarefas interagindo com o ambiente, o que requer controle de posicionamento. Conforme De Luca e Panzieri (1994) para o controle de trajetória de manipuladores, é necessário levar-se em conta que uma trajetória desejada arbitrária pode ser designada para as juntas. Conforme Lammerts et al. (1995) a trajetória das juntas deve então ser computada de tal forma que a trajetória do braço convirja para a trajetória desejada.

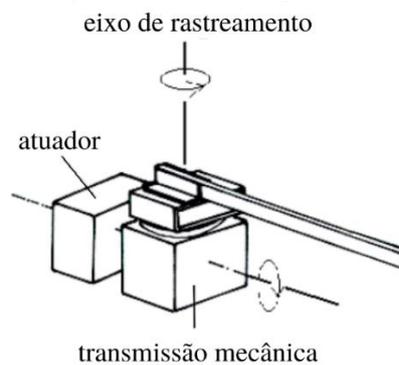
* Engenharia Química, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, Paraná, Brasil; josenapoli@alunos.utfpr.edu.br

† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa; tuset@utfpr.edu.br

‡ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa, Ponta Grossa, Paraná, Brasil; gianeg@utfpr.edu.br

Na Figura 1 é apresentado um modelo de manipulador robótico com um elo. O problema para este sistema é como obter um modelo matemático que relacione o deslocamento angular eixo do motor e a tensão elétrica aplicada no motor?

Figura 1 – Esquema de um manipulador com um elo



Fonte: Adaptado de Fenili e Balthazar (2011)

2 PROCEDIMENTOS OPERACIONAIS DA PESQUISA

2.1 Modelagem matemática

De acordo com Fenili e Balthazar (2011), as equações de movimento governantes para o sistema representado na Fig. 1 são dados por:

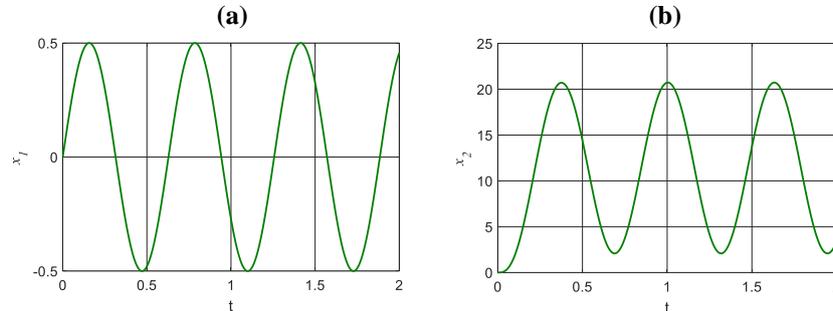
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 - a_2 x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -b_1 x_3 + b_2 x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Sendo: $a_1 = \frac{R}{L_m}$; $a_2 = \frac{K_b \beta}{L_m}$; $b_1 = \frac{c \beta^2}{I_e + \beta^2 I_m}$; $b_2 = \frac{\beta K_t}{I_e + \beta^2 I_m}$. L_m é a indutância do motor, R é Resistência da armadura do motor, K_b é a constante da força eletromotriz, I_e é a inércia associada ao eixo do motor I_m representa a inércia das partes internas dos motor, c representa as fricções internas do motor, K_t a constante de torque do motor, $x_1 = v$ representa a corrente elétrica aplicada na armadura do motor, $x_2 = \theta$ o deslocamento angular, $x_3 = \dot{\theta}$, a velocidade de deslocamento angular e β representa a relação entre o elo e o motor.

2.2 Modelagem matemática por reconhecimento de sistemas

Para obtenção do modelo matemático por reconhecimento de sistema foi utilizado o toolbox: (System Identification) do MATLAB®, considerando como entrada: x_1 (corrente elétrica no motor) e saída: x_2 (deslocamento angular), resultados obtidos da simulação de equação (1) (COLORADO et al., 2017).

Figura 2 – Dados utilizados para obtenção do modelo matemático. (a) Corrente elétrica. (b) Deslocamento angular



Fonte: Autoria própria

Configurando o “System Identification” do MATLAB®, para entrada x_1 , e saída x_2 , considerando um modelo em espaço de estados com 2 variáveis de estado, obtemos o seguinte modelo matemático com 98% de acerto:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -617.7265x_1 - 0.8518x_3 \\ \dot{x}_2 &= 0.002323x_2 - 0.06441x_3 + 0.3966x_1 \\ \dot{x}_3 &= 0.1555x_2 - 0.6185x_3 - 1.208x_1\end{aligned}\quad (2)$$

2.3 Projeto de controle utilizando o controle LQR

O projeto de controle pode ser formulado da seguinte forma: (I) Encontrar o função de controle u que transfere o sistema (1) ou (2) do estado inicial $x(0) = x_0$ para o $x(\infty) = x^*$. Onde x^* são os estados desejados.

Os sistemas dinâmicos representados pelas Eq. (1) e Eq. (2) com sinal de controle (u) podem ser representados na seguinte:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3)$$

O funcional custo a ser minimizado é dado pela seguinte equação:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [x^T Qx + u^T Ru] dt \quad (4)$$

Onde Q é uma matriz semi-definida positiva e R uma matriz definida positiva. O sinal de controle (u) que minimiza o funcional da Eq. (4) é dado por:

$$u = -R^{-1}B^T Px = -kx \quad (5)$$

Onde P é a matriz de Riccati, que é dada e obtida pela seguinte equação:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (6)$$

2.4 Controle LQR no sistema da Eq. (1)

Introduzindo o sinal de controle u no sistema da Eq. (1), obtemos o seguinte sistema com controle da corrente elétrica em espaço de estados conforme sistema da Eq. (3).



$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -a_1x_1 - a_2x_3 + \frac{1}{L_m}u \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -b_1x_3 + b_2x_1\end{aligned}\quad (7)$$

Sendo que para este sistema temos: $A(x) = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 1 \\ b_2 & 0 & -b_1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1/L_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. E definindo $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$;

$Q = 10^3 \begin{bmatrix} 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $R = [10^{-3}]$. Utilizando o comando $k=lqr(A,B,Q,R)$ do MATLAB®, obtemos o sinal de

controle:

$$u = -9999x_1 - 31623(x_2 - 1) - 1051x_3 \quad (8)$$

2.5 Controle LQR no sistema da Eq. (2)

Introduzindo o sinal de controle u no sistema da Eq. (2), obtemos o seguinte sistema com controle da corrente elétrica em espaço de estados conforme sistema da Eq. (3).

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -617.7265x_1 - 0.8518x_3 + \frac{1}{L_m}u \\ \dot{x}_2 &= 0.002323x_2 - 0.06441x_3 + 0.3966x_1 \\ \dot{x}_3 &= 0.1555x_2 - 0.6185x_3 - 1.208x_1\end{aligned}\quad (9)$$

Sendo que para este sistema temos: $A(x) = \begin{bmatrix} -617.7265 & 0 & -0.8518 \\ 0.3966 & 0.002323 & -0.06441 \\ -1.208 & 0.1555 & -0.6185 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1/L_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. E definindo

$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $Q = 10^3 \begin{bmatrix} 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $R = [10^{-3}]$. Utilizando o comando $k=lqr(A,B,Q,R)$ do MATLAB®,

obtemos o sinal de controle:

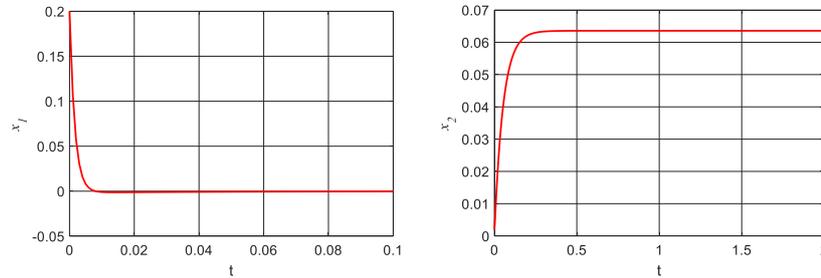
$$u = -8.9998(x_1) - 31574(x_2 - 1) + 01076(x_3) \quad (10)$$

3 RESULTADOS

3.1 Modelagem matemática

Na Figura 3 pode-se observar o sistema (1) com os seguintes parâmetros: $c = 4.629 \cdot 10^{-3}$, $K_t = 5.281 \cdot 10^{-2}$, $K_b = 5.281 \cdot 10^{-2}$, $L_m = 3.1 \cdot 10^{-3}$, $R = 1.914952$, $I_m = 6.540 \cdot 10^{-5}$, $I_e = 6.540 \cdot 10^{-7}$, $\beta = 0.05$, $x_{10} = 0.2$, $x_{20} = 0.002$, $x_{30} = 0.1$.

Figura 3 – Sistema (1) em malha aberta. (a) Corrente elétrica. (b) Deslocamento angular

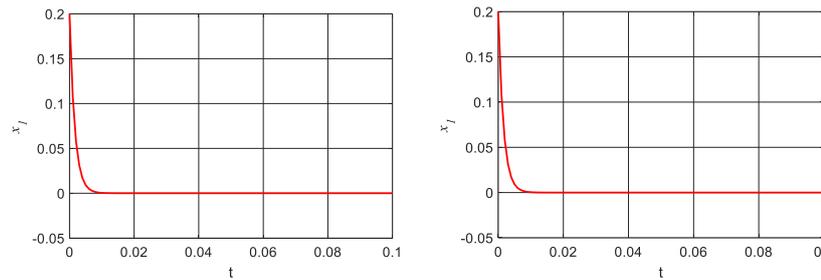


Fonte: Autoria própria

3.2 Modelagem matemática por reconhecimento de sistemas

Na Figura 4 pode-se observar o sistema (2) obtido por identificação de sistemas com 98% de acerto.

Figura 4 – Sistema (2) em malha aberta. (a) Corrente elétrica. (b) Deslocamento angular

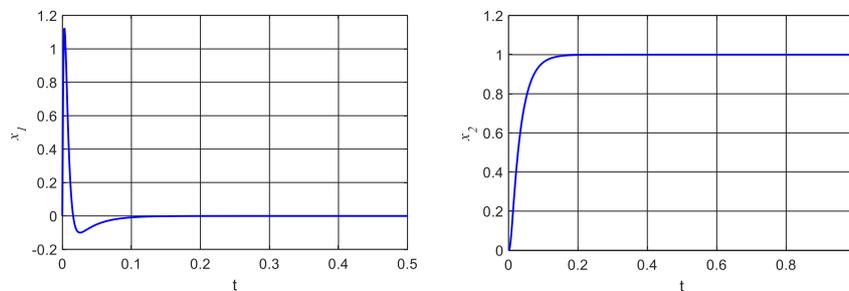


Fonte: Autoria própria

3.3 Controle LQR no sistema da Eq. (1)

Na Figura 5 pode-se observar a variação da corrente e o deslocamento angular do sistema da Eq. (1) com o sinal de controle da Eq. (8).

Figura 5 – Sistema (1) com controle (8). (a) Corrente elétrica. (b) Deslocamento angular

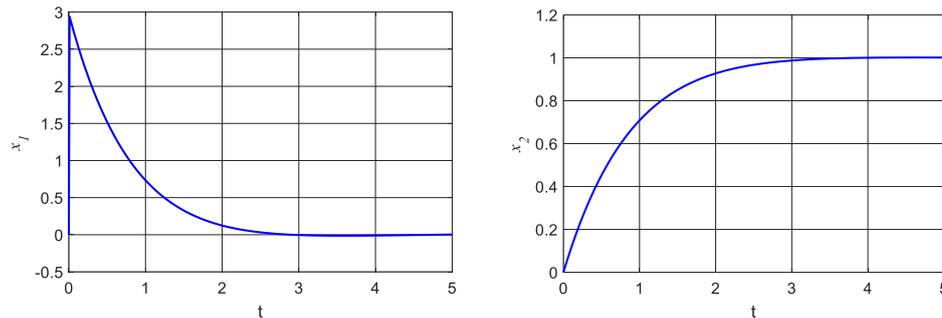


Fonte: Autoria própria

3.4 Controle LQR no sistema da Eq. (2)

Na Figura 6 pode-se observar a variação da corrente e o deslocamento angular do sistema da Eq. (2) com o sinal de controle da Eq. (8).

Figura 6 – Sistema (1) com controle (8). (a) Corrente elétrica. (b) Deslocamento angular



Fonte: Autoria própria

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho são apresentados os modelos matemáticos de um manipulador robótico com um elo. Os resultados numéricos encontrados demonstraram que a utilização do toolbox: (System Identification) do MATLAB[®], é uma ferramenta eficiente para modelagem matemática de sistemas dinâmicos. Também foi demonstrado nos resultados apresentados que a formulação do controle de posicionamento do elo do manipulador, pelo controle corrente elétrica por meio da utilização da técnica de controle LQR é uma excelente opção para sistemas robóticos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela bolsa de iniciação científica do primeiro autor e à UTFPR pelo apoio.

REFERÊNCIAS

- LIMA J. J.; BALTHAZAR J. M.; ROCHA R. T., ET AL. **On Positioning and Vibration Control Application to Robotic Manipulators with a Nonideal Load Carrying.** *Shock and Vibration* (2019), 5408519(1- 14), 2019.
- JANZEN, F. C.; TUSSET, A. M.; PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL, M. R. L. F. **Motion and vibration control of a slewing flexible structure by SMA actuators and parameter sensitivity analysis.** *The European Physical Journal. Special Topics* (224), p. 3041-3054, 2015.
- DE LUCA, A. e PANZIERI, S. **Na iterative scheme for learning gravity compensation in flexible robot arms.** *Automática* (30), p. 993-1002, 1994.
- LAMMERTS, I. M. M.; VELDPAUS, F. E.; VAN DE MOLENGRAFT, J. G.; KOK, J. L. **Adaptive computed referent computed torque control of flexible robots.** *ASME J. of Dynamics Systems, Measurement and Control* (117), p. 31-36, 1995.