



SEI-SICITE 2021

Pesquisa e Extensão para um mundo em transformação

# Simulação de superfícies de peças resultantes do fresamento de topo reto utilizando MATLAB

## *Simulation of workpiece surfaces resulting from end milling with MATLAB*

Leon Yuhiti Mori Correa da Cunha\*

Milton Luiz Polli†

### RESUMO

A qualidade superficial é uma característica importante das peças usinadas, sendo que um dos principais fatores que a afetam são as vibrações que ocorrem durante o processo de usinagem. Neste trabalho é pesquisada a possibilidade de simular computacionalmente as superfícies tridimensionais de peças usinadas por fresamento topo reto que levem em conta as vibrações do processo de usinagem. Para tal foram utilizados modelos matemáticos e dados experimentais encontrados na literatura, e o programa MATLAB para simular a trajetória da ferramenta, as forças e vibrações resultantes do processo. Com esses dados foi possível criar uma representação tridimensional da superfície resultante e avaliar a sua rugosidade. Foram obtidos resultados que simularam uma superfície de uma parede de peça usinada por fresa topo reto tanto em condição de estabilidade quanto em condição de instabilidade. O resultado destas simulações estão de acordo com os dados obtidos da literatura e comprovaram a viabilidade da proposta de pesquisa.

**Palavras-chave:** MATLAB, simulação, usinagem e fresamento

### ABSTRACT

The surface quality is an important characteristic of machine parts, with vibrations of the machining process being one of the most important factors that define the surface quality. This research was undertaken to test the viability of creating simulations of tridimensional surfaces of end-milled parts that took into account the forces and the vibrations of the milling process. For this purpose, mathematical models proposed in the scientific literature, experimental data and the MATLAB program were employed for simulating the tool path, the forces and vibrations resulting from the cutting process. With this data it was possible to create a tridimensional representation of the resulting machined surface and analyse its roughness. The results obtained in the present work simulated wall surfaces end milled in both stable cutting conditions and unstable cutting conditions. These simulations were in agreement with the data found in literature and proved the viability of the research objective.

**Keywords:** MATLAB, simulation, machining and milling

\* Engenharia mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil; [leoncunha@alunos.utfpr.edu.br](mailto:leoncunha@alunos.utfpr.edu.br)

† Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Curitiba; [polli@utfpr.edu.br](mailto:polli@utfpr.edu.br)



## 1 INTRODUÇÃO

Com a chegada de ferramentas computacionais a simulação tridimensional de peças se tornou uma realidade, com o uso de *softwares* CAD (Computer Assisted Design) CAM (Computer Assisted Manufacturing). Esses *softwares* muitas vezes por meio de modelos matemáticos conseguem simular as etapas de usinagem de uma peça e mostrar um modelo tridimensional destas ao usuário, porém este modelo geralmente é simplificado, não é levado em consideração as interações dinâmicas reais entre a peça e a ferramenta que tem resultados bem expressivos na qualidade superficial da peça, como a vibração e influência da velocidade de avanço na rugosidade. E considerando que de acordo com Niu et al (2020) o perfil da superfície é um dos aspectos mais importantes para a avaliação do processo de fresamento e que para Schmitz e Smith (2009) ainda não há um amplo entendimento sobre as dinâmicas do processo de corte foi escolhido o tema para a pesquisa.

Sendo assim, seria possível com o auxílio de modelos matemáticos e o uso de software MATLAB criar simulações de superfícies tridimensionais de uma peça que levem em consideração essas interações dinâmicas entre a peça e a ferramenta? Conseguindo dessa maneira trazer um *feedback* para o usuário, que avaliaria as forças envolvidas no processo de usinagem, a rugosidade superficial resultante e as vibrações envolvidas no processo de usinagem. E com esses dados simular a superfície da peça que permitiria uma visualização da qualidade superficial que se espera obter com os parâmetros de corte estabelecidos.

Para os parâmetros deste trabalho foi escolhido analisar o processo de fresamento de topo reto com dentes helicoidais, incluindo as forças de usinagem envolvidas, as vibrações resultantes, o caminho percorrido por cada dente e por fim reunir todos esses dados em uma matriz com coordenadas cartesianas que permitiria por intermédio do software MATLAB montar uma superfície tridimensional simulada.

## 2 MÉTODO

O desenvolvimento do algoritmo de simulação foi feito através da linguagem de programação MATLAB com base na literatura encontrada em Schmitz e Smith (2009), foi escolhido um modo de simulação no domínio do tempo de caminho de ferramenta cicloidal. O primeiro passo foi definir as variáveis: coeficiente de força na direção tangencial, coeficiente de força na direção radial, constante tangencial, constante radial, rigidez, velocidade de rotação, diâmetro da ferramenta, taxa de amortecimento, frequência natural, ângulo de entrada e saída do corte, profundidade de corte, avanço por dente, número de dentes, ângulos dos dentes, ângulo de hélice, velocidade de rotação, número de revoluções a serem simuladas, número de passos ou *steps* a serem simulados por revolução e número de planos perpendiculares ao eixo Z a serem simulados do percurso da ferramenta.

Após as variáveis serem determinadas é calculado o aumento do ângulo da ferramenta para cada passo, o atraso do ângulo da ferramenta para cada altura simulada e com isso através de três *loops for* e das seguintes equações Eq. (1) e Eq. (2) é possível calcular as matrizes das coordenadas X e Y para cada dente para cada passo a ser simulado do trajeto da ferramenta em três matrizes tridimensionais que registram a posição dos gumes de corte de cada dente em relação ao número do passo do percurso simulado.

$$surf_x(cnt1, cnt2, cnt3) = r \cdot \sin(\phi) + dfeed \cdot (cnt1 - 1) \quad (1)$$

$$surf_y(cnt1, cnt2, cnt3) = r \cdot \cos(\phi) \quad (2)$$



Com  $cnt1$  sendo o número do passo do percurso ou  $step$ ,  $cnt2$  o número do dente e  $cnt3$  o número do plano da altura,  $\phi$  o ângulo de imersão,  $r$  o raio da ferramenta em metros,  $dfeed$  o avanço em metros na direção  $x$  para cada  $step$  tomado. O avanço acontece somente na direção  $x$ .

Já a coordenada  $Z$  é constante para todos os  $steps$  e apenas muda quando é analisada outro plano da altura da ferramenta, então o cálculo de seu vetor coordenada é feito usando apenas um  $loop\ for$  e as Eq. (3) e Eq. (4).

$$db = b / (steps\_axial - 1) \quad (3)$$

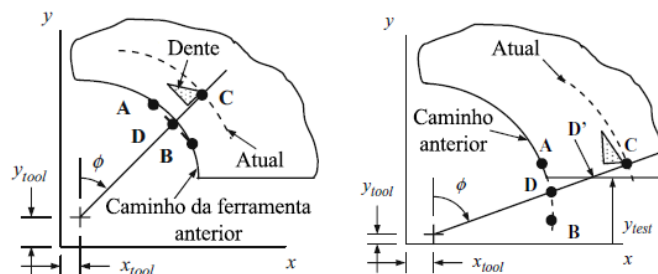
$$zsurf(cntz) = (cntz - 1) \cdot (db) \quad (4)$$

Com  $b$  sendo a profundidade de corte em metros,  $steps\_axial$  o número de planos simulados da altura,  $db$  o incremento da coordenada  $Z$  entre cada fatia da ferramenta em metro e  $cntz$  o número do plano da ferramenta.

Com esses três vetores calculados tem-se coordenadas cartesianas do caminho da ferramenta para todos os pontos que serão simulados em relação a qual  $step$ , número de dente e número de plano. Pode-se então avançar para o próximo passo que é o cálculo das forças de corte envolvidas e da vibração resultante desta.

O cálculo das forças de corte é feito para cada  $step$  através da espessura aproximada do cavaco, para determinar essa espessura é calculada a distância entre o ponto  $C$  e o ponto  $D$ , com o ponto  $C$  sendo a coordenada do ponto a ser simulado do dente e o ponto  $D$  a interpolação entre dois pontos da passagem do dente anterior cujo os ângulos limitam o ângulo de  $C$ , como mostrado na Fig. 1.

**Figura 1 – Trajetória dos dentes da ferramenta durante (esquerda) e saída (direita) do corte**



**Fonte: Schmitz e Smith (2009)**

Caso haja redução na espessura do cavaco ocasionada na entrada ou saída do corte pode-se calcular a espessura do cavaco determinado um novo ponto  $D'$ , que substitui o ponto  $D$  ou o ponto  $C$  dependendo qual deles se situa fora da fronteira de corte. Com a espessura do cavaco obtida pode-se calcular as forças de corte tangenciais e normais de cada dente para cada  $step$  usando a Eq. (5) e Eq. (6).

$$F_t = K_t \cdot db \cdot h + K_{te} \cdot db \quad (5)$$

$$F_n = K_n \cdot db \cdot h + K_{ne} \cdot db \quad (6)$$

Com  $F_t$  sendo a força tangencial em Newtons,  $F_n$  a força radial em Newtons,  $db$  o incremento da coordenada  $Z$  entre cada fatia da ferramenta em metro,  $h$  a espessura do cavaco em metros,  $K_t$  o coeficiente de força na direção tangencial em  $N/m^2$ ,  $K_n$  o coeficiente de força na direção radial em  $N/m^2$ ,  $K_{te}$  a constante tangencial em  $N/m$  e  $K_{ne}$  a constante radial em  $N/m$ .



Usando as forças radiais e tangenciais para cada dente envolvido no corte durante o *step* analisado pode-se calcular as forças na direção X e na direção Y para cada dente usando a Eq. (7) e Eq. (8).

$$F_x = F_t * \cos(\phi) - F_n * \sin(\phi) \quad (7)$$

$$F_y = F_t * \sin(\phi) - F_n * \cos(\phi) \quad (8)$$

Com  $F_x$  a força na direção X e  $F_y$  a força na direção Y.

Somam-se então as forças  $F_x$  de todos os dentes envolvidos no corte para o *step* analisado em um vetor denominado  $F_{cx}$  que armazena o valor das forças resultantes na direção X para cada *step* do percurso da ferramenta, o mesmo é feito com as forças  $F_y$  em um vetor denominado  $F_{cy}$ , esses vetores serão utilizados para o cálculo do deslocamento causado pelas forças de corte.

O deslocamento causado pela força é calculado por uma solução no domínio do tempo proposta por Tlustý e Ismail (1981) estas são resolvidas iterativamente pelo método de Euler para X e Y. As acelerações são calculadas a partir das forças para cada grau de liberdade e duplamente integradas para se chegar aos deslocamentos da ferramenta usando as Eq.(9), Eq.(10), Eq.(11) Eq.(12) e Eq.(13)

$$x'' = (F_x - c_x \cdot x' - K_x \cdot x) / m_x \quad (9)$$

$$x' = x'' \cdot dt + x' \quad (10)$$

$$x = x' \cdot dt + x \quad (11)$$

$$c_x = 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot \sqrt{m_x \cdot K_x} \quad (12)$$

$$m_x = K_x / \omega_n^2 \quad (13)$$

Com  $dt$  sendo o tempo entre *steps* em segundos,  $\zeta$  sendo a razão de amortecimento,  $\omega_n$  a frequência natural em rad/s,  $K_x$  a rigidez em N/m. Equações similares são usadas para o deslocamento em Y.

Com as coordenadas X e Y em matrizes tridimensionais que registram a posição dos gumes de corte de cada dente em relação ao número do *step* do percurso simulado, número do dente e qual fatia da altura da ferramenta. Com essas matrizes é feito um processamento de dados para extrair os pontos das coordenadas que compõem a superfície da peça usinada, primeiro é selecionado os pontos que estão mais próximos à superfície da peça, depois todos os pontos são organizados em ordem ascendente em relação ao eixo X, em seguida é usado um *loop* que compara os valores da coordenada Y dos dois próximos pontos e mantém apenas o maior destes dois pontos, o processo é repetido até que se mantenha apenas os valores em uma matriz bidimensional que compõem uma superfície simulada da peça, isso é feito para todas as fatias que compõem as diversas alturas no eixo Z do percurso da ferramenta.

Com as coordenadas em X, Y e Z que representam a superfície simulada resultante do processo de fresamento analisado é possível simular rugosidade  $R_a$  em micrômetros dessa superfície calculando a média dos picos e vales da coordenada Y pelo percurso simulado.

Utilizando as matrizes de coordenadas que representam a superfície de uma peça usinada é possível processá-los em dados que possam ser inseridos em uma função *surf* que montará uma superfície tridimensional, para isso primeiro transforma-se as três matrizes coordenadas X, Y e o vetor de Z em vetores coordenadas classificados pelo *step*, então é usada a função *linspace* para os valores mínimo e máximo de X, o mesmo é feito para os valores mínimo e máximo de Z, isso cria dois vetores de pontos equidistantes entre esses valores. Esses vetores então são usados para criar matrizes de pontos equidistantes usando a função



SEI-SICITE 2021

Pesquisa e Extensão para um mundo em transformação

meshgrid que então são usadas como pontos de consulta para a função *griddata* que interpola os pontos dos vetores X, Y e Z resultando em uma matriz de pontos que representam as alturas em Y em relação aos valores de X e Z. Essa matriz de Y juntamente com os vetores X e Z são utilizados com a função *surf* para gerar uma simulação tridimensional da superfície da peça usinada.

Para validar os resultados das simulações foram empregados os dados experimentais de Zhongqun e Qiang. (2008), onde coeficiente de força tangencial  $Kt = 796 \text{ N/mm}^2$ , coeficiente de força radial  $Kn = 168 \text{ N/mm}^2$ , constante tangencial  $Kte = 27,7 \text{ N/mm}$  e constante radial  $Ktn = 13,5 \text{ N/mm}$ , com parâmetros modais a seguir:

Tabela 1 – Exemplo de tabela

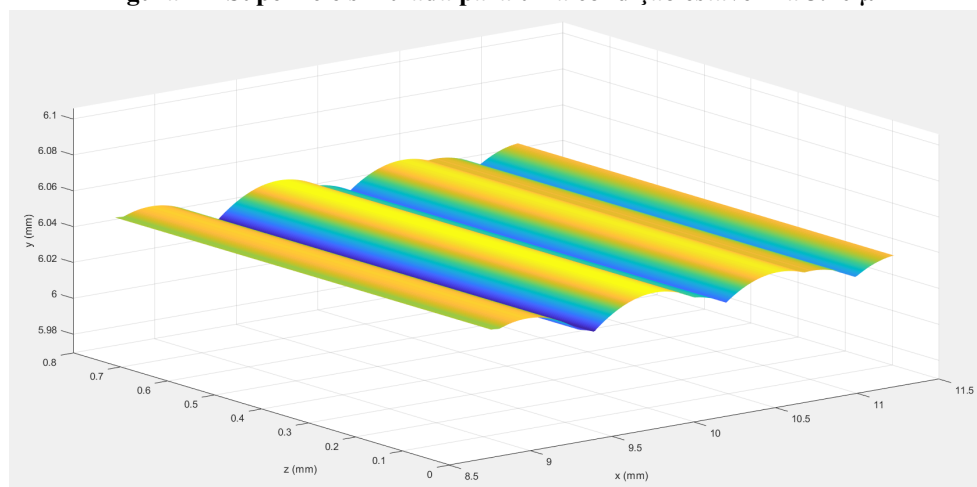
Direção	Frequência natural (Hz)	Razão de amortecimento	K ou Rigidez (N/m)
X	1198	0,041	$1,20 \cdot 10^7$
	1389	0,048	$1,30 \cdot 10^7$
	1589	0,027	$3,70 \cdot 10^6$
Y	1214	0,071	$1,24 \cdot 10^7$
	1428	0,049	$1,52 \cdot 10^7$
	1591	0,031	$3,56 \cdot 10^6$

Fonte: Zhongqun e Qiang (2008).

### 3 RESULTADOS

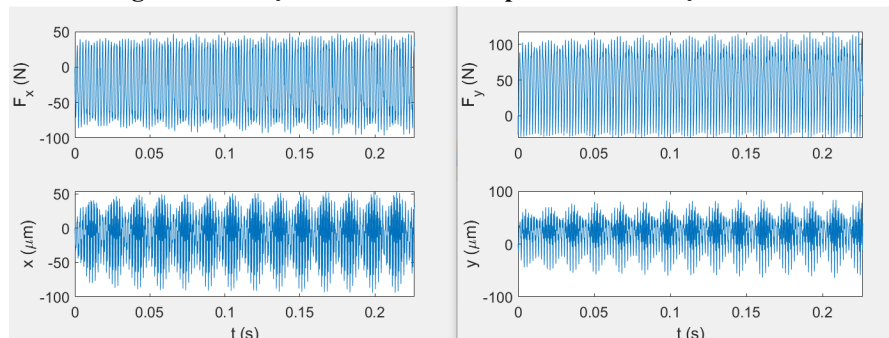
A Fig. 2 representa a superfície simulada na parede da peça em situação de estabilidade, ou seja, as vibrações tiveram pequena amplitude, para uma rotação de 15900 rpm, diâmetro de ferramenta de 12 mm, com 2 dentes, profundidade de corte de 0,8mm e imersão radial de 12 mm. A Fig. 3 mostra as forças e deslocamentos vibracionais para essa condição. A Fig. 4 representa a simulação em situação de instabilidade, onde foi usada uma rotação de 13500 rpm, profundidade de corte de 0,3 mm e mesma ferramenta. Os resultados destas simulações estão de acordo com os obtidos experimentalmente por Zhongqun e Qiang. (2008).

Figura 2 – Superfície simulada para uma condição estável  $Ra \ 3.10 \ \mu\text{m}$



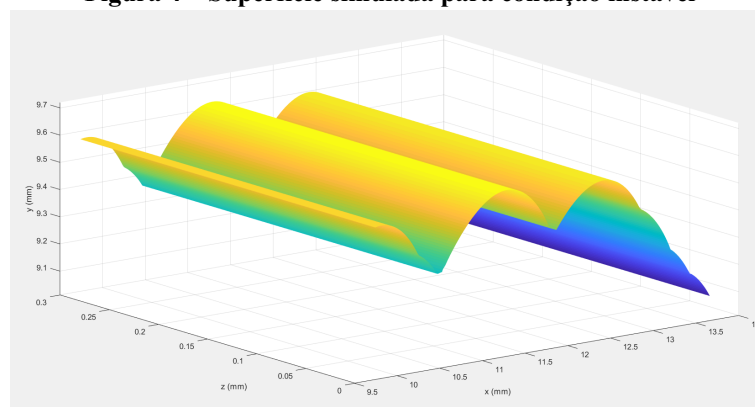
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 3 – Forças e deslocamentos para uma condição estável**



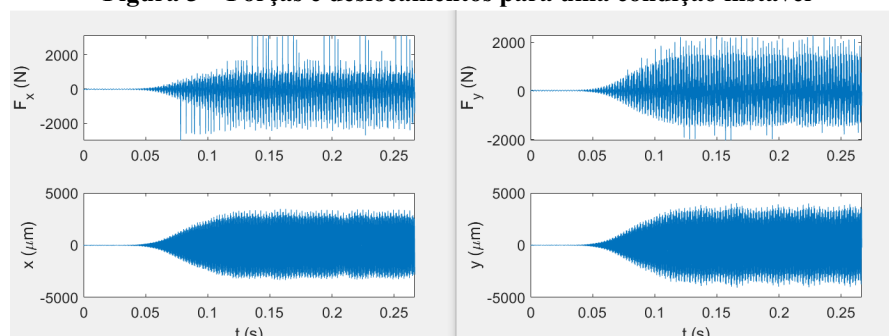
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 4 – Superfície simulada para condição instável**



Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 5 – Forças e deslocamentos para uma condição instável**



Fonte: Autoria própria (2021).

Na primeira simulação houve uma vibração realista com um Ra similar ao esperado por um processo nessas condições, já no segundo em situações reais provavelmente haveria a quebra da ferramenta, pois a vibração foi de uma grande amplitude.

#### 4 CONCLUSÃO

Pode-se observar com os resultados que é possível gerar superfícies tridimensionais que levam em consideração as vibrações do processo de fresamento topo reto utilizando dos modelos matemáticos propostos por Schmitz e Smith (2009) e Tlustý e Ismail (1981), e essas simulações funcionam tanto em condições de estabilidade quanto de extrema vibração.



SEI-SICITE 2021

Pesquisa e Extensão para um  
mundo em transformação

XI Seminário de Extensão e Inovação  
XXVI Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica  
08 a 12 de Novembro - Guarapuava/PR



CAMPUS GUARAPUAVA

## AGRADECIMENTOS

Agradecimento são prestados a Fundação Araucária pelo apoio financeiro, a UTFPR campus Curitiba, ao professor Milton Luiz Polli e a meus pais.

## REFERÊNCIAS

- SCHMITZ, T. L.; SMITH, K. S.. **Machining Dynamics frequency response to improved productivity**. New York: Springer, 2009.
- TLUSTY, J.; ISMAIL, F. Basic Nonlinearity in Machining Chatter. **Annals of the CIRP**, v. 30, n. 1, p. 299-304, 1981.
- ZhongQu, L.; QIANG, L.. Solution and analysis of charter stability for end milling in the time domain. **Chinese Journal of Aeronautics**, v.21, p. 169-178, 2008.
- Niu, J.; Jia, J.; Sun, Y.; Guo, D.. Generation mechanism and quality of milling surface profile for variable pitch tools considering the runout. **Journal of Manufacturing Science and Engineering**, v.142(12), p. 1-35, 2020.