Processos de raciocínio matemático na aprendizagem matemática

Mathematical reasoning processes in mathematical learning

Ketheryn Letícia Gomes de Barros*, Eliane Maria de Oliveira Araman[†],
Lucas do Nascimento Corrêa[‡], Maria de Lourdes Serrazina[§]

RESUMO

O Raciocínio Matemático (RM) é um aspecto importante para o ensino e a aprendizagem de matemática e tem sido mencionado em diversas pesquisas com linhas de pensamentos que refletem sobre sua funcionalidade no âmbito da Educação Matemática. Com características diversas presentes na literatura o RM carrega consensos por parte de pesquisadores. Com base nisso, o presente trabalho traz uma abordagem sobre o Raciocínio Matemático com o objetivo de identificar os processos de raciocínio desenvolvidos pelos alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Básico de uma escola pública de Lisboa ao resolverem uma tarefa exploratória de matemática. Essa pesquisa tem caráter qualitativo e interpretativo e os dados que apresentamos neste artigo foram coletados com dois alunos ao resolverem uma tarefa exploratória. Os dados foram coletados por meio de gravação de áudio e depois transcritos pelos pesquisadores. Como resultados, observamos que os alunos desenvolveram conjecturas, justificativas e validação, recorrendo ao conhecimento matemático que já possuíam para resolver a tarefa.

Palavras-chave: Raciocínio Matemático, Tarefas Exploratórias, Processos de Raciocínio.

ABSTRACT

Mathematical Reasoning (RM) is an important aspect for teaching and learning mathematics and has been mentioned in several researches with lines of thought that reflect on its functionality in the context of Mathematics Education. With diverse characteristics present in the literature, RM carries consensus among researches. Based on this, this work presents an approach on Mathematical Reasoning with the objective of identifying the reasoning processes developed by students of a 3rd year class of Basic Education in a public school in Lisbon when solving an exploratory task of math. This research is qualitative and interpretive, and the data we present in this article were collected from two students when solving an exploratory task. Data were collected through audio recording and then transcribed by the researchers. As a result, we observed that students developed conjectures, justifications and validation, using the mathematical knowledge they already had to solve the task.

Keywords: Mathematical Reasoning, Exploratory Tasks, Reasoning Processes.

1 INTRODUÇÃO

O Raciocínio Matemático tem sido estudado por diversos pesquisadores e está presente em documentos curriculares que norteiam a prática de ensino de diversos lugares do mundo, como uma maneira de destacar a sua utilização na sala de aula de forma a contribuir para a aprendizagem matemática dos alunos e reforçar conhecimentos já adquiridos por eles. “O raciocínio matemático é reconhecido como fundamental por numerosos autores, que sublinham uma variedade de aspectos” (PONTE; MATA-PEREIRA; HENRIQUES, 2012, p. 357). Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) – esse tema é apresentado como letramento matemático, onde são definidas as competências como habilidade em raciocinar, comunicar e argumentar matematicamente favorecendo a formulação e resoluções de problemas em vários

* Licenciatura em Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil; ketheryn@alunos.utfpr.edu.br
† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procópio; eliane.araman@gmail.com
‡ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil; lcorrea@alunos.utfpr.edu.br
§ Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal; lurdess@eselx.ipl.pt

contextos, a partir de contextos e fatos matemáticos. A BNCC (BRASIL, 2018) também aponta que o desenvolvimento das habilidades está relacionado a formas da organização da aprendizagem matemática com análise em situações do cotidiano.

Jeannotte e Kieran (2017) desenvolveram um estudo que vai além da definição de Raciocínio Matemático, através de análises e pesquisas na literatura em educação matemática, consideraram dois aspectos principais do RM, sendo eles o aspecto estrutural e aspecto do processo. O aspecto estrutural refere-se à maneira pela qual os elementos discursivos se combinam em um sistema ordenado que descreve os elementos e sua relação entre si. As formas mais citadas são dedução, indução e abdução (JEANNOTTE; KIERAN, 2017) e o aspecto do processo são processos cognitivos que são meta-discursivos, ou seja, que derivam narrativas sobre objetos ou relações, explorando as relações entre objetos (JEANNOTTE; KIERAN, 2017).

Com relação aos processos de raciocínio desenvolvido pelos alunos, Mata-Pereira e Ponte (2018) defendem que "um dos pontos fundamentais para promover o raciocínio matemático dos alunos é compreender o que se entende por raciocinar matematicamente e quais os processos de raciocínio a desenvolver nos alunos" (p.782). Segundo Jeannotte e Kieran (2017), formular conjecturas é um processo periódico que inclui: (i) enunciar a conjectura; (ii) verificar se cobre todos os casos e exemplos; (iii) tentar refutar; e (iv) encontrar um motivo que faça com que a conjectura seja verdadeira ou tentar modificá-la. A partir da formulação de conjecturas pelo aluno, estas que podem ser válidas ou inválidas, o docente vai precisar desenvolver afirmações através de relações matemáticas. Para esse desenvolvimento Jeannotte e Kieran (2017) apresentam cinco processos relacionados à busca de semelhanças e diferenças, sendo eles: generalização, conjectura, identificação de um padrão, comparação e classificação; três processos relacionados à validação, sendo eles: justificação, prova e prova formal; e o processo de exemplificação que apoia os demais. Para Henriques (2010), tarefas de caráter exploratório criam a oportunidade de promover "uma compreensão vivida dos processos matemáticos envolvidos numa investigação (...) [facilitando] o desenvolvimento do raciocínio na resolução de problemas" (HENRIQUES, 2010, p. 373). Com base nesses estudos, propomos a seguinte questão de investigação: Quais estratégias de raciocínio matemático os alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Básico de uma escola pública de Lisboa utilizam para resolver uma tarefa exploratória?

2 MÉTODO (OU PROCEDIMENTOS OPERACIONAIS DA PESQUISA)

O artigo é de cunho qualitativo e faz parte de uma investigação maior desenvolvida pela orientadora deste trabalho e apresenta a resolução de uma tarefa exploratória aplicada na disciplina de matemática realizada por alunos do 3º ano do Ensino Básico em uma escola pública de Lisboa (Portugal). Para esse artigo foram consideradas resoluções de apenas uma dupla desta turma no qual a análise é voltada para as resoluções e os processos de RM utilizados pelos alunos. A coleta de dados foi realizada por meio de gravação em áudio e vídeo da aula que em seguida foi transcrita, a coleta foi executada com o consentimento e autorização dos participantes e com a diretoria da escola, os nomes dos alunos e da professora foram alterados para manter a confidencialidade de suas identidades. A tarefa foi aplicada em 01/02/2016, com o objetivo de desenvolver cálculos em problemas de multiplicação, os alunos foram organizados em pares, trabalhando de forma autônoma e fazendo registros escritos individualmente na folha de resolução. O enunciado da tarefa era: *Todos os sábados o padeiro do Pão Bom Cozinha 800 pãezinhos que dispõe em tabuleiros*. *Tens ideia de quantos tabuleiros precisara?*

3 RESULTADOS

A dupla de alunos resolve a tarefa de forma autônoma, num primeiro momento. Esta resolução segue transcrita e analisada na sequência.

Menino: Já sei! Eu tenho uma ideia. Os pãezinhos precisam ser distribuídos nos tabuleiros.
Menina: Os pãezinhos têm que ser distribuídos em quantos?
Menino: Então, nós não sabemos! Tem os tabuleiros, mas não diz quantos. Só diz quantos pãezinhos, quantos tabuleiros não diz, pois...
Menino: Eu acho que é pãezinhos tantas vezes, pãezinhos tantas vezes...
Menina: Muito difícil, ó... Já pensaste no tabuleiro?
Menino: Não, estou pensando.
Menina: De quantos tabuleiros precisa?
Menino: Precisa... Eu já tenho uma ideia! Ô professora, podemos fazer a tabela um bocadinho grande?
(A professora não responde)

Nesse primeiro momento da resolução os alunos elaboram a primeira conjectura onde identificam que devem usar a multiplicação para resolver a tarefa, fazendo "pãezinhos tantas vezes". Os alunos continuam o raciocínio avançando na conjectura, elaboram uma estratégia para alcançar o resultado, construir uma tabela, eles também ja conseguiram identificar que a tabela será grande, talvez porque a quantidade de pãezinhos seja grande (no caso, 800).

Menino: Vamos fazer uma tabela, tabuleiros e pãezinhos.
(O par começa a fazer a tabela na folha)
Menino: Pãezinhos e tabuleiros. 400.
Menina: 400?
Menino: Não, já sei, 80 pãezinhos e 10 tabuleiros.
(Anotam na tabela)
Menina: 8 pãezinhos e 100 tabuleiros.
(Ambos anotam)
Menino: Não está muito fácil? Espera, espera...
(A menina anota 2 tabuleiros e 400 pãezinhos).
Menino: Esses pãezinhos têm que ser pequeninos.
(Ambos riem e anotam 4 tabuleiros e 200 pãezinhos)

Nesse momento a dupla ja começa a elaborar a tabela, com as possibilidades de tabuleiros que pode ser utilizado. Apresentam duas resoluções para o problema sendo 80 vezes 10 e 8 vezes 100, utilizando a primeira conjectura: quantidade de pãezinhos vezes quantidade de tabuleiros). Os alunos se questionam sobre como estão elaborando a tabela, acham que está muito fácil e começam a encontrar mais valores que satisfazem a conjectura, numa tentativa de validá-la.

Menino: 50 por 50.
Menina: Não, não dá, não pode ser 50 por 50, tem que ser 50 por 3.
Menino: Não..
Menina: 50 vezes 3 dá 150 pãezinhos.
(O menino apaga seu registro)

Seguindo o mesmo processo de resolução do trecho anterior, eles continuam buscando outras soluções para o problema apresentado, a princípio tentam usar 50 tabuleiros vezes 50 pãezinhos mas conseguem identificar que não vão obter o resultado que querem, então tentam 50 tabuleiros vezes 3 pãezinhos e também não chegam ao resultado e acabam apagando a resolução, num processo de validação, refutando essas possibilidades.

Menino: Está difícil.
(A menina anota 1 tabuleiro e 800 pãezinhos)
Menina: 20 tabuleiros com..
Menino: 40 pãezinhos.
(Anotam em suas folhas)
Menina: 20 com 40, 40 com 20.
(Agora ela anota 40 tabuleiros com 20 pãezinhos).
Menina: 50 com 3, 50 vezes 3 é 150.
(Volta e confere todos os valores anotados em sua folha).
Menina: Estão todos bem.

Após não conseguirem encontrar um resultado utilizando 50 tabuleiros, eles continuam utilizando a conjectura de multiplicar a quantidade de pãezinhos pela quantidade de tabuleiros. Na tabela que estão contruindo anotam 1 vezes 800, 20 vezes 40, 40 vezes 20, indicando que conhecem a propriedade comutativa da multiplicação (quando fazem 20 vezes 40 e 40 vezes 20) e a propriedade de elemento neutro da multiplicação (quando fazem 1 vezes 800). Esses valores são validados pela dupla, entretanto, mais uma vez, refutam o resultado 50 tabuleiros vezes 3 pãezinhos.

Menino: Está difícil.
Menina: Quantas é que existem?
(Voltam a conferir em suas folhas quais já fizeram)
Menino: 50 vezes 4.
Menina: Nós já fizemos isso.
Menino: Não, não fizemos.
(O menino registra em sua folha 8 tabuleiros e 100 pãezinhos e a menina copia)
Menina: E se fizermos 800 por 1, 800 por 2 e vemos quanto que dá?
Menino: Nós já fizemos tudo?
(Voltam a conferir os registros na folha)
Menina: Com 1 já fizemos, com 2 já fizemos, com 3 não fizemos.
Menino: Não dá. Não dá com número ímpar.
Menina: Pois.
(Ficam um tempo pensando)
Menina: Nós achamos que não há mais. Já fizemos o 8.

Nesse trecho os alunos começam a se questionar sobre a quantidade de possibilidades que podem ter para a resolução e ressaltam que está difícil de encontrar outros caminhos para a resposta. A dupla analisa a possibilidade de 50 vezes 4, mas não avançam nela. Tentam utilizar 800 vezes 1, 800 vezes 2, mas ainda não validam essas possibilidades. Os alunos pensam sobre outras possibilidades e refutam sobre utilizar o número ímpar, porém não justificam o motivo de não ser possível utilizar números ímpares.

Menino: 8 vezes 50 dá... o dobro do 8! Porque 50 vezes 16 dá 800.
Menina: Vamos fazer mais um bocadinho. Olha só o que eu percebi.
(Anota também a multiplicação inversa, 16 tabuleiros e 50 pãezinhos e 50 tabuleiros e 16 pãezinhos).
Menino: Já fizemos muitas, acho que aqui já estão todas.
Menina: Mas nós não sabíamos bem essas (referindo-se ao 50 x 16 e 16 x 50), pode ter mais.

Ainda utilizando a conjectura de multiplicação os alunos encontram novos resultados como 50 vezes 16. A princípio eles pensam em 50 vezes 8, mas percebem que fazendo o dobro do 8, que é 16, obtém 800 que é a quantidade total de pãezinhos. O aluno acredita já ter encontrado todas as possibilidades, mas a aluna insiste e encontra mais duas possibilidades, também utilizando a propriedade comutativa, fazendo a expressão inversa de 16 vezes 50, mais uma vez indicando conhecer a propriedade comutativa da multiplicação.

Menino: Já sei outra.
(Anota em sua folha 5 tabuleiros e 160 pãezinhos logo abaixo do 50 tabuleiros e 16 pãezinhos e mostra para a menina, em seguida ambos anotam 160 tabuleiros e 5 pãezinhos também).
Menina: Vamos descobrir mais.
(Apaga seu último registro que era 160 tabuleiros e 5 pãezinhos e coloca 150 tabuleiros e 6 pãezinhos).
Menino: O que você fez?
Menina: O contrário da de cima.
(Mostra o 5 e o 6, o 160 e o 150)
Menino: Não é o contrário.
(Anota em sua folha 150 tabuleiros e 6 pãezinhos e 6 pãezinhos e 150 tabuleiros, não percebendo o erro)

A dupla se empolga para encontrar mais possibilidades e encontram 5 vezes 160 e 50 vezes 16 que resultam, ambas, em 800 pãezinhos. Tal resolução indicam o domínio que os alunos têm nas multiplicações por 10, 100 e 1000. Nos registros eles colocam 150 tabuleiros com 6 pãezinhos e não percebem que essa segunda expressão resulta em 900. Ainda sem perceber o erro a dupla anota a expressão 150 vezes 6 na tabela, mas o menino percebe que não se trata do contrário da anterior, ou seja, 6 vezes 150 não é o contrário de 5 vezes 160). Continuam na busca por mais resultados.

Menina: Descobri outra!
(Anota 12 tabuleiros na folha, mas desiste e apaga).
Menino: Aqui outra!
(Mostra o registro em sua folha 15 tabuleiros e 60 pãezinhos, mais uma vez sem perceber seu erro. A menina também faz o registro e completa com 60 tabuleiros e 15 pãezinhos)
Professora: Veja lá se este está bem!
(A professora que passava neste momento pede que eles verifiquem seu último registro).
Menina: Eu acho que está bem porque é o contrário deste.
(Indica o registro anterior 15 tabuleiros e 60 pãezinhos. Ficam uns minutos pensando, mas não identificam o erro e continuam a tarefa)

Seguindo o raciocinio anterior os alunos não percebem o erro e a professora interfere solicitando que eles revejam o último registro, a aluna não percebe que resulta em 900 pãezinhos e diz que está correto pois se trata, na opinião dela, do contrário da anterior, e continuam a resolução.

Menino: Agora temos que fazer por 800.
(Registra 800 tabuleiros e 1 pãozinho, a menina também faz o registro)
Menino: 150 vezes 6... dá...
(O menino retoma uma das multiplicações e começa a achar que está errada)
Menina: Dá mais! Deixa eu fazer.
(Num canto da folha faz 150 x 6; 100 x 6 = 600; 50 x 6 = 300)
Menina: Dá 900!
(O menino vai conferir a operação efetuada por ela)

Menino: Mas não é esse do 150, é este que eu queria que você fizesse.
Menina: Mas é a mesma coisa, nós já sabemos que este não dá. Então o 15 vezes 60 também não dá.
(Apaga a operação feita e as linhas da tabela que continham os registros relativos a 150 tabuleiros e 6 pãezinhos e 15 tabuleiros e 60 pãezinhos)
Menina: Será que não tem outras que estão mal?
(Ela apaga outros registros que já havia feito e que estavam corretos)

No último trecho da discussão, eles percebem o erro que tinham cometido, iniciando pela multiplicação 150 vezes 6, num processo de validação, refutando essa possibilidade. Para isso, o menino apresenta uma justificação, afirmando que 100 x 6 = 600 e que 50 x 6 = 300, totalizando 900 pãezinhos e não os 800 esperados. A mesma justificativa ele usa para refutar o 15 vezes 60. Diante dos argumentos apresentados, a menina aceita e também apaga seus registros.

4 CONCLUSÃO

Através do estudo realizado podemos perceber as estratégias de resolução utilizadas pela dupla para resolver a tarefa exploratória. Os alunos mobilizaram os processos de conjecturar, validar, refutar e justificar suas escolhas. Recorreram a conhecimentos anteriores como a utilização de propriedades da multiplicação, evidenciando o desenvolvimento do raciocínio matemático, que segundo Araman e Serrazina (2020), consiste na utilização de conhecimentos prévios para desenvolver novos conhecimento matemáticos. Assim, consideramos que a análise realizada e os resultados obtidos corroboram outros resultados de pesquisa evidenciando o potencial do Raciocínio Matemático para a aprendizagem matemática.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Universidade Tecnológica Federal do Paraná pelo incentivo financeiro por meio de bolsa.

REFERÊNCIAS

ARAMAN; E. M. O., SERRAZINA, M. L. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 9, n. 18, p. 118-136, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

HENRIQUES, A. O pensamento matemático avançado e a aprendizagem da análise numérica num contexto de actividades de investigação. 2010. 446 f. Tese (Doutoramento em Educação, Didáctica da Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. Educational Studies in Mathematics, v. 96, n. 1, p. 1-16, 2017.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, v. 32, n. 62, p. 781 – 801, 2018.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Práxis Educativa**, v. 7, n. 2, p. 355 – 377, 2012.