

Análise e discussão da produção escrita de alunos em uma prova escrita de cálculo diferencial e integral III

Analysis and discussion of students' written production in a written test of differential and integral calculus III

RESUMO

Kádimo Augusto da Silva Souza
kadimo@alunos.utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

Marcele Tavares Mendes
marceletavares@utfpr.edu.br
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil

Neste artigo apresentamos uma discussão ancorada em uma prática avaliativa que se põe a serviço dos processos de ensino e de aprendizagem. A prática avaliativa descrita e analisada teve seus dados coletados a partir da realização de uma prova escrita de Cálculo Diferencial e Integral por alunos de um curso de engenharia de uma universidade federal cujo conteúdo se referia a Integrais de Linha. A partir das produções dos alunos e de uma análise descritiva, buscou-se reconhecer se os erros encontrados nas produções estavam associados a dificuldades de utilizar conceitos específicos (novos) trabalhados na disciplina, ou a utilização de procedimentos desenvolvidos em disciplinas cursadas em semestres letivos anteriores, como Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral I e II. Por fim, reconheceu-se que grande parte das dificuldades apresentadas, cerca de 75%, estavam relacionadas a conceitos que foram estudados anteriormente, dificuldades que interferem o aprendizado dos conceitos específicos da disciplina e o desenvolvimento das produções escritas dos alunos. As produções escritas dos alunos, em especial seus erros, são evidenciados no trabalho enquanto recurso para o professor regular seu processo de ensino e para os alunos regularem seus processos de aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Cálculo. Avaliação da Aprendizagem. Análise da Produção Escrita.

ABSTRACT

Recebido: 19 ago. 2020.

Aprovado: 01 out. 2020.

Direito AUTORA: Este trabalho está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.



In this article we present a discussion anchored in an assessment practice that puts itself at the service of the teaching and learning processes. The assessment practice described and analyzed had its data collected from a written test of Differential and Integral Calculus by students of an engineering course at a federal university whose content referred to Line Integrals. From the students' productions and a descriptive analysis, we sought to recognize whether the errors found in the productions were associated with difficulties in using specific (new) concepts worked on in the discipline, or the use of procedures developed in subjects taken in previous academic semesters, such as Analytical Geometry and Differential and Integral Calculus I and II. Finally, it was recognized that most of the difficulties presented, about 75%, were related to concepts that were previously studied, difficulties that interfere with the learning of the specific concepts of the discipline and the development of students' written productions. The students' written productions,



especially their mistakes, are evidenced at work as a resource for the teacher to regulate their teaching process and for students to regulate their learning processes.

KEYWORDS: Calculus teaching. Learning Assessment. Analysis of Written Production.

INTRODUÇÃO

Os processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) têm sido objeto de estudo e de pesquisa há algumas décadas. Apesar de surgirem propostas pedagógicas que visam minimizar as dificuldades dos alunos nesses processos, ainda são comuns altos índices de reprovação e evasão nessa disciplina. Pagani e Allevato (2014) realizaram um mapeamento de trabalhos em dissertações e teses disponíveis em repositórios de instituições de ensino superior brasileiras que abordam essa temática. Eles verificaram que os altos índices de reprovação nos cursos iniciais de Cálculo tem sido foco nas pesquisas. Esse trabalho enquadra-se nesse conjunto de pesquisas, uma vez que buscamos compreender se as dificuldades dos alunos de Cálculo Diferencial e Integral III estão relacionadas a procedimentos desenvolvidos em disciplinas anteriores ou a conceitos novos, específicos da disciplina.

Cunha (2013, p. 9-10), destaca que as pesquisas e estudos já formam uma base de experiências interessantes sobre o ambiente de aprendizagem, sobre formas contemporâneas de se compreender o conhecimento, a aprendizagem e o ensino, mas, que no momento da avaliação da aprendizagem ainda se impõe questões:

Como valorizar os processos vividos pelos estudantes na mesma importância dos produtos de sua aprendizagem? Como ser coerente com o discurso da diversidade e da produção criativa, convivendo com os tradicionais padrões pré-estipulados e generalizadores para avaliar os alunos? Como exercitar uma avaliação que assuma os princípios do ensino como produção do conhecimento e manter o rigor necessário à sua formação? (CUNHA, 2013, p. 9-10).

Motivados por essas questões, temos nos debruçado em investigar ações que, enquanto professora de CDI e aluno de iniciação científica de um curso de engenharia, mostrem-se factíveis para práticas avaliativas que buscam aproveitar as produções dos estudantes para propor ações reguladoras que favorecem compreender as habilidades já desenvolvidas e que reconhecem a avaliação enquanto um processo a serviço da aprendizagem e do ensino. Essas investigações em um contexto maior tem refletido sobre o ambiente de aprendizagem, instrumentos de avaliação para o disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. São alguns dos construtos dessas investigações: (MENDES; TREVISAN, 2019), (MENDES; MAGNONI; GONÇALVES; TREVISAN, 2019), (TREVISAN; MENDES, 2019), (TREVISAN; MENDES, 2018), (MENDES; BURIASCO, 2018), (MENDES; TREVISAN; ELIAS, 2018), (TREVISAN; MENDES, 2018), (MENDES, 2014), (TREVISAN; MENDES, 2013).

Para a realização de uma análise descritiva, trazemos a produção de estudantes em uma prova escrita realizada por alunos de Cálculo III que, aliada à análise da produção escrita, pode gerar informações para (re)orientar o trabalho do professor e orientar a aprendizagem dos alunos.

A PROVA ESCRITA E AS PRODUÇÕES DOS ALUNOS

Com o objetivo de investigar se os erros cometidos por alunos de um curso de engenharia de uma universidade federal ao resolver uma prova escrita de Cálculo III estavam relacionadas aos novos específicos da disciplina ou relacionados a tópicos estudados em disciplinas como Geometria Analítica, Cálculo I e Cálculo II, analisaram-se quarenta e oito provas escritas em que o tema central foi Integrais de Linha (Integrais de Linha, Teorema Fundamental para Integrais de Linha, Teorema de Green), provas aplicadas no segundo semestre de 2019, somando um total de duzentas e quarenta questões (a prova era composta de 5 questões, sendo a questão 1 obrigatória e os alunos podiam escolher 3 questões para resolver entre as questões 2, 3, 4 e 5).

Os alunos já sabiam, desde o início da disciplina, que poderiam consultar os seus cadernos e toda produção por eles construída. Essa informação foi reforçada no cabeçalho da prova, conforme Figura 1.

Figura 1 – Informações gerais sobre a prova escrita

A prova é individual. Poderá ser realizada consulta de caderno (produção de cada discente), não sendo permitido fotocópias de material. É permitido o uso de calculadora (exceto celular ou calculadora gráfica). As questões podem ser resolvidas a lápis. Apresente a resolução da forma mais detalhada possível.

Fonte: Autores.

Após a aplicação obteve-se um total de cento e noventa e oito questões escolhidas e, dentre essas, trinta e uma foram deixadas em branco, resultando em um total de cento e sessenta e sete produções escritas para serem analisadas. De forma geral, as questões da prova buscavam investigar o quanto os alunos haviam desenvolvido as habilidades necessárias para trabalhar com campos de forças, integrais de linha e os teoremas apresentados em sala.

Os erros encontrados foram distribuídos em cinco unidades diferentes, sendo elas: matemática básica, curvas e regiões, derivação, integração e cálculo vetorial. Na Tabela 1 é apresentada a quantidade total de erros encontrados e a quantidade pertencente a cada uma das unidades.

Tabela 1 – Erros cometidos pelos alunos na prova escrita

Categoria	Erros	(%)
Matemática básica	51	26,425
Curvas e regiões	40	20,725
Derivação	3	1,554
Integração	51	26,425
Cálculo vetorial	48	24,870
Total	193	99,999

Fonte: Autores

As questões que foram deixadas em branco, ou que não foram escolhidas, não fazem parte das estatísticas.

Como forma de evidenciar a análise realizada nas produções escritas oriundas das 48 provas, apresentamos a reflexão dos autores sobre o potencial que o erro possui para que professores regulem o seu processo de ensino e para os alunos regularem a sua aprendizagem a partir de uma produção escrita da unidade de

análise Curvas e Regiões. Neste contexto, a avaliação está a serviço dos processos de ensino e de aprendizagem.

Evidencia-se que a partir dessa análise o professor convidou os alunos para uma vista de prova, momento em que o aluno pode refletir sobre sua produção e então, se quisesse, refazer a questão. Neste trabalho não é analisado a nova produção.

UMA PRODUÇÃO DA UNIDADE DE ANÁLISE CURVAS E REGIÕES

A produção escolhida para ser apresentada neste texto foi desenvolvida por um aluno da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral III. O Enunciado da questão é apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Enunciado da Questão 2 da Prova Escrita

2. Determinar o trabalho realizado pelo campo de forças

$$F(x, y) = xy \mathbf{i} + \left(\frac{1}{2}x^2 + xy\right) \mathbf{j}$$

sobre uma partícula que se move ao longo do caminho que começa em (5,0), percorre o semicírculo superior $x^2 + y^2 = 25$ e retorna ao seu ponto de partida ao longo do eixo x .

Fonte: Autores

Na Figura 3 é apresentada uma Produção escrita em que o aluno apresenta um erro que foi considerado da unidade Curvas e regiões.

Figura 3 – Enunciado da Questão da Prova Escrita

2. $F(x, y) = xy \mathbf{i} + \left(\frac{1}{2}x^2 + xy\right) \mathbf{j}$

$\frac{\partial P}{\partial y} = x$ $\frac{\partial Q}{\partial x} = x + y$ \therefore campo irrotacional e conservativo

Parametrizar $\rightarrow \begin{cases} x(t) = 5 \cos(t) \\ y(t) = 5 \sin(t) \end{cases}, t \in [0, \pi]$

$r(t) = 5 \cos(t) \mathbf{i} + 5 \sin(t) \mathbf{j}$
 $r'(t) = -5 \sin(t) \mathbf{i} + 5 \cos(t) \mathbf{j}$

$\int_C F dr = \int_0^\pi \langle 5 \cos(t) \cdot 5 \sin(t), \frac{25 \cos^2 t + 25 \cos t \sin t}{2} \rangle \cdot \langle -5 \sin(t), 5 \cos(t) \rangle dt$

$= \int_0^\pi -25 \cos(t) \cdot \sin^2(t) + \frac{25 \cos^3 t}{2} + 25 \cos^2 t \sin t dt$

\rightarrow Como a curva é simples fechada e orientada positivamente, pode usar teorema de Green

$\oint_C xy dx + \left(\frac{x^2}{2} + xy\right) dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA = \iint_D (x+y) - x dA =$

$\iint_D y dA = \int_0^5 \int_0^5 y dy dx = \int_0^5 \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^5 dx = \int_0^5 \frac{25}{2} dx = \left[\frac{25x}{2} \right]_0^5 = \frac{125}{2} \text{ J}$

Fonte: Autores

Ao analisar a produção escrita desse aluno, o professor tem a oportunidade de reconhecer que ele testou se o campo era conservativo, estratégia interessante uma vez que se fosse poderia analisar o trabalho através do Teorema Fundamental para Integrais de linha, ou ainda, reconhecendo que o caminho era fechado, o resultado seria zero. Analisar a produção dessa forma evidencia uma perspectiva de avaliação que analisa o que o aluno faz, para ver o que ele sabe, não apenas para reconhecer o que ele não sabe ou para verificar resoluções corretas e incorretas. No momento da vista de prova o professor pode questionar o aluno sobre a razão de testar se o campo é conservativo, ao questionar o professor pode melhor entender o que o aluno compreendeu e suas escolhas ao desenvolver seu raciocínio. Nesse momento, o aluno pode perceber que é preciso melhor descrever sua resolução, uma vez que todos os passos tomados não foram justificados ou argumentados, apenas executados.

O próximo passo do aluno foi buscar parametrizar a curva, a partir de sua produção é possível inferir que considerou apenas a semicircunferência, entretanto não considerou o raio igual a 5. Apesar dessa parametrização incompleta e com erro, o professor tem a oportunidade de avaliar que seu aluno entende que para resolver a questão ele poderia usar a equação (1), mas que existe outra estratégia (Teorema de Green) que diminui o número de procedimentos necessários para obter a resposta.

$$\oint_C F dr = \int_a^b F(r(t)).r'(t) dt \quad (1)$$

A dificuldade de parametrizar as curvas pode ser retomada pelo professor assim que se iniciar o trabalho com as superfícies. Na última estratégia iniciada, o aluno argumenta as razões de poder utilizá-la e mesmo que de forma equivocada, executa-a. O aluno não descreve a região em coordenadas polares, o que faz com que apresente de forma equivocada os limites de integração. Os alunos ao fazerem vista de prova podem retomar suas produções e, com feedback do professor, retomarem as parametrizações básicas e descrição de regiões, como é o caso de uma circunferência ou um círculo.

Nesta produção podemos perceber que os equívocos estão relacionados a conceitos aprendidos em Cálculo Diferencial e Integral I e II.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na Tabela 1 é apresentado que 24,87% dos erros cometidos estão relacionados aos conceitos introduzidos nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral III, e que cerca de 75% são erros oriundos de conceitos e procedimentos relacionados às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II e de Geometria Analítica. A maioria dos erros cometidos estão relacionados a conceitos básicos – referindo à cronologia em que eles foram aprendidos e não ao seu grau de complexidade – vistos em disciplinas anteriores, como integrais de funções trigonométricas, parametrizações, manipulação de limites de integrações, dentre outros.

Essa dificuldade dos alunos é algo natural, visto que estão em um processo de aprendizagem de novos conteúdos que envolvem a conexão de conteúdos aprendidos em semestres anteriores, e essas dificuldades precisam ser exploradas para que sejam superadas. A defesa desse trabalho é que um caminho pode ser a

análise da produção escrita para regular os processos de ensino e de aprendizagem. Nesse caminho o processo de avaliação serve aos processos de ensino e de aprendizagem, os alunos podem reconhecer a necessidade de serem protagonistas de suas aprendizagens, sempre mediados pelos seus professores e colegas. Os professores possuem a oportunidade de melhor conhecer seu estudante, sua turma e sua prática letiva, conhecimentos que favorecem a redução de evasão e reprovação em disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral em diferentes cursos do Ensino Superior.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao programa CNPq/PIBIC pelo suporte financeiro ao projeto de pesquisa, à UTFPR – Câmpus Londrina pela oportunidade concedida, à minha orientadora Marcele Tavares Mendes por me ajudar em tudo que foi necessário, aos meus familiares e amigos por me apoiarem e a Deus por tudo que eu recebi.

REFERÊNCIAS

CUNHA, Maria Isabel da. **Prefácio I: iniciando a tessitura**. In: AMBRÓSIO, M. O uso do portfólio no Ensino Superior. Petrópolis/RJ: Vozes, 2013.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. O relatório escrito em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: a carta para a tia. **BOLETIM ONLINE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 6, p. 110-127, 2019.

MENDES, M. T.; MAGNONI, A. F.; GONCALVES, W. J.; TREVISAN, A. L. Portfólio de aprendizagem: um instrumento para avaliação em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. **REVEMAT**, v. 14, p. 1-20, 2019.

MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. O dinamismo de uma prova escrita em fases: um estudo com alunos de Cálculo Diferencial e Integral. **Bolema** (Rio Claro), v. 32, p. 653-672, 2018.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R. A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. **DEBATES EM EDUCAÇÃO**, v. 10, p. 140-163, 2018.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em fases como recurso para aprendizagem em aulas de Cálculo**. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

PAGANI, E. M. L.; ALLEVATO, N. S. G. **Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral**: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. **VIDYA**, v. 34, n. 2, p. 61-74, julho/dezembro, 2014.

TREVISAN, A. L; MENDES, M. T. MAGNONI, A. F. Democratização do ensino por meio da prática avaliativa: três cenários em aulas de matemática. **Com a palavra, o professor**, v. 4, p. 154-172, 2019.

TREVISAN, A. L; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **REVISTA BRASILEIRA DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**, v. 11, p. 209-227, 2018.

TREVISAN, A. L; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? E limite? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo às avessas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, p. 353-373, 2017.

TREVISAN, A. L; MENDES, M. T. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **REVISTA BRASILEIRA DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**, v. 6, p. 129-138, 2013.