

Análise e síntese de controladores para sistemas variantes no tempo

Controller Analysis and Synthesis for Time-Variied Systems

RESUMO

José Malveira Moura Neto
netto.malveira@hotmail.com
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Comélio Procópio, Paraná, Brasil

Cristiano Marcos Agulhari
agulhari@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Comélio Procópio, Paraná, Brasil

Este trabalho apresenta um estudo sobre uma análise de técnicas de filtragem robusta. A proposta aqui abordada, é a implementação de uma técnica de filtragem robusta em norma H_∞ para sistemas variantes no tempo. Na utilização de filtros robustos, tem como expectativa estimar o estado real do sistema através de um filtro dinâmico, assim, garantir a robustez do sistema, no entanto, esses filtros são expressos na forma de LMIs ("Linear Matrix Inequalities" – Desigualdades Matriciais Lineares), e para a determinação dos coeficientes e de estabilidade para produzirem o melhor filtro, são utilizadas algumas técnicas, uma delas será vista nesse trabalho. A ideia principal é que o projeto do filtro atenda as condições, entre elas estimar o estado real do sistema.

PALAVRAS-CHAVE: Filtro Robusto, Norma H_∞ , LMIs, Controle Robusto .

Recebido: 19 ago. 2019.

Aprovado: 01 out. 2019.

Direito autoral: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



ABSTRACT

This paper presents a study on an analysis of robust filtering techniques. The proposal addressed here is an implementation of a robust H_∞ filtering technique for systems that does not change the tempo. When using robust filters such as estimation of estimation or actual system state through a dynamic filter, thus ensuring system robustness, however, these filters are expressed in the form of LMIs ("Matrix Inequalities" - Matrix Inequalities Linear), and to determine the coefficients and stability to produce the best filter, are some technical fertilizers, one of them will be seen in this work. The main idea is that the filter design meets conditions such as estimation or the actual state of the system.

KEYWORDS: Robust Filter, Norm H_∞ , LMIs, Robust Control.

INTRODUÇÃO

Filtros são sistemas ou processos projetados para reter ou amenizar tudo que seja indesejável. Assim, os vários tipos de filtros podem ser vistos como sistemas responsáveis não só por eliminar componentes indesejados em um sinal, mas também por estimar sinais ou estados internos de um sistema a partir de informações incompletas (BARBOSA, 2003). Os sistemas em geral estão sujeitos a incertezas, desta forma, a teoria de filtragem, consideravelmente ligada à teoria de controle, trabalha no intuito de amenizar as incertezas não conhecidas empregadas nos sistemas.

Uma das principais maneiras que se encontra na literatura para lidar com sistemas com parâmetros incertos são os filtros robustos (XIE; SOUZA, 1995). A teoria de Filtragem Robusta vem sendo estudada nas últimas décadas. Diversas técnicas de filtragem robusta consistem em abordagens baseadas em LMIs (*Linear Matrix Inequalities – Desigualdades Matriciais Lineares*) que podem abranger vários problemas de controle, por apresentarem uma certa facilidade em resolver problemas com variáveis matriciais e convexos (SKOGESTAD, 2005; POSTLETHWAITE, 2005). Na filtragem de variância mínima, é implicitamente assumido que os modelos, os sinais e os ruídos dos sistemas são conhecidos exatamente. Infelizmente, essas suposições limitam a aplicação de estimadores de variância mínimos (XIE; SOUZA, 1995).

Neste trabalho, foram considerados sistemas contínuos no tempo e sujeitos a incertezas paramétricas. O foco deste trabalho é a análise e simulação de uma técnica de filtragem, baseada em LARCEDA (2011), que seja robusta tanto a incertezas paramétricas quanto a ruídos externos. Os problemas são descritos e resolvidos por meio de LMIs. O Filtro aqui desenvolvido necessita estimar a saída desejada do sistema, e também trabalhar na minimização da variância do erro de estimação.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Norma H_{∞}

A norma H_{∞} de um sistema é o valor máximo da função de transferência em toda a faixa de frequência. Em sistemas SISO é o máximo valor de pico do diagrama de bode (PAL, 2006).

Considere o modelo dado pelo sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_u u + B_w w \\ y = C_y x + D_{yu} u + D_{yw} w \\ z = C_z x + D_{zu} u + D_{zw} w \end{cases} \quad (1)$$

As matrizes A , B_u , B_w , C_y , D_{yu} , D_{yw} , C_z , D_{zu} e D_{zw} , são matrizes precisamente conhecida, e também x é o vetor de estados, u é a entrada do sistema e w é a entrada com ruído. Assim, a norma H_∞ corresponde ao valor:

$$\|H(s)\|_\infty = \sup \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2}, \quad \|w\|_2 \neq 0 \quad (2)$$

onde o supremo é calculado para todas as trajetórias não nulas do sistema (BOYD, 1994).

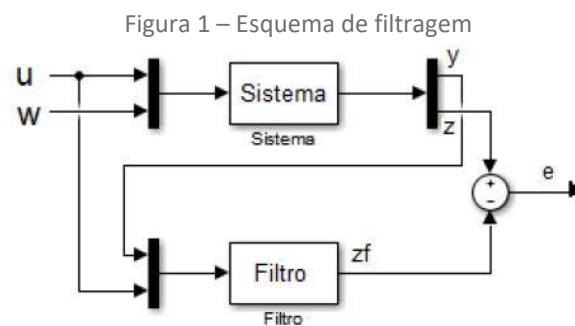
Geralmente a norma H_∞ é computada numericamente a partir de uma realização de espaço de estados por meio de LMIs dependentes de parâmetros conhecidos como "Lemma Bounded-Real"

Lema 1: Lemma Bounded-Real. Seja "A" uma matriz estável Hurwitz. A desigualdade $\|H(s)\|_\infty < \gamma$ é válida se e somente se existirem matrizes simétricas $P \in R^{n \times n}$ tal que:

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & C^T & PB \\ * & -I_p & D \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (3)$$

METODOLOGIA

A técnica apresentada neste trabalho, foi baseada no artigo LACERDA (2011), sendo a principal diferença a consideração de uma entrada de externa de controle, e não apenas uma entrada ruidosa. A abordagem que será utilizada é a filtragem robusta em norma H_∞ , que lida diretamente com incertezas, minimizando o ganho de energia para todas as incertezas.



Fonte: Autoria Própria

A Figura 1 é o esquemático do modelo de filtragem robusta. Assim obtém-se o sistema do filtro Equação (1) sendo $x \in R^n$ o vetor de estados, $u \in R^{n_u}$, a entrada do sistema, $w \in R^{n_w}$ uma entrada externa com ruído, $z \in R^{n_z}$ o sinal a ser estimado e $y \in R^{n_y}$ a saída medida. A dinâmica do filtro é dada por:

$$\begin{cases} \dot{x}_f = A_f x_f + B_{fy} y + B_{fu} u \\ z_f = C_f x_f + D_{fy} y + D_{fu} u \end{cases} \quad (4)$$

As matrizes A_f , $B_f y$, $B_f u$, C_f , $D_f y$ e $D_f u$ são matrizes do filtro, que serão definidas a partir do Teorema 1. O objetivo é sintetizar um filtro estável linear de ordem completa e robusta,

Onde x_f é o estado estimado do sistema e z_f a saída estimada, o limitante do erro é dado entre a comparação entre a saída estimada e a saída do filtro. Esse filtro pode ser sintetizado usando o seguinte teorema.

Teorema 1: Suponha que $u(t)$, tal que $\|u(t)\|^2 \leq \mu^2 \|\tilde{x}\|^2$. Se existem matrizes simétricas definidas positivas P_{11} e P_{22} , matrizes K_{11} , K_{21} , E_{11} , E_{21} , P_{21} , Q_{11} , F_{11} , R_{11} , \tilde{K} , M_1 , M_2 , M_3 , D_{fy} , D_{fu} e C_f e escalares λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 , τ e γ que satisfazem:

$$\begin{bmatrix} K_{11}A + A^T K_{11}^T + \lambda_1(M_2 C_y + C_y^T M_2^T) + \tau \mu^2 I & A^T K_{21}^T + \lambda_2 C_y^T M_2^T + \lambda_1 M_1^T \\ * & \lambda_2(M_1 + M_1^T) \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_{11} - K_{11} + A^T E_{11}^T + \lambda_3 C_y^T M_2^T & P_{12} - \lambda_1 K + A^T E_{21}^T + \lambda_4 C_y^T M_2^T \\ P_{12}^T - K_{21} + \lambda_3 M_1^T & P_{22} - \lambda_1 K + \lambda_4 M_1^T \\ -E_{11} + E_{11}^T & -\lambda_3 K - E_{21}^T \\ * & -\lambda_4(K - K^T) \\ * & * \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_z^T - C_y^T D_{fy}^T + A^T Q_{11}^T & K_{11} B_w + \lambda_1 M_2 D_{yw} + A^T F_{11}^T \\ -C_f^T & K_{21} B_w + \lambda_2 M_2 D_{yw} \\ -Q_{11}^T & E_{11} B_w + \lambda_2 M_2 D_{yw} - F_{11}^T \\ 0 & E_{21} B_w + \lambda_4 M_2 D_{yw} \\ -I & D_{zw} - D_{fy} D_{yw} + Q_{11} B_w \\ * & \gamma^2 I + F_{11} B_w + B_w^T F_{11}^T \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \square & K_{11} B_u + \lambda_1 M_2 D_{yu} + \lambda_1 M_3 + A^T R_{11}^T \\ \square & K_{21} B_u + \lambda_2 M_2 D_{yu} + \lambda_2 M_3 \\ \square & E_{11} B_u + \lambda_3 M_2 D_{yu} - R_{11}^T \\ \square & E_{21} B_u + \lambda_4 M_2 D_{yu} + \lambda_4 M_3 \\ \square & D_{zu} - D_{fu} - D_{fy} D_{yu} + Q_{11} B_w \\ \square & F_{11} B_u + B_w^T R_{11}^T \\ \square & -\tau I + R_{11} B_u + B_u^T R_{11}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

Para a utilização do Teorema 1 para obter a dinâmica do filtro, alguns parâmetros são necessários, como $\mu = 1$, já $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \tau$ e γ foram gerados aleatoriamente.

Desta forma, será utilizado um exemplo numérico, que possibilitará uma análise numérica, possibilitando validar a técnica. A condição do filtro robusto norma H_∞ descrita, foi implementada na ferramenta computacional Matlab utilizando os pacotes Yalmip (LÖFBERG, 2004) e SeDuMi (STURM, 2003) e para a simulação foi utilizado também a ferramenta computacional Simulink, utilizando a mesma estrutura mostrada na Figura 1.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para uma análise, foi necessário que as matrizes responsáveis pela dinâmica do sistema fossem definidas, assim tem-se:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.45 \\ 1.5 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.45 \\ 1.5 \end{bmatrix} w \\ y = [1 \quad 0]x + [0]u + [0]w \\ z = [2 \quad 0]x + [0]u + [0]w \end{cases} \quad (6)$$

com isso, foram realizadas as simulações e a construção de uma tabela para uma melhor análise.

Tabela 1 – Resultado da simulação

Status de γ	Valor de γ	Erro ($z(t) - z_f(t)$)
Minimizando γ	2.727e-07	1.635e-13
Minimizando γ	3.624e-06	6.296e-11
Minimizando γ	1.105e-05	5.452e-10
Minimizando γ	1.468e-04	1.819e-07
Sem minimizar γ	2.936	5.865e-05
Sem minimizar γ	3.039	3.826e-04
Sem minimizar γ	3.211	9.156e-04

Fonte: Autoria Própria

Na Tabela 1, é possível classificar diferentes resultados, e essas alterações estão ligadas diretamente ao valor de γ , e desta forma influenciando diretamente na dinâmica do filtro, Equação (4). Ao minimizar γ , podemos ver grandes discrepâncias no erro, em relação aos valores de γ que não foram minimizados.

O principal resultado que pode-se observar é que quanto menor o valor de γ , menor é o erro $z(t) - z_f(t)$, isso se deve ao Lema 1, pois observando a sua definição, é possível observar que $H(s)$ é o máximo valor de pico do diagrama de bode. Desta forma, pela definição empregada que é $\|H(s)\|_\infty < \gamma$, ao minimizar o valor de γ impossibilita que a energia do sistema seja maior que γ , assim diminuindo a entrada de ruído.

CONCLUSÕES

A princípio, a proposta aqui desenvolvida gerou resultados satisfatórios. A relação entre γ e o erro é facilmente explicável pela definição da Norma H_{∞} , assim, foi fácil analisar os resultados. Apesar de haver algumas discrepâncias, obtivemos resultados plausíveis. O desenvolvimento deste trabalho foi de grande importância para a elaboração de um artigo submetido em periódico internacional. Como etapas futuras, pretende-se melhorar a implementação, para obter resultados melhores que apresentado neste trabalho.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, ACOSTA K. Projeto de filtros robustos para sistemas lineares e não lineares. Florianópolis, SC, 2003.

BOYD, S., EL GHAOUALI, L., FERON, E., & BALAKRISHNAN, V. Linear matrix inequalities in system and control theory, Philadelphia: Siam, (Vol. 15), 1994.

LACERDA, M. J., OLIVEIRA, R. C. & PERES, P. L. Robust H₂ and H_∞ filter design for uncertain linear systems via LMIs and polynomial matrices. Signal Processing, v. 91, n. 5, p. 1115-1122, 2011.

LÖFBERG, J. Yalmip: A toolbox for modeling and optimization in matlab. In: In Proceedings of the CACSD Conference. Taipei, Taiwan, 2004.

PAL, B.; CHAUDHURI, B. Robust control in power systems. Springer Science & Business Media, 2006.

[KOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. Multivariable feedback control: analysis and design. New York: Wiley, 2007.

STURM, J. F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB* toolbox for optimization over symmetric cones, Hamilton, Canada. 1998.

XIE, L.; DE SOUZA, C. E. On robust filtering for linear systems with parameter uncertainty. In: Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 1995. p. 2087-2092.